



проф. д-р инж. Тодор Стоилов Тодоров

***Динамика на мехатронни системи,
базирани на умни материали***

АВТОРЕФЕРАТ

на дисертация за придобиване на научна степен
„Доктор на науките“

Област на висше образование: 5. Технически науки

Професионално направление 5.1. Машинно инженерство

Научна специалност: „Теория на механизмите, машините и автоматичните линии”

Рецензенти:

1. проф. д-р инж. Мара Крумова Кандева
2. чл.-кор. проф. д-р инж. Венелин Стоянов Живков
3. доц. д-р инж. Анастас Иванов Иванов

София, 2025 г.

Дисертационният труд е обсъден и насочен за защита от разширен Катедрен съвет на катедра „Теория на механизмите и машините” към Факултета по индустриални технологии на Техническия университет – София на редовно заседание, проведено на 19.09.2025 г.

Публичната защита на дисертационния труд ще се състои на 02.02.2025 г. от 13:00 часа в Конферентната зала на БИЦ на Технически университет – София на открито заседание на научното жури, определено със заповед № ОЖ-5.1-96 от 13.11.2025 г. на Ректора на Техническия университет – София в състав:

1. проф. дн инж. Иво Кръстев Малаков – председател
2. проф. дн инж. Марин Беров Маринов – научен секретар
3. проф. д-р инж. Мара Крумова Кандева
4. чл.-кор. проф. дтн инж. Венелин Стоянов Живков
5. проф. д-р инж. Юлияна Яворова Георгиева
6. проф. д-р инж. Иван Николов Чавдаров
7. доц. дн инж. Анастас Иванов Иванов

Рецензенти:

1. проф. д-р инж. Мара Крумова Кандева
2. чл.-кор. проф. дтн инж. Венелин Стоянов Живков
3. доц. дн инж. Анастас Иванов Иванов

Материалите по защитата са на разположение на интересуващите се в канцеларията на Факултет Факултета по индустриални технологии , блок № 3, кабинет 3232 на Техническия университет – София.

Дисертантът е професор в катедра „Теория на механизмите и машините” към Факултета по индустриални технологии на Техническия университет – София.

Автор: Тодор Стоилов Тодоров

Заглавие: *Динамика на мехатронни системи, базирани на умни материали*

Тираж: 30 бр.

А. ОБЩА ХАРАКТЕРИСТИКА НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

Дисертационният труд е посветен на експериментални и теоретични изследвания на динамиката на мехатронни системи, комбиниращи сплави с памет на формата и пиезоелектрици

Актуалност на проблема

Изследването на динамичните свойства на мехатронните системи, базирани на интелигентни материали, е от съществено значение за подобряване на производителността, адаптивността и надеждността на съвременните интелигентни системи. Интелигентните материали, комбиниращи сплави с памет за формата (СПФ) и пиезоелектрични материали (ПЕМ), демонстрират присъща реактивност към външни стимули, като по този начин улесняват интегрираното задвижване със сензорни обратни връзки и контрол в компактни архитектури. За да се получат важни познания за стабилността, енергийната ефективност и прецизността на управлението на системата, е необходимо да се проведе цялостно проучване на динамичното поведение на системата, включващо показатели като честотна характеристика, хистерезис, характеристики на затихване и нелинейности. Тези свойства оказват пряко влияние върху проектирането на обратни връзки, алгоритми за управление в реално време и стратегии за структурна интеграция в мехатронни приложения, вариращи от роботика и аерокосмическа техника до биомедицински устройства. Освен това, използването на динамична характеристика улеснява разработването на предсказващи модели и симулации, като по този начин позволява на инженерите да оптимизират производителността при променящи се експлоатационни условия. В контекста на нарастващите изисквания за мултифункционалност и миниатюризация в областта на мехатронните системи, системното изследване на динамичните свойства на интелигентните материали се превърна в ключов елемент за насърчаване на иновациите. Това изследване улеснява разработването на адаптивни, саморегулиращи се и високопроизводителни устройства, като по този начин отговаря на сложните изисквания на нововъзникващите технологии.

Научна значимост и новост

В дисертацията са формулирани две хипотези чието потвърждение води до разработване на енергийни комбайни, използващи фазови трансформации на СПФ и пиезоелектричен ефект за преобразуване на постоянна топлина в електрическа енергия. Успоредно с тези изследвания са създадени нови методи за моделиране и експериментално изследване на СПФ и ПЕМ. Предложени са нови постановки за моделиране на хистерезисните процеси в СПФ и оригинални мултифизични методи описващи динамиката на осцилиращи и квазиосцилиращи системи.

Практическа полезност и приложимост

Мехатронните системи, които включват СПФ и пиезоелектрични материали, предлагат значителни предимства по отношение на миниатюризация, многофункционалност и адаптивен контрол. Интегрирането на тези интелигентни материали улеснява разработването на компактни, леки и енергийно ефективни устройства, оборудвани с интегрирани сензорни и задействащи възможности. Полезността на СПФ е особено изразена в сценарии, където безшумната работа и високите съотношения сила-тегло са от първостепенно значение. В настоящата дисертация тези свойства са съчетани със енергопреобразуващите функции на пиезоелектричните материали за изследване на динамиката на генератори с вибрационно действие, преобразуващи топлина в електричество. Освен това на базата на динамичните изследвания са създадени безшумни управления на клапани за приложение в умни къщи.

Апробация на резултатите от дисертацията

Съществена част от постигнатите резултати в дисертационния труд са апробирани чрез отпечатване в рецензирани международни и български списания и конференции, цитирания в рецензирани научни издания, а също така и участие в научно-изследователски проекти.

Обем на дисертацията

Дисертационният труд е с общ обем 287 страници, съдържа 7 глави, 215 фигури, 15 таблици, 148 литературни източника. В заключението са дефинирани научните, научно-приложните и приложните приноси на дисертационния труд. Номерата на фигурите, формулите и таблиците в автореферата съответстват на тези в дисертационния труд.

Б. Кратко изложение на дисертационния труд

1 Глава Анализ на съвременното научно ниво в областта на мехатронните енергодобивни и енергоефективни системи

1.1 Анализ на състоянията на мехатронни системи, подлежаща на моделиране

1.1.1 Уточняване на вида на модела и характеристиките, подлежащи на изследване

С появата си микроелектромеханичните системи (МЕМС) наложиха нови стандарти по отношение на техните енергоизточници. Предизвикателствата, които съпътстват малките размери на микросистемите са свързани премахане на проводниците, налагането на безжичното и по възможност безбатерийно захранване. Това автономно захранване се постига чрез системи наречени енергийни комбайни или харвестери, които улавят отпадъчна енергия от всякакъв вид и при всякакви условия, за да я преобразуват в електрическа енергия. Тези енергопреобразуващи системи създават възможности за приложение както на нови принципи и за преобразуване като например термомеханичното осцилационно самовъзбуждане така и на приложението на умни материали. Тези характеристики са подходящи за изследване от гледна точка на поставените цели и задачи на дисертацията.

1.1.2 Изследване на предшестващо ниво в областта на умните материали

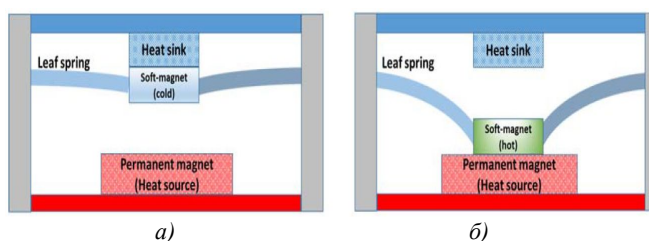
Интелигентни са материалите, чието основно качество е адаптивността към промените на условията на околната среда. За да бъде интелигентен, материалът трябва да разпознае въздействието, което му се оказва, да изготви съответна реакция и по възможност да се самозахранва енергийно. Освен това се добавя и изискването след премахане на външното въздействие, материалът да възстанови първоначалното си състояние [3–13]. Умните материали са с по-ограничени свойства като по дефиниция те трябва реагират на определено въздействие и да генерират определен сигнал. От функционални материали се изисква да променят управляемо някаква тяхна характеристика при определено по големина въздействие [11–13].

През последните две десетилетия се задълбочиха изследванията върху (СПФ) поради алтернативните възможности за решаване на сложни инженерни задачи, които с тяхна помощ могат да се решат оригинално в компактни обеми, с безшумно действие включително и в осцилиращи устройства. [22–24].

1.1.3 Обзор на енергийни комбайни с умни материали

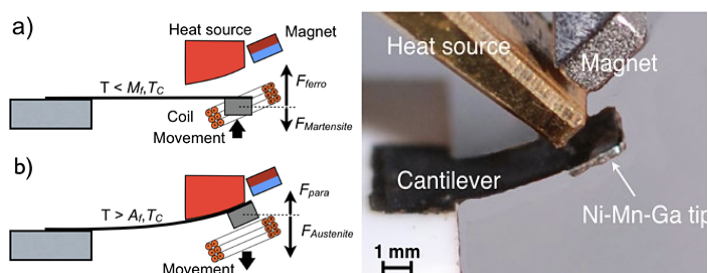
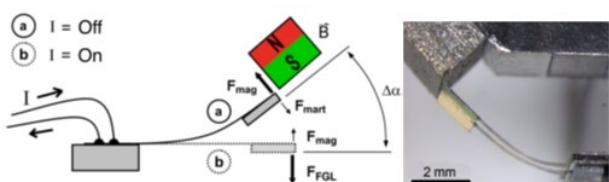
Комбайните за преобразуване на топлинна енергия се използват за оползотворяване на отработена или неизползвана топлина от околната среда, превръщайки я в малки количества електрическа енергия, предназначена за захранване на сензори и задвижващи механизми с ниска консумация на енергия. Принципиите на преобразуване при добиване на електричество от топлинна енергия са базирани основно на пироелектричен, термоелектричен, термомагнитен и термоеластичен ефект [34–36]. Тук вниманието ще бъде фокусирано допълнително само върху комбайните за топлинна енергия с движещи се елементи, тъй като те са по-близо до темата на дисертацията.

През 2007 г. Ujihara E. et al [37] проектират и изследват термомагнитен комбайн за енергия, при който принципът на работа се основава на промяната мек магнит от феромагнит в парамагнит съответно при попадане в студена и гореща зона (Фиг. 1.1).



Фиг. 1.1 Термомагнитен енергиен комбайн: а) мекият магнит е феромагнит; б) мекият магнит е парамагнит [33].

Микротермоактуатори, базирани на фолио или тънък филм от магнитна сплав с памет на формата (МСПФ)



Фиг. 1.2 Добиване електроенергия от топлина с помощта на феромагнитна конзола МСПФ Ni-Mn-Ga. (а) Първоначално състояние; (б) Крайно състояние.

[43]. Бистабилно магнитостатично и термоеластично задвижване е показано на Фиг. 1.9.

Фиг. 1.3 Микроактуатор от МСПФ: а) схема; б) снимка.

За задвижване е използван поликристален Ni-Mn – Ga, който е във формата на конзола, съставена от две телени греди както е показано на Фиг. 1.9 б). Чрез модел, свързващ линейните пиезоелектрични уравнения и ефекта на СПФ, описан чрез подхода на Brinson [63], са извършени числени симулации, които доказват, че включването на СПФ елементи може да се използва за разширяване на работния обхват на системата.

1.1.4 Обзор на термомеханични самовъзбуждащи осцилатори

Взаимодействието между топлинни и механични вибрации се нарича термомеханични осцилации (ТМО). Теоретичната основа за ТМО е въведена за първи път през 1829 г. от А. Travelian [70], а по-късно е разширена от М. Faraday, А. Tyndal, и J. Rayleigh. Едни от първите теоретични и експериментални изследвания за условията за възникване на самовъзбуждащи се термомеханични осцилации са докладвани от Nesis E. I. [69]. Awrejsewicz и Ругуев [70] създават несъдържащ безмасови еластични елементи модел на фрикционни самовъзбуждащи се вибрации и изследват възможностите за тяхното съществуване.

В технологиите за енергийния харвестинг широко приложение намират осцилиращите системи, базирани на сплави с памет на формата. Редица учени използват еластични основи от СМА, върху които депозират пиезоелектричен слой за да генерират електричество чрез вибрации [85–89].

От проучвания за самовъзбудени термоосцилации със сплави с памет на формата се стига до извода, че енергийният харвестинг се прилагат преди всичко осцилации, които са индуцирани от външни изменения на топлинното поле вследствие, на което променлива във времето температура предизвиква деформации еластичен елемент от СПФ. Друго интересно приложение на СМА в системите за енергиен харвестинг е двустепенното преобразуване на топлина в механична и след това на механична в електрическа енергия. Прави впечатление, че липсват публикации за термоосцилатори, при които причина самозадвижването е източник на постоянна топлина. Това една от причините за избор на тема на настоящата дисертация.

1.1.5 Кратък обзор на методите за моделиране на СПФ

Методите за моделиране на СПФ се подразделят на микроскопични и макроскопични [90,91].

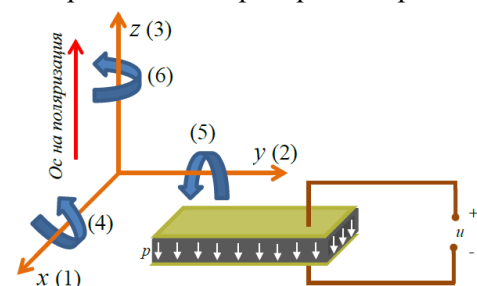
Типичен модел основаващ се на аналитично описание на относителната мартензитна фракция във функция на температурата е моделът на Ikuta et al. [104], 1991 г. където е предложена хистерезисна функция, чрез която се дефинира изменението на мартензитната фракция при повишаване и понижаване на температурата. Същият модел по-късно е подобрен от Madill and Wang [105], 1998, който въвежда минорни цикли в хистерезисния модел.

В статията [106] Bekker и Brinson представят нов кинетичен закон за моделиране на хистерезиса в сплави с памет на формата, използвайки фазова диаграма.

Въпреки безспорните качества на разработените до момента модели, в тях липсва яснота за моделирането на минорни и субминорни цикли на хистерезисите, които са решаващи при трептящи системи. Минорният хистерезис се появява при смяната на посоката на изменение на температурата в рамките на основния (мажорния) хистерезис, субминорният хистерезис възниква при условие, че материалът е в състояние на минорен хистерезис и тогава настъпва промяна в посоката на изменението на температурата, например от охлаждане се преминава към нагряване или обратното.

1.1.6 Обзор на методите за изследване на пиезоелектрични генератори на напрежение

Пиезоелектричният ефект за първи път е демонстриран през 1880 от братята Жак и Пиер Кюри (Jacques Curie 1856 – 1941, Pierre Curie 1859 - 1906), които установяват, че опън или натиск, приложен към някои материали ги поляризира електрически. Такова е действието на правия пиезоелектричен ефект [109]. Обратният



Нормалните направления по координатните оси x , y и z се означават съответно с числата 1, 2, и 3 а тангенциалните с 4, 5 и 6 както е показано на Фиг. 1.24. Ос 3 се ориентира по направление на първоначалната поляризация на пиезоелектричния материал, а оси 1 и 2 лежат в равнина перпендикулярна на ос 3. Първият индекс се отнася за оста на възбуждане а вторият индекс е за оста на въздействието.

Фиг. 1.4 Означаване на посоките при пиезоелектрични преобразуватели.

В кристалографията естествената координатна система на един кристал се обозначават с a , b и c . Тук се приема с тези оси да съвпадат съответно оси 1, 2, и 3. За показания на (Фиг. 1,24) пиезоелектричен преобразувател са валидни формулите

$$S = d_{33}E + s^E T, D = \epsilon^T E + d_{33}T.$$

където D [C/m²] е електрическо преместване (плътност на електрическия поток или заряда за единица площ), E [V/m] е приложеното електрическо поле, T [Pa] е вектор на напреженията, S е относителната деформация, ϵ^T [F/m] е диелектричната проницаемост, тук степенният показател означава, че е измерена при постоянно

механично напрежение T , s^E [m^2/N] податливост (реципрочната стойност на модула на Юнг), измерена при постоянно електрическо поле E и d_{33} [C/N] или [m/V] пиезоелектрична константа. Индексът 33 следва от това, че в разглеждания преобразувател поляризацията и електрическото поле са успоредни на направлението 3. За формули (1.7) и (1.8) се използват стандартни символи. Съгласно формула (1.7) относителната деформация се изчислява чрез израза $S = d_{33}E$.

1.2 Цел и задачи на дисертацията

Цел на настоящата дисертация е да се създадат приложни мултифизични теоретични модели на устройства с осцилационно действие, базирани на умни материали като сплави с памет на формата и пиезоелектрици, с фокус върху влиянието на хистерезисите и да се изработят реални устройства, чрез които да се валидират на теоретичните изводи.

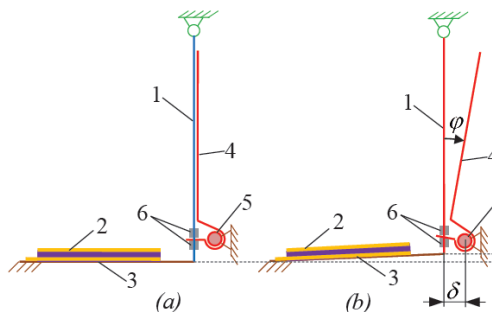
За постигане на тази цел са поставени следните задачи:

1. Да се проучи съвременното ниво на моделирането на умни материали техните приложения.
2. Да се определят характеристиките и методите за моделиране.
3. Да се създадат концептуални модели и определят променливите и техните допустими области.
4. Да се изследва устойчивостта и условията за съществуване на осцилационни режими в термоелектромеханични системи с хистерезис.
5. Да се извърши подробно моделиране на осцилиращи термоелектромеханични енергийни комбайни.
6. Да се изследват и валидират теоретичните резултати за термоелектромеханичните модели на осцилиращите енергийни комбайни.
7. Да се приложат натрупаните знания при конструиране на устройства с циклично или квазициклично действие като помпи и управляващи глави на клапани с бистабилно действие.

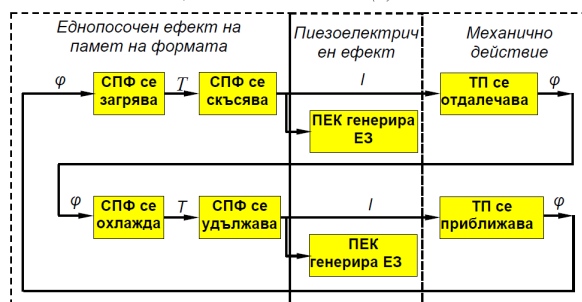
2 Глава Определяне на характеристиките на подлежащи на изследване в мехатронните и микромехатронните системи

2.1.1 Описание на обобщени принципи на работа в конструкции на комбинирани енергийни харвестери със СПФ и пиезоелектрични преобразуватели

На Фиг. 2.1 е показана схема на комбиниран СПФ-ПЕ енергиен харвестер съставен от конзолна гредка 3 с пиезоелектричен преобразувател 2 и нишка от сплав с памет на формата (СПФ), опъната между свободния край на конзолата и неподвижна стойка [84]. Пластина 4 се нагрява от източник на топлина 5 и първоначално е опряна по цялата си дължина в нишката 1. Пластината се нагрява до определена постоянна температура, която предизвиква свиване нишката от СПФ. Свиването води до завъртане на пластината и отдалечаване от нишката. Следва циклично повтаряне на гореизброените процеси. Действието е пояснено на Фиг. 2.2, и Фиг. 2.3.

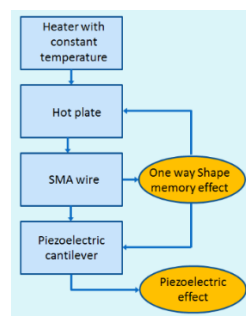


Фиг. 2.1 Схематично представяне на енергийния харвестер: (а) СПФ жицата 1 е студена (б) СПФ жицата 1 е нагрята.

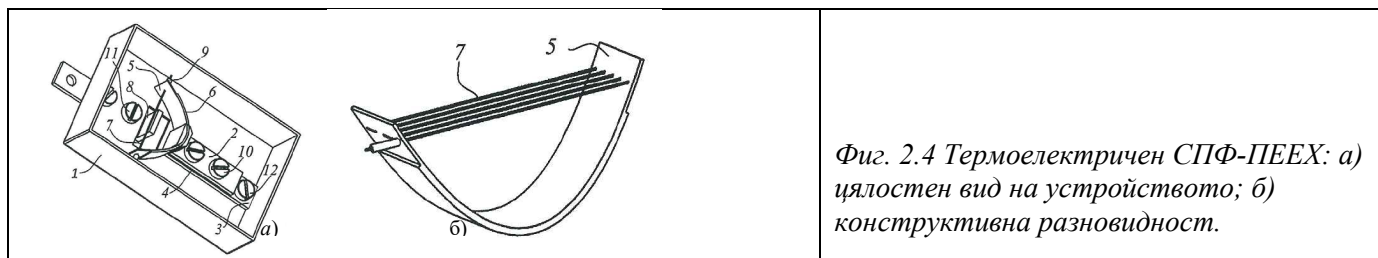


Фиг. 2.2 Схема на принципа на действие на комбинирания харвестер.

Друг вид комбиниран СПФ-ПЕ енергиен харвестер е показан на Фиг. 2.4 [118]. Пиезоелектрична гредка 6 е опъната във формата на лък като ролята на тетива играе нишка от СПФ 7.



Фиг. 2.3 Връзки между основните компоненти на СПФ-ПЕХ.

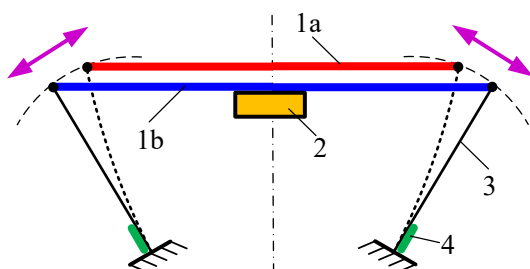


. Принципът на действие на този СПФ-ПЕЕХ е следното: Когато източникът на топлина се нагрее над дадена температура, нишката от СПФ се свива и предизвиква допълнителна деформация в еластичната греда. Понеже еластичната греда е фиксирана в средата симетрично, нейната деформация води до отдалечаване на нишката от СПФ от източника на топлина.

Най-важното предимство на втория СПФ-ПЕЕХ е, че не е необходим междинен елемент, какъвто е постоянно нагрятата пластина 4 (Фиг. 2.1), която преобразува на механичното движение на нишката от СПФ в изменение на нейната температура. По този начин постоянно нагрятата пластина 4 изпълнява функции на регулатор на температура. Във втория вариант (Фиг. 2.4) функцията на този терморегулатор се изпълнява от деформиращата се греда 5.

2.1.2 Разработване на нови концепции за СПФ-ПЕЕХ

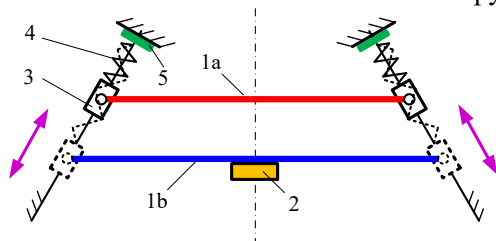
Вариант 1 Една конструктивна модификация на устройството от Фиг. 2.4 е термоелектричния СПФ-ПЕЕХ показан на Фиг. 2.5. В това устройство лъкообразната греда 5 е заменена с две еластични конзолни греди, върху които са нанесени пиезоелектрични слоеве. Принципът на действие е същият както при енергийния харвестер от 4. Постоянният топлинен източник 1 нагрява нишка от СПФ 2, която първоначално е в състояние на мартензит и се допира до източника на топлина. След като нишката се нагрее над определена температура настъпва аустенитно изменение на структурата ѝ. Модулът на Юнг се повишава и нишката възвръща първоначалната си форма, което е равнотилно на скъсяване. Това скъсяване деформира симетрично двете конзоли 3 и предизвиква вертикално преместване на нишката от СПФ. Вследствие на това преместване нишката се отдалечава от топлинния източник и се охлажда.



Фиг. 2.5 Симетричен СПФ-ПЕЕХ с две конзолни греди: 1а и 1b Нишка от СПФ; 2. Нагревател; 3. Конзолна греда; 4. Пиезоелектричен слой.

Предимството на този харвестер е в по-големия брой параметри и повечето възможности избор на оптимален вариант.

Вариант 2 На Фиг. 2.6 е показан конструктивен вариант на СПФ-ПЕЕХ с два плъзгача.

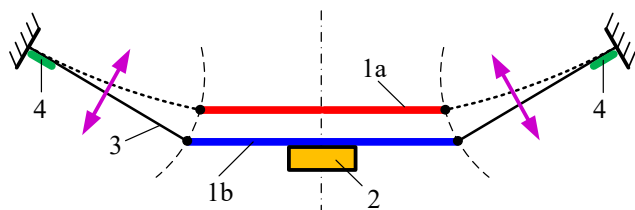


Фиг. 2.6 Симетричен СПФ-ПЕЕХ с два плъзгача. 1а и 1b - Нишка от СПФ; 2 - Нагревател; 3 - Плъзгач; 4 - Пружина; 5 - Пиезоелектричен слой.

При нагриването си нишката се скъсява и тъй като е закачена за плъзгачите 3 се придвижва нагоре, преодолявайки съпротивлението на пружините 4. Същевременно, при отдалечаването си от източника на топлина 2, нишката се охлажда, омеква и пружините връщат плъзгачите в първоначалното им положение, където започва ново нагриване на нишката. Променливият натиск върху пиезоелектричните слоеве 5 води до циклично генериране на електрични заряди. Недостатък на тази схема са наличието на сили на триене в плъзгачите, а също така и възможни разлики в тяхната позиция от гледна точка на симетричност.

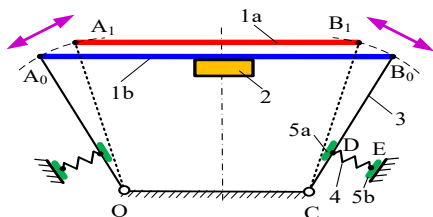
Вариант 3 На Фиг. 2.7 е показан симетричен СПФ-ПЕЕХ с две конзолни греди 3, който представлява модификация на механизма от вариант от Фиг. 2.4. Нагриването на нишката 1b води до нейното скъсяване (поз. 1а), деформация на конзолните греди и отдалечаване от източника, поради което тя се охлажда, удължава

се и се връща в изходно положение до източника за ново нагряване. Деформацията на гредите води до циклично генериране на електрически заряди. Този вариант е лишен от недостатъците на схемата на фиг.2.6.



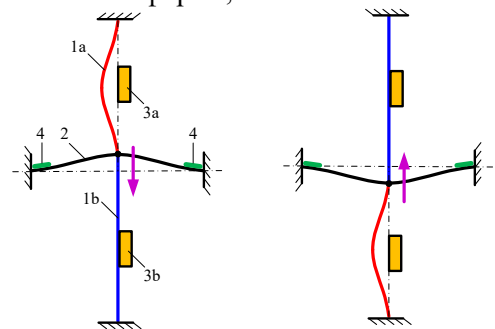
Фиг. 2.7 Симетричен СПФ-ПЕЕХ с две конзолни греди: 1а и 1b - Нишка от СПФ; 2 - Нагревател; 3 - Конзолна греда; 4 – Пиезоелектричен слой.

Вариант 4 При симетричният вариант с две кобилицы (Фиг. 2.8) нишката 1b в студено състояние опира в нагревателя 2 като еластичната сила на нишката се уравнива с редуцираната сила на пружината. В този момент кобилиците 3 са в положение OA_1 и CB_1 . След като нишката от СПФ се нагрее, еднопосочният ефект с памет на формата предизвиква скъсяването ѝ и завърта кобилиците в положения OA и CB , което води до вертикално преместване на нишката от СПФ.



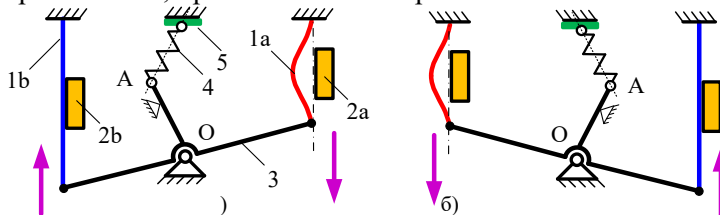
Фиг. 2.8 Симетричен СПФ-ПЕЕХ с две кобилицы.

Вариант 5 На фиг.1.9 е показана схема, в която две нишки от СПФ (поз.1а и 1b) имат обща точка на закрепване върху запъната в двата края еластична греда 2. Тази греда има бистабилно поведение, защото дължината ѝ е по-голяма от разстоянието между неподвижните опори. Гредата може да има две стабилни еластични форми, показани съответно на Фиг. 2.9а и Фиг. 2.9б.



Фиг. 2.9 СПФ-ПЕЕХ със запъната в двата края еластична греда и бистабилно действие: 1а и 1b - Нишка от СПФ; 2 – Еластична греда; 3а и 3b - Нагреватели; 4 – Пиезоелектричен слой.

Вариант 6 На фиг. 1.10 е показан вариант със завъртаща се кобилица с бистабилно действие. Механизмът има две крайни равновесни стабилни положения и едно равновесно нестабилно положение, съответстващо на съвпадането на оста на пружината с правата OA . Нагряването на нишката 1b води до нейното скъсяване и завъртане на кобилицата 3 по часовниковата стрелка, което води до опъване и приближаване на нишката 1а до нагревателя 2а, при което тя се нагрява.



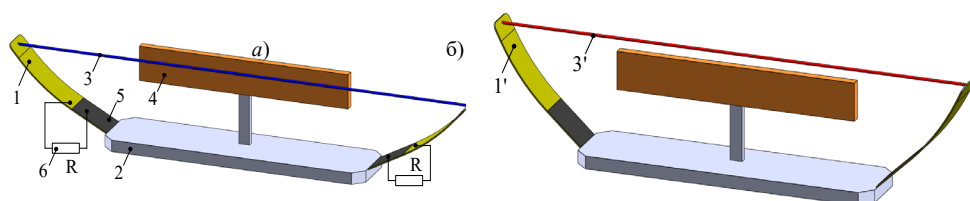
Фиг. 2.10 СПФ-ПЕЕХ с кобилица: 1а и 1b - Нишка от СПФ; 2а и 2b –нагреватели; 3 - Кобилица; 4 – Пружина; 5 – Пиезоелектричен слой.

2.2 Създаване на концептуален модел.

2.2.1 Първоначален избор на концептуален вариант

2.2.2 Определяне на параметрите подлежащи на изследване и моделиране

На базата на проучванията на техническото ниво на проблематиката, извършените теоретични изследвания



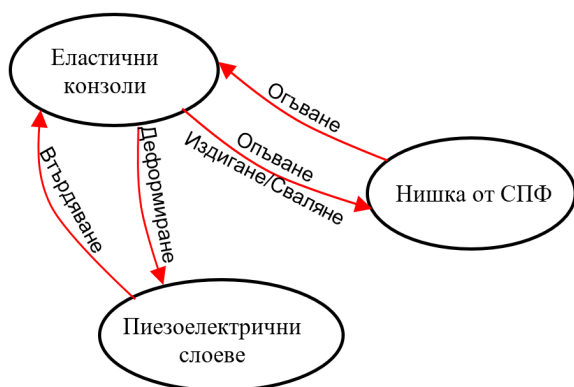
Фиг. 2.11 Конструктивна схема на термоелектричния енергиен комбайн а) студена нишка б) топла нишка;.

и получените експериментални резултати научният колектив стигна до следните изводи: За обект на концептуалното моделиране включващо теоретични и експериментални изследвания и тяхната валидация и верификация е приет термоелектричния енергиен комбайн от Фиг. 5.2 с две наклонени пиезоелектрични конзоли и сплав с памет на формата. Принципът на действие и първоначалните изследвания утвърдиха избраната конструктивна реализация показана на Фиг. 2.11. Концептуалният модел на избрания термоелектричен комбайн да включва досега изследваните области, характерни за реалния модел: механична, пиезоелектрична и топлинна.

2.2.2.1 Определяне на обектите, параметрите и променливите величини в механичната област

Обектите, които подлежат на изследване и може да бъдат отнесени към механичната област са двете конзоли, нишката от сплав с памет на формата и пиезоелектричните слоеве.

Конзолите са приети като еластични греди със съсредоточена маса в свободния им край. Прието е да не се отчитат влиянията на температурните промени върху механичните параметри на конзолите и по-конкретно е прието, че конзолите имат постоянна стайна температура. Прието е че преместванията на свободните краища на конзолите са малки и се извършават по прави перпендикулярни на недеформираното им изправено състояние. Другият обект включен в механичната област е нишката (струната) от СПФ. Това е винаги опъната нишка, която по природа е по-близка до поведението на струна. Приема се нишката да бъде със съсредоточена маса в двата краища и да притежава топлинно зависима (управляема) еластичност. Третият вид механичен обект са пиезоелектричните слоеве, които може да се разглеждат като част от пиезоелектричните греди, които генерират електричество при деформиране. Взаимодействията на обектите от механичната област са показани на Фиг. 2.12.



Фиг. 2.12 Взаимодействия на обектите от механичната област.

Механичните области тук граничат или по-точно се свързват с пиезоелектричната област в пиезоелектричните слоеве, а в нишката от СПФ с топлинната област като тези две области включват електричество и структурно-фазови изменения съпроводени от хистерезиси в топлинно и структурно-фазовата равнина. Изменението на кристалографската структура на СПФ от мартензит към аустенит се оценява чрез отношението на обема на мартензитно преобразуваната кристалографска структура спрямо цели обем на СПФ. Този важен показател е наречен относителна мартензитна фракция. Промяната на относителна мартензитна фракция във функция на температурата при СПФ е нелинейна и протича по различен начин при повишаване (нагриване) и при понижаване (охлаждане) на температурата. Това физично свойство във се нарича хистерезис. Появата на хистерезис в относителната мартензитна фракция, води до хистерезиси във всички останали характеристики на материала като модул на Юнг, механични напрежения, сили, премествания и деформации, когато се дефинират във функция на температурата.

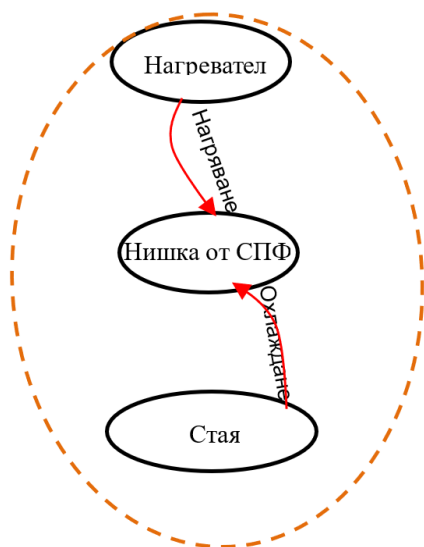
2.2.2.2 Определяне на обектите, параметрите и променливите величини в топлинната и електрическата области

Топлинната област обхваща следните обекти: нишка от СПФ, нагревател и околна среда (стая). Взаимодействията в топлинната област са показани на Фиг. 2.13.

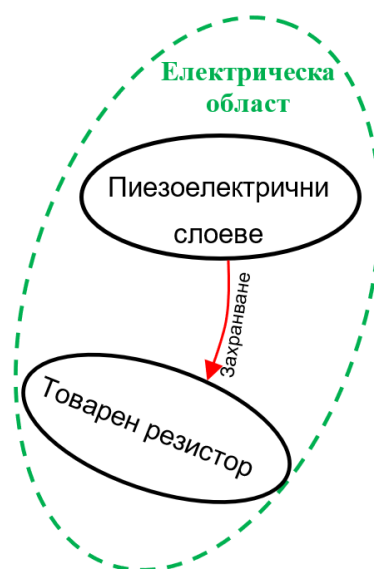
В електрическата област след като се приложи деформация на конзолите, те генерират напрежение в товарния резистор вследствие на пиезоелектричния ефект. Товарният резистор замества консуматор, който в общия случай ще има комплексно съпротивление. В случая е прието консуматорът да има само активно съпротивление и захранването му от пиезоелектричния слой да доведе до пренебрежимо малко затопляне.

2.2.2.3 Изграждане на цялостен концептуален модел на системата

Цялостният вид на концептуалния модел е показан на Фиг. 2.15. Докато механичната област има две сечения съответно с топлинната и електрическата област, то последните две имат само по едно сечение и не си взаимодействат по между си.



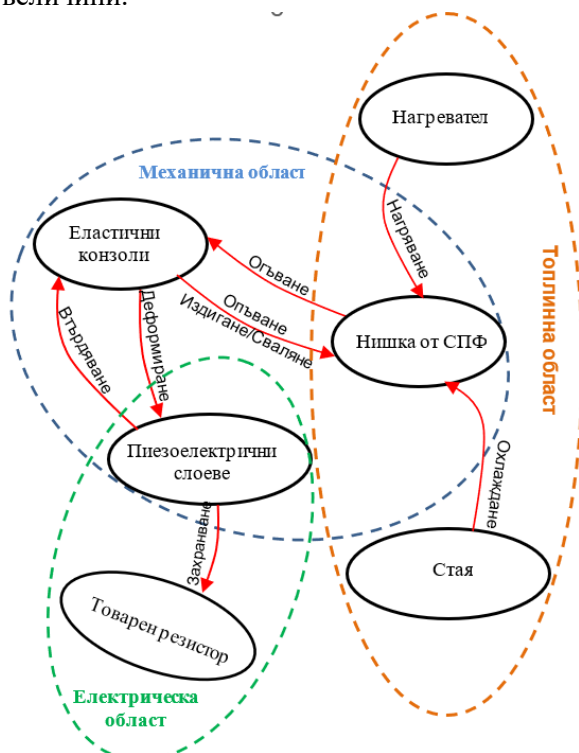
Фиг. 2.13 Взаимодействия в топлинната област.



Фиг. 2.14 Взаимодействия в електрическата област.

Два от обектите на топлинната област са извън механичната област, а електрическата област има само един обект извън сечението ѝ с механичната област. Най-много въздействия има върху еластичните конзоли и нишката от СПФ, като тези на конзолите са от една област, а нишката взаимодейства с две области.

В цялостния концептуален модел има още връзки, които тук са пренебрегнати. Например поддържането на постоянна температура на нагревателя от някакъв външен източник на енергия като електрически ток или светлината на слънцето, ще доведе до покачване на температурата в стаята, която при достатъчно дълго време ще се изравни с температурата на нагревателя. Това ще елиминира температурния градиент и ще доведе до прекратяване на действието на термоелектричния комбайн. В действителност функциите на комбайна ще се влошат и при намаляване на разликата между температурата на стаята и температурата на нагревателя. В случая се приема, че стаята има безкрайно голям обем и температурата ѝ е постоянна и по ниска от температурата на нагревателя. Така изграденият концептуален модел създава възможности за оценка на най-важните взаимодействия и техните връзки, а също така и за подбора на моделираните параметри и променливи величини.



Фиг. 2.15 Цялостен вид на концептуалния модел.

2.3 Преобразуване на концептуалния модел в изпълним модел

2.3.1 Математическо описание на модели

2.3.2 Съставяне на обобщена блок-схема на модела на енергийния комбайн

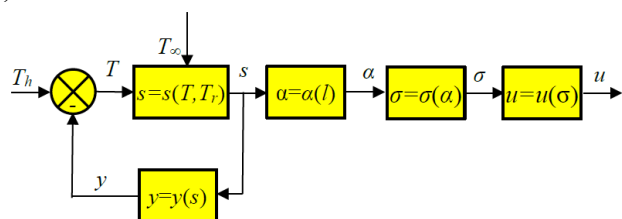
2.3.2.1 Блок-схема на енергиен комбайн без управление, преобразуващ единствено топлина в електрическа енергия

На Фиг. Фиг. 2.16 е показана блок схема на СПФ-ПЕЕХ от фиг. Фиг. 2.8, която съдържа почти всички преобразувания, но не включва управляващи звена. Пояснението на блок-схемата е следното: Температурата на нагревателя T_h нагрява нишката от СПФ до температура T и в зависимост от температурата на околната среда T_∞ предизвиква промяна на дължината ѝ s . Следва промяна на

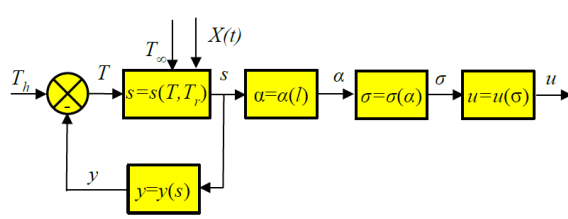
геометричния параметър α , който чрез еластичен елемент индуцира механично напрежение σ , преобразуващо

се чрез пиезоелектричния ефект в електрическо напрежение u . Блок-схема на хибриден енергиен комбайн без управление, преобразуващ вибрационна и топлинна енергия в електрическа енергия

Схемата е показана на Фиг. 2.16 се различава от тази на фиг. 2.16 по добавеното кинематично смущение $X(t)$.



Фиг. 2.17 Блок-схема на СПФ-ПЕЕХ, без управляващи вериги.



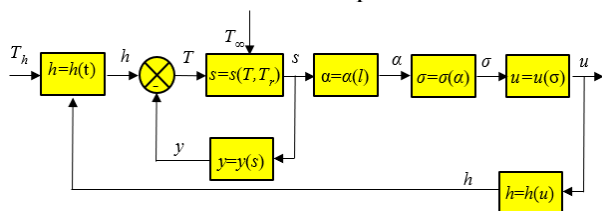
Фиг. 2.18 Блок-схема СПФ_ПЕЕХ без управление, преобразуващ вибрационна и топлинна в електрическа енергия.

2.3.2.2 Блок-схема на хибриден енергиен комбайн с управление, преобразуващ само топлинна енергия в електрическа енергия и управление в топлинната част

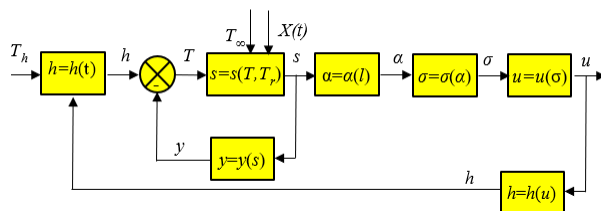
Тази блок-схема (Фиг. 2.18) се различава от тази на фиг. Фиг. 2.16 по включената обратна връзка за регулиране на силата на нагряване на нишката от СПФ, която може да се управлява, така че на изхода да се получи максимално възможното напрежение.

2.3.2.3 Блок-схема на хибриден енергиен комбайн с управление, преобразуващ вибрационна и топлинна енергия в електрическа енергия

Блок-схемата от Фиг. 2.19 се различава от горната по добавеното кинематично смущение $X(t)$. В общия случай енергийният комбайн може да се разглежда като управляема система с две обратни връзки и два входа топлинен и кинетичен или вибрационен.



Фиг. 2.19 Блок-схема на хибриден енергиен комбайн с управление по позиция на нагревателя, преобразуващ само топлинна в електричество.



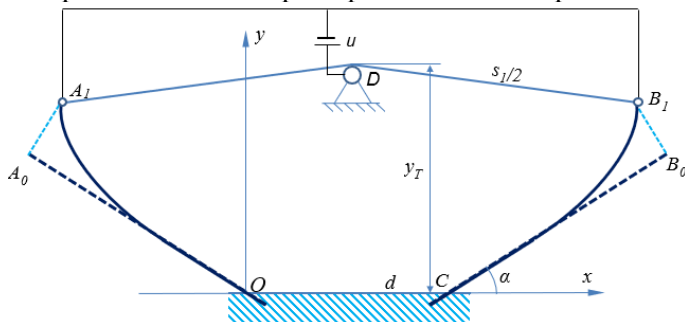
Фиг. 2.20 Блок-схема на хибриден енергиен комбайн с управление, преобразуващ вибрационна и топлинна енергия в електрическа енергия.

Посочените схеми не изчерпват разнообразието на подобен вид системи като ще стане по-ясно в следващите раздели на този труд.

2.3.3 Изследване на термоелектромеханичен резонатор с цел валидиране на модела СПФ-ПЕХ

2.3.3.1 Концептуален дизайн на термоелектромеханичния резонатор

За да се изследват основните вибрационни характеристики на модела на СПФ-ПЕХ е изграден термоелектромеханичен резонатор (ТЕМР), при който нишката от сплав с памет на формата се загрева чрез електрически ток т.е. чрез ефекта на Joule. Принципната схема на ТЕМР е показана на Фиг. 2.20.



Фиг. 2.21 Принципна схема на термоелектромеханичен резонатор (ТЕМР).

Механичната конструкция е същата като на СПФ-ПЕХ от Фиг. 5.2 с тази разлика, че нагревателят е премахнат, а вместо него в средата на нишката от СПФ в точка D е поставен неподвижен електрод, който контактува електрически с нишката. На двата края и в точка D на нишката се подава електрическо напрежение u както е показано на схемата. Протичащият през нишката от СПФ ток я загрева, поради което тя се свива (възстановява първоначалната си дължина). В резултат на свиването, конзолите се деформират и точки A_1 и B_1

се издигат вертикално. В момента в който точки A_1 и B_1 надминат височината u_T , контактът между нишката от СПФ и електродът D се прекъсва. Следва охлаждане на нишката от СПФ, защото през нея вече не тече ток. Охладената нишка е в мартензитната си фаза, поради което модулът на еластичност от се понижава. В резултат на полученото омекотяване на нишката, конзолите се връщат в първоначалното си положение и нишката отново се опира в неподвижния електрод и включва контакта в точка D . След това процесите описани по-горе се повтарят.

2.3.3.2 Математически модел на TEMP

Подробно описание математическия модел и неговото съставяне е направено в Глава 5 като основно е взет превит научния доклад [119] Тук за да не се избегне повторение, ще бъде пояснено накратко, че моделирането е базирано на уравненията на Лагранж-Максуел от втори род [120–123]. За целта първо са избрани механични, електрически и топлинни степени на свобода, определени са кинетичната и потенциалната енергии на системата като към тях са добавени еквивалентните кинетични и потенциали електромагнитни и топлинни енергии. След извода на уравненията за всяка степен на свобода са поучени свързаните мултифизични уравнения, които след понижаване на реда са придобили формата

$$\begin{cases} \dot{v} = \frac{1}{m} \left[\frac{C'}{2C^2(1-k_p^2)} q^2 - k(x + \delta x_1) - \frac{d_{33}K_a p_x C'}{C^2(1-k_p^2)} qx + \frac{d_{33}K_a p_x}{C(1-k_p^2)} q - \frac{K_a p_x}{(1-k_p^2)} x - \beta v + F_3 \right] \\ \dot{x} = v \\ \dot{q} = -\frac{1}{R_L} \left[\frac{1}{C(1-k_p^2)} q + \frac{d_{33}K_a p_x}{C(1-k_p^2)} x \right] \\ \dot{T} = \begin{cases} \frac{1}{\rho_s V_s c_p} [Ri^2 + A_s h_c (T_\infty - T)], & x \leq x_T \\ \frac{1}{\rho_s V_s c_p} A_s h_c (T_\infty - T), & x > x_T \end{cases} \end{cases} \quad (1.1)$$

Параметрите в уравненията са положителни константи, чийто физически смисъл е изяснен в Глава 5.

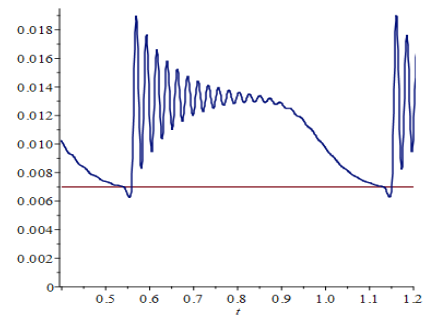
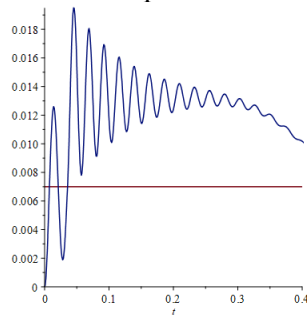
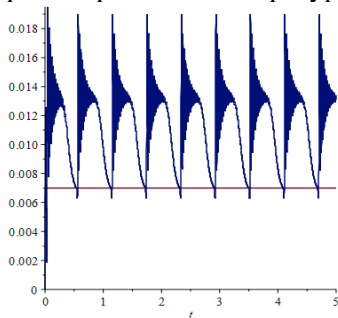
Системата (1.1) описва връзката между три обобщени физически координати преместването x , електрическият заряд q в пиезоелектричния преобразовател и температурата T на нишката. Поради понижението на реда механичната координата е описан с две диференциални уравнения от първи ред. От системата (1.1) е видно, че уравненията са свързани, което означава че във уравнението за преместването влизат електрически и топлинни величини, уравнението за заряда зависи от механични електрически и механични величини и в уравнението за температурата влиза преместването което е функция на заряда.

В горния модел са направени следните опростяващи предпоставки: Пренебрегнат е наклонът на нишката от СПФ, когато е опряна в електрода е точка D ; Пренебрегнато е изменението на съпротивлението в следствие на намаляване на контактния натиск в точка D . Пренебрегнато е изменението на съпротивлението на СПФ при повишаване на температурата.

2.3.3.3 Числени решения на математическия модел на TEMP

Съставена е програма за числено решение чрез неявен метод на Ойлер, като са използвани начални условия и част числени данни от таблица 1. Получени са резултатите показани на графиките по-долу. На Фиг. 2.21 е показана графиката на изменение на хоризонталното преместване x на конзолата. От графиката е видно, че след кратък преходен режим от около 0,4 s, (Фиг. 2.22) хоризонталното преместване на системата влиза в установен режим на движение (Фиг. 2.23) с период $\tau_x = 0.5914914843$ s, което е равнозначно на честота $f_{Tx} = 1.690641415$ Hz. Тази честота f_{Tx} съвпада с честотата на температурата, което е видно от Фиг. 2.25. Преместванията с тези честоти са нелинейни и отразяват температурните промени в системата. Те зависят от температурната конвекционна времеконстанта $\tau_T = \frac{\rho_s V_s c_p}{A_s h_c}$ и температурния градиент $k_T = \frac{Ri^2}{\rho_s V_s c_p}$. Поради тази причина за f_{Tx} е

приет терминът температурна честота или макрочестота.



Фиг. 2.22 Хоризонтално преместване x на конзолата.

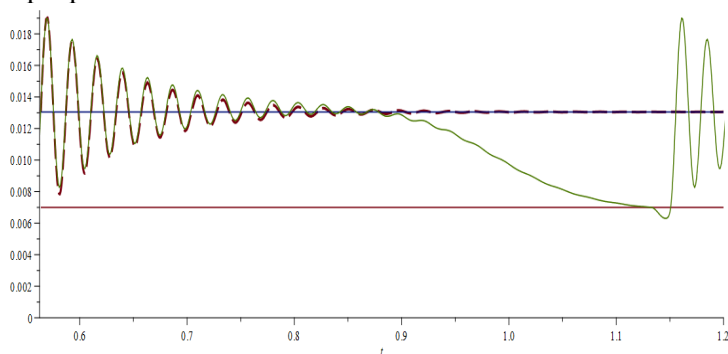
Фиг. 2.23 Преходен режим на преместването x .

Фиг. 2.24 Преместване на конзолата x в установен режим на движение.

Анализът на изменението на преместването на конзолата през установения режим (Фиг. 2.23) показва, че освен температурната макрочестота, съществува и микрочестота, която би трябвало да зависи от масовите и еластични параметри на системата. Микротрептенето или механичното трептене в общия случай е сложно модулирано и по честота, и по амплитуда [84]. Може да се изведат условията за определени случаи [124], при които тези трептения са постоянни и затихващи около постоянна равновесна стойност на $x = x_e$. За разглеждания пример (Фиг. 2.23) микротрептенията са апроксимирани с функцията

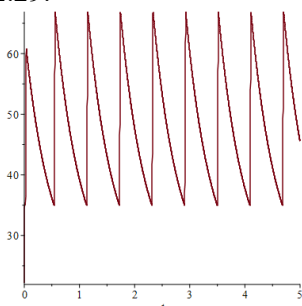
$$x_m = x_e + a_m e^{-\frac{\beta}{2m}(t-t_m)} \sin[\omega_m((t-t_m))] \text{ където } x_e=0.013, a_m=0.0065, \omega_m=1.49\sqrt{\frac{k_c}{m}}=268.3 \text{ s}^{-1}. \text{ Графично}$$

апроксимацията е показана на Фиг. 2.24. Чрез ъгловата честота ω_m е пресметната честотата на трептене $f_m = \frac{\omega_m}{2\pi} = 42,7 \text{ Hz}$. Резултатът показва, че честота на микротрептенията е 25.2 пъти по-висока от честотата на макротрептенията.

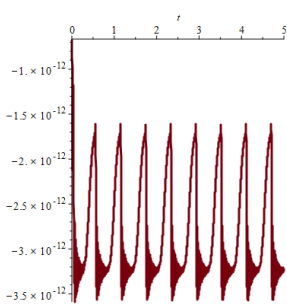


Фиг. 2.25 Апроксимация на микротрептенето на конзолата.

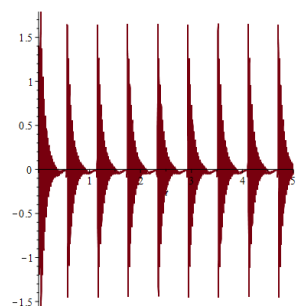
Важен извод е, че затихването на микротрептенията е постоянно и зависи само от параметрите на механичната част. Хистерезисът на нишката от СПФ не е повлиял или тук е незабележим, поради малката относителна деформация. Амплитудното модулиране се наблюдава едва след достатъчно голямо затихване на микротрептенията, но честотно модулиране видимо не може да се констатира от графиката Фиг. 2.24. На Фиг. 2.25 е дадено изменението на температурата T [°C] на нишката от СПФ, а на Фиг. 2.26 генерираният електрически заряд q [C]. Числените резултати за хоризонталните компоненти на v_x скоростта са изобразени графично съответно на Фиг. 2.27 и Фиг. 2.28. Фазов $v=v(a)$ портрет за разглежданото състояние е показан на Фиг. 2.29.



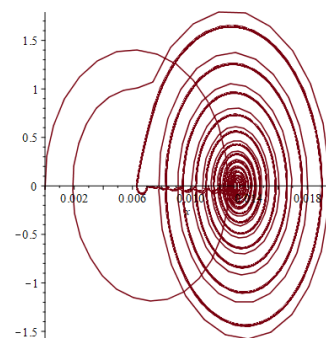
Фиг. 2.26 Температура на нишката от СПФ.



Фиг. 2.27 Електрически заряд на TEMP.



Фиг. 2.28 Хоризонтална скорост v_x на конзолата.



Фиг. 2.29 Фазов портрет $v=v(a)$.

2.3.3.4 Определяне на вибрационните параметри

Получените графики потвърждават очакваното поведение на термоелектромеханичния осцилатор. На базата на числените резултати може да се извърши една предварителна теоретична идентификация на параметрите като: собствени принудени честоти, температурни времекопстанти, декременти на затихване, коефициент на демпфериране, приведена маса и специфична топлина.

Получените теоретични резултати са имат още една важна стойност за анализиране и класифициране на вида на типа на сложната динамична система. Тъй като става въпрос за съчетаване на система с две собствени честоти на трептене разглежданите тук системи може да се причислят към тези с параметричен резонанс при наличие на голям хистерезис.

2.4 Публикации по Глава 2

Публикациите по Глава 2 включват две статии на международни конференции, индексирани в Scopus, които описват моделирането и параметричното изследване на термоелектромеханичния осцилатор както следва:

2.5 Заключение за резултатите от глава 2

В Глава 2 е извършен подробен литературен анализ на публикациите, при които се разглежда добив на енергия с помощта на умни материали. Разгледани са научни доклади описващи енергийни комбайни базирани на постоянни магнити, които в студено състояние за феромагнити, а при загряване губят магнитните си свойства и се превръщат във парамагнити. Друг характерен вид енергийни комбайни са използват магнитни сплави с памет на формата, за добив на енергия. В публикации в които са разгледани комбайните базирани на СПФ работят, само ако има температурни изменения във фиксирани точки от пространството, т.е. при наличието на температурни флуктуации. На базата на направения обзор бе установено, че енергийните комбайни, които използват пространствен температурен градиент, все още не са добре разработени и предлаганите тук принципи за добив на енергия са новост.

3 Глава Дефиниране на диапазоните на променливите величини

3.1 Определяне на диапазоните на възможните значения на параметрите на модела

3.1.1 Списък на означенията на съответните величини

3.2 Дефиниране на основните области на параметрите. Определяне на параметрите на взаимодействията на областите.

Дефинирането на областите на параметрите при удовлетворяване на определени изисквания на трептящите режими е извършено подробно по-долу в глава 3.

3.3 Определяне на независимите параметри и параметрите за синхронизиране на различните домейни.

Необходимостта от точното определяне на независимите параметри е важна стъпка в прецизирането на модела. В тази точка целта е да се определят възможните реални стойности на параметрите на базата на теоретични и експериментални изследвания. При първоначалните модели на термоелектромеханични осцилатори се забелязваха някои отклонения на експерименталните резултати от очакваните теоретични такива, като не можеше да се посочат реални причини. Това касаеше най-вече някои резултати, които при експерименталните измервания даваха признаци по-скоро на стохастични отколкото на детерминирани параметри. При това не се намираше никакво логично основание за този вид поведение.

3.3.1 Определяне на параметрите на конзолните греди

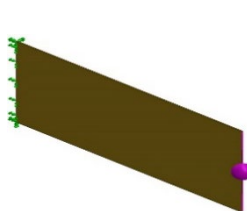
3.3.1.1 Модален анализ на конзолната греда

Модалният анализ на конзолната греда е извършен чрез метода на крайните елементи в програмата SolidWorks Simulation. Моделирана е месингова греда със следните размери: дължина 43 mm, ширина – 19.3 mm, дебелина – 0.2 mm. на Фиг. 3.1 а) е показан крайноелементният модел, а на Фиг. 3.1 б) изградената мрежа от крайни елементи тип тетраедър, като броят на елементите е 18286, а броят на възлите е 36257.

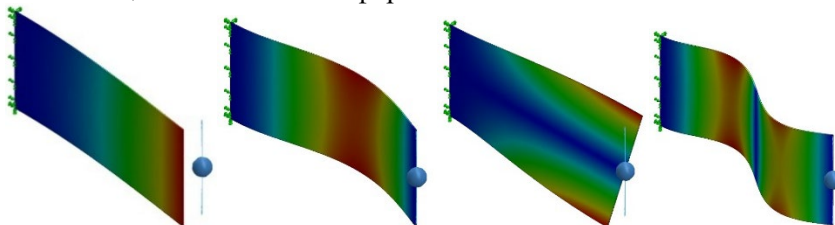
Извършен е модален анализ на гредата за два варианта:

Вариант 1: модален анализ на гредата без допълнително присъединено тяло. Резултатите за първите четири собствени форми са показани на Фиг. 3.2, а в Таблица 2 са показани собствените честоти, съответстващи на собствените форми.

Вариант 2: модален анализ на гредата с допълнително присъединено към края и тяло с маса 0.009 kg. Модел чрез крайни елементи е показан на Фиг. 3.3, като чрез сфера е показано мястото на разположението на присъединеното тяло. Резултатите за първите четири собствени форми са показани на Фиг. 3.4, а в Таблица 3 са показани собствените честоти, съответстващи на собствените форми.



Фиг. 3.1 Модел чрез метод крайни елементи на конзолна греда с тяло.



Фиг. 3.2 Собствени форми на конзолната греда с допълнително присъединено тяло.

Вижда, се че присъединяването на тяло в края на гредата много силно намалява първата собствена честота (от 61.78 Hz на 12.39 Hz), останалите собствени честоти също намаляват, но много слабо.

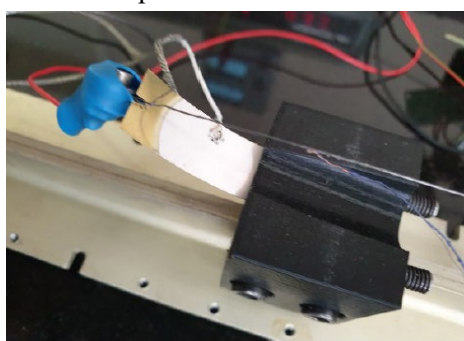
Верификация на получените резултати е извършена чрез сравнение на стойностите на получените чрез симулация първи собствени честоти с теоретично определените. За варианта на гредата без присъединено тяло

първата собствена честота f^I в [Hz] се определя по следната зависимост [125]:
$$f^I = \frac{3.5156}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{EJ}{w}},$$
 където:

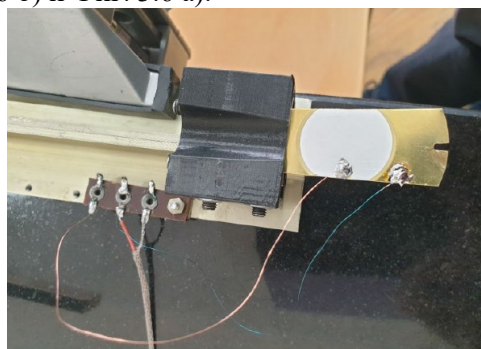
L – дължина на гредата, m; E – модул на еластичност на материала на гредата; J – геометричен инерционен момент на сечението на гредата, m^4 ; w – разпределена маса на гредата, kg/m. При следните стойности на константите $L=0.043$ m, $E=1.1 \times 10^{11}$ Pa, $J=1.287 \times 10^{-14}$ m^4 , $w=0.03279$ kg/m се получава $f^I = 62.9$ Hz което практически съвпада с определената чрез симулация първа собствена честота 61.8 Hz.

3.3.1.2 Изследване на окачването на конзолните греди

Първоначалните изследвания показаха, че за правилното функциониране на конзолните греди като еластични елементи и източници на пиезоелектрични заряди, трябва да се сведе до минимум демпферирането от страна на проводниците на пиезоелектричните слоеве. За целта конзолите бяха свързани с тънки проводници към неподвижни клеми на стойката. Запоеният екраниран кабел увеличаваше значително коефициентът на демпфиране на конзолите и водеше на промяна на еластичните коефициенти. Модифицираният и първоначалният вариант са показани съответно на Фиг. 3.6 б) и Фиг. 3.6 а).



а)

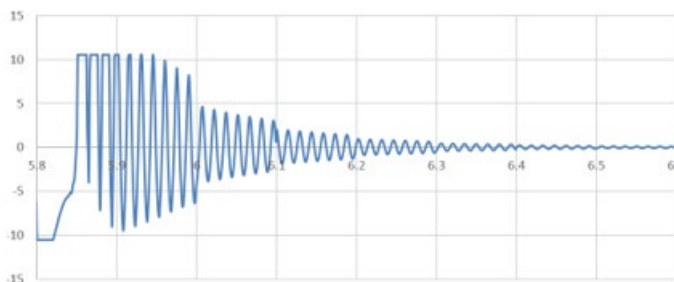


б)

Фиг. 3.3 Свързващи проводници на конзолата: а) директно чрез екраниран кабел; б) чрез междинни клеми и тънки изводи, запоени към електродите на пиезоелектричния слой.

В състоянието на конзолната греда, показано на фиг. Фиг. 3.6 б), без монтирана нишка от СПФ бяха проведени серии измервания собствената честота като конзолата се отклонява и е оставена да трепти свободно. В първоначалните сигнали се забелязаха стъпаловидни изменения на амплитудата (Фиг. 3.7). Тъй като една от възможните причина за това може да се крие в софтуера, се наложи да се преработи програмата на LabVIEW и да се преинсталира на друг лаптоп.

Следващите измервания се проведеха върху лявата конзола с добавена тежест от 9 gr в свободния край и бяха измерени сигнали с типична форма, показана на Фиг. 3.8. Първите няколко периода на затихващите трептения са получени с отрязана амплитуда, защото максималната стойност, която може да измери DAQ системата е 10 V. Освен че се забелязва експоненциално затихване, прави впечатление, че сигналът няма хармонична форма. За да се анализира този сигнал честотно, бе извършен FFT анализ, резултатите от който са показани на Фиг. 3.9. От тази фигура е видно, че има една доминираща честота 16,7 Hz, и още няколко близки ниски честоти.



Фиг. 3.4 Измерено напрежение от дясната конзола без натоварване и допълнителни тежести.

4 Глава Изследване на устойчивостта и условията за наличие на осцилиращи режими.

Устойчивостта на разглежданите термоелектромеханични системи, като и условията за съществуване на осцилиращи режими е тема на тази глава. Успоредно с решаването на тези задачи бе обърнато внимание а възможностите за оптимизиране. За тези цели бяха формулирани и две хипотези. Първа хипотеза, наречена физическа е, че ако съществува квазистационарно или стационарно топлинно поле с монотонно променлив пространствен температурен градиент е възможно да се създаде осцилираща механична система, чиято енергия

да се преобразува в електрическа. Втора хипотеза, наречена математическа е, че ако съществува и може да се дефинира функционал на качеството, на термоелектромеханичната система е възможно да се определят параметрите му в допустимите диапазони и при наличие на ограничения, така че да се постигне минимално значение на този функционал.

4.1 Параметри на системата при обратна връзка и осцилационен режим

На базата на проведените изследвания по-горе [84] се установи, че една електромеханична система, при която има взаимодействия основно между механична и топлинна области чрез сплав с памет на формата, може да се опише с обобщената система уравнения

$$\begin{aligned} m\ddot{y}(t) + \beta\dot{y}(t) + ky(t) &= \alpha l^{-1}E(T(t))(\Delta - y(t)) - mg, \\ \alpha\gamma^{-1}\dot{T}(t) + T(t) &= u, \quad y(0) = y_0, \quad \dot{y}(0) = 0, \quad T(0) = T_0, \quad t \geq 0. \end{aligned} \quad (4.1)$$

където y е изходната променлива, която характеризира количеството на механичната деформация с предположението че $0 < y_0 < \Delta$, T е температурата на материала, който се деформира при температури $0 \leq T_1^* \leq T_0 \leq T_2^*$, константите $m, \beta, k, \alpha, l, \Delta$ и γ са положителни и характеризират параметрите на топлинния енергиен комбайн, E е модулът на Юнг на деформируемия материал (нелинейна характеристика с хистерезис и насищане); и u е контролът за обратна връзка, като се използва променливата y ($u = u(y)$).

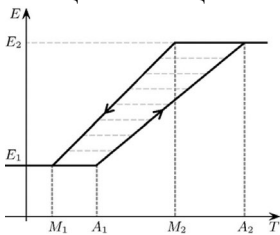
Модулът на Young E на материала с памет с форма, използван в комбайна за топлинна енергия зависи от температурата T и е описан [84] от нелинеен член с хистерезис и насищане *Фиг. 4.1* [126]. За да се опише математически този член, може да се използва предложеният подход в монографията [127]. За тази цел предписваме две частично прекъснати линейни характеристики за $E_{12}(T)$ и $E_{21}(T)$ с насищане чрез отношенията

$$E_{12}(T) = \begin{cases} E_1 & \text{if } T \leq A_1; \\ \frac{T - A_1}{A_2 - A_1}(E_2 - E_1) + E_1 & \text{if } T \in (A_1, A_2]; \\ E_2 & \text{if } T > A_2, \end{cases} \quad E_{21}(T) = \begin{cases} E_1 & \text{if } T \leq M_1; \\ \frac{T - M_1}{M_2 - M_1}(E_2 - E_1) + E_1 & \text{if } T \in (M_1, M_2]; \\ E_2 & \text{if } T > M_2. \end{cases}$$

Тук A_1, A_2, M_1, M_2, E_1 и E_2 са положителни константи, определени от физичните свойства на материалът с памет на формата и свързани помежду си чрез неравенствата

$$0 < A_1 < A_2, \quad 0 < M_1 < M_2, \quad M_1 < A_1, \quad M_2 < A_2, \quad 0 < E_1 < E_2.$$

Тук t_0 е началното време, $E(T(t_0)) \in \Gamma$ е началното състояние на хистерона и $\Gamma = [E_1, E_2]$ е набор от възможни хистеронни състояния. За произволни непрекъснати входове $T(t)$ изходът $E(T(t))$ може да бъде определен с помощта на специална гранична конструкция, описана в [4] стр. 28.

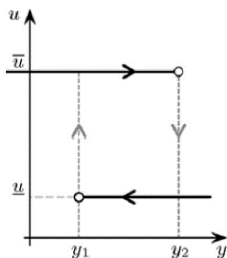


Фиг. 4.1 Форма на хистерезисната характеристика.

Като се вземе предвид, че изображението $E(T)$ може също да се разглежда като многозначно изображение $E: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ множества, зададени чрез отношенията

Всеки еднозначен клон на това съпоставяне „един към многото“, конструирано в съответствие с (4.1), (4.3) за дадени t_0 и $E(T(t_0))$ ще се нарича допустим селектор [128]. За всяка непрекъсната функция $T(t)$, съответният селектор е непрекъсната функция на променливата t , варираща в интервал $[E_1, E_2]$.

По силата на конструктивните характеристики на разглежданото устройство ще изберем управление под формата на бистабилен хистерезис $u = u_r(y(t)) = R(t_0, u(t_0), y_1, y_2)\{y(t)\}$,



Фиг. 4.2 Бистабилен хистерезис с обратна връзка.

където R е операторът, управляващ работата на превключвателя; y_1 и y_2 са прагови стойности, задоволяващи условието $0 < y_1 < y_2 < \Delta$; t_0 е началното време; $u(t_0) \in \Omega$ е началното условие за превключвател и $\Omega = \{u, \bar{u}\}$ е набор от възможни състояния на

превключване, с $u < \bar{u}$. Операцията за превключване може да бъде описана по следния начин:

Устойчивост на равновесните позиции при постоянно управление

Тъй като бистабилният хистерезисен превключвател се използва като първична обратна връзка за системата (4.6), на всеки интервал между две съседни времена $u^* \leq M_1$ на превключване на този ключ, управляващият сигнал е равен на една от двете постоянни стойности: $\bar{u}$ или $\underline{u}$. Затова нека първо да се проучи поведението на затворената система (4.6) при постоянен контрол $u \equiv u^*$, като приемаме, че следните условия са изпълнени за величината u^* :

Величината $u^* \geq A_2$ или матрицата $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k + \alpha l^{-1} E(u^*)}{m} & -\frac{\beta}{m} \end{pmatrix}$ има прост спектър.

По този начин нека $u \equiv u^*$. За този случай намираме точките на равновесие $x^* = (x_1^*, x_2^*, x_3^*)$ от системата (4.6) от съответната система от уравнения

$$\begin{aligned} 0 &= x_2^*, \\ 0 &= -\frac{k + \alpha l^{-1} E(x_3^*)}{m} x_1^* - \frac{\beta}{m} x_2^* - g + \frac{\Delta \alpha}{m l} E(x_3^*), \\ 0 &= -\gamma \alpha^{-1} (x_3^* - u^*). \end{aligned}$$

Тъй като

$$x_1^* (k + \alpha l^{-1} E(x_3^*)) = -mg + \alpha \Delta l^{-1} E(x_3^*), \quad x_2^* = 0, \quad x_3^* = u^*;$$

на базата на това е получено

$$x_1^* = \frac{-mg + \alpha \Delta l^{-1} E(u^*)}{k + \alpha l^{-1} E(u^*)}, \quad x_2^* = 0, \quad x_3^* = u^*, \quad x_1^* = \Delta - \frac{mg + k\Delta}{k + \alpha l^{-1} E(u^*)}, \quad x_2^* = 0, \quad x_3^* = u^*.$$

1. Нека стойността u^* удовлетворява условията (4.11). Тогава равновесното положение (4.13) на системата (4.12) е глобално асимптотично стабилна.

Доказателство. Използвайки промяната на променливите z_i $z_i = x_i - x_i^*$ ($i = 1, 2, 3$), в система (4.12) да се превключи към вариационната система

$$\begin{aligned} \dot{z}_1(t) &= z_2(t), \\ \dot{z}_2(t) &= -\frac{k + \alpha l^{-1} E(u^* + z_3(t))}{m} z_1(t) - \frac{\beta}{m} z_2(t) - \frac{k\Delta}{m} - g + \frac{k + \alpha l^{-1} E(u^* + z_3(t))}{m} \frac{mg + k\Delta}{k + \alpha l^{-1} E(u^*)}, \\ \dot{z}_3(t) &= -\gamma \alpha^{-1} z_3(t). \end{aligned} \quad (4.14)$$

Тъй като $\mu = \frac{mg + k\Delta}{k + \alpha l^{-1} E(u^*)} \frac{\alpha}{lm} L|z_3(0)|$ съществува неравенство $\|z(t)\| \leq \|\bar{z}(t)\| + |z_3(t)|$, е видно, че системата (4.15) и следователно системата (4.14) са глобално асимптотично стабилни. По този начин точката на равновесие (4.13) на система (4.12) е глобално асимптотично стабилна. **Така теоремата е доказана.**

4.1.1 Избор на параметрите на контролера

Да предположим, че следното условие е изпълнено по отношение на параметрите на системата (4.1).

Условие 1. Като се вземат предвид резултатите в Разд. 2.1.2, се избират следните параметри $\Delta - \frac{mg + k\Delta}{k + \alpha l^{-1} E_1} > 0$ в система (4.7):

$$\underline{u} < M_1, \quad \bar{u} > A_2, \quad y_1 > \Delta - \frac{mg + k\Delta}{k + \alpha l^{-1} E_1}, \quad y_2 < \Delta - \frac{mg + k\Delta}{k + \alpha l^{-1} E_2}. \quad \text{Въведени са означенията:}$$

$$\underline{x}_1 = \Delta - \frac{mg + k\Delta}{k + \alpha l^{-1} E(\underline{u})}, \quad \bar{x}_1 = \Delta - \frac{mg + k\Delta}{k + \alpha l^{-1} E(\bar{u})}. \quad (4.27)$$

Теорема 2. Нека условие 2.1 е изпълнено и нека параметрите на контролера (4.4), (4.5) удовлетворяват неравенствата (4.26). Тогава променливата на състоянието $x_1(t)$ за всяко решение $x(t)$ на система (4.7) достига стойностите y_1 и y_2 безкрайно много пъти в интервала на съществуване на това решение.

В следващия раздел, се извеждат условията, гарантиращи, че за даден избор на параметрите на контролера, решенията на система (4.7) съществуват по цялата положителна полуправа и тези решения са осцилиращи.

4.1.2 Наличие на осцилационни режими

Нека $x(t)$ е произволно решение на система (4.7). Разглежда се функцията

$$H(t) = H(x(t)) = mx_2^2(t) + k(x_1(t) + mgk^{-1})^2 + F(t)(x_1(t) - \Delta)^2, \quad (4.28)$$

където $F(t) = \alpha l^{-1} E(x_3(t))$ е една абсолютно непрекъсната функция за подходящ селектор на изображението един към много $E(t)$. Нека $f(t)$ е [6] стр. 26 обобщената (слаба) производна на функцията $F(t)$ почти навсякъде непрекъсната на множеството $[0, \infty)$ и такава, че $\int_s^t f(\tau) d\tau = F(t) - F(s)$

за всички $t \geq s \geq 0$. Тогава функцията $h(t) = 2mx_2\dot{x}_2 + 2(kx_1 + mg)x_2 + 2F(t)(x_1 - \Delta)x_2 + f(t)(x_1 - \Delta)^2$ е слаба производна на функцията $H(t)$. С други думи

Лема 1. Нека предположенията на Теорема 2 бъдат изпълнени за система (4.7). Освен това се приема че за някакво решение $x(t)$ на тази система са изпълнени следните условия по време на $t=s_1$, $t=p$ и $t=s_2$:

Лема 2. Нека предположенията на теорема 2 и неравенството

да бъдат удовлетворени за система (4.7). В допълнение, да приемем, че за някакво решение $x(t)$ на система (4.7) има неравенството $H(s) \geq H^*$, където $t = s$ е времето за превключване на контрола с $x_1(s) = y_1$. Тук

$$H^* = \max \left\{ \left(\frac{2\beta C_3 C_4 / \bar{t}_1^*}{1 - E_2/E_1 + \beta C_3^2 / \bar{t}_1^*} \right)^2, \frac{C_4^2}{C_3^2} \right\}, \quad C_3 = \sqrt{\frac{E_1}{E_2(k + \alpha l^{-1} E_2)}}, \quad C_4 = \frac{mg}{k} + \Delta + y_1.$$

Тогава неравенството $H(p) \leq H(s)$ важи за това решение, където $t = p$ е следващото управляващо превключване време с $x_1(p) = y_2$. Доказателството е направено

Лема 3. Нека системата (4.7) удовлетворява предположенията на теорема 2 и неравенството (4.35). Нека $x(t)$ е някакво решение на система (4.7), при което има неравенство $H(0) \leq H^*$. След това оценката $H(s) \leq H^*$, където $H^* = E_2 H^* / E_1$, важи за това решение при всички времена на превключване на управление $t = s_i$ ($i = 1, 2, \dots$) такава, че $x_1(s_i) = y_1$.

Доказателството на лема 3 ще е извършено чрез индукция по индекса i .

Теорема 4. Нека предположенията на теорема 2 и неравенството (2.35) да бъдат изпълнени за система (2.7). Нека $x(t)$ е произволно решение на система (2.7) с $H(t) \leq \frac{E_2}{E_1} H(0) \leq \frac{E_2}{E_1} H^* = H^*$. Функцията $H(t)$ е ограничен по това решение и има следната оценка: $H(t) \leq H_{\max}$, $H_{\max} = (E_2/E_1)^2 H^*$.

Лема 4. Нека $u^* \in \{\bar{u}, \underline{u}\}$. Тогава за всеки допустим селектор $\bar{\varphi}(t)$ важи следната оценка

за всички $t > s \geq 0$ за решението на система (4.24):

$$\|\bar{z}(t)\| \leq \left(\tilde{\eta}_* \|\bar{z}(s)\| + \frac{2\tilde{\mu}\tilde{\eta}_*\theta}{|\rho_* - (\gamma/\alpha)|} \right) e^{-\tilde{\rho}_*(t-s)},$$

където $\tilde{\rho}_* = \min\{\rho_*, \gamma/\alpha\}$, $\theta = \max_{\substack{i \in \{1,2\} \\ u^* \in \{\underline{u}, \bar{u}\}}} \{|T_i^* - u^*|\}$, $\tilde{\mu} = \frac{mg + k\Delta}{k + \alpha l^{-1} E_1} \frac{\alpha}{lm} L$

и константата $\tilde{\eta}_*$ е определена. Тук се определят константите $\tilde{\rho}_*$, ρ_* и $\tilde{\eta}_*$ в зависимост от стойността на u^* .

Теоремата е доказана : на базата на аргументите в разд. 2.1.2

Теорема 5. Нека предположенията на теорема 2 бъдат изпълнени и неравенството (4.35) важи за системата със затворен контур (4.7). Тогава за всяко начално условие (4.8) съответното решение на система (4.7) е осцилационен режим с параметри t_1^* , t_2^* , y_1 и y_2 .

4.1.3 Ограничения за началните условия

Нека да се изясни какви допълнителни ограничения трябва да бъдат наложени върху началните условия на системата (4.7), така че да се гарантира, че променливата $x_1(t)$ в съответните решения принадлежи на интервала (κ, Δ) за всички $t \geq 0$ за някои $\kappa \leq 0$. Първо, ще покажем, че съществува $\kappa \leq 0$, така че за всяко начално условие $x_1(0) \in (0, \Delta)$ неравенството $x_1(t) > \kappa$ важи за всички $t \geq 0$. Наистина, това беше показано в Раздел. 4, че всяко решение $x(t)$ на система (4.7) отговаря на оценката $H(x(t)) \leq H_{\max}$. Въпреки това, като се има предвид формата (4.28) на функцията $H(x(t))$, заключаваме, че съществува $c > 0$ такава, че $|x_1(t)| < c$ за всички $t \geq 0$. Сега, достатъчно е да зададем $\kappa = -c$.

Теорема 6. Нека предположенията на теорема 2 бъдат изпълнени и неравенството (4.35) важи за затворена система (4.7). Освен това нека неравенството $(m^2 a^2 k^{-1} + \alpha l^{-1} E_2 \Delta^2) \nu_0 < k(\Delta + mgk^{-1})^2$, е в сила, където $\nu_0 = \max\{H_{\max}/H_0, 2\}$, $H_0 = 4mg\Delta E_1/(k + E_1)$,

и ζ_+ е положителен корен на квадратичния трином

$$p(\zeta) \equiv k\nu_0(\zeta + mgk^{-1})^2 + \alpha l^{-1} \nu_0 E_2 (\zeta - \Delta)^2 - k(\Delta + mgk^{-1})^2.$$

Тогава решенията $x(t)$ на система (4.7) удовлетворяват оценката $x_1(t) < \Delta$ за всички $t \geq 0$ при условие $x_1(0) \in (0, \zeta_+)$.

Доказателството на теоремата е дадено е дисертацията.

Теорема 7. Нека са изпълнени предположенията на теорема 2 и нека неравенствата (4.35) и (4.45) са в сила за системата със затворен контур (4.7). След това за всяко първоначално условие

$$x_1(0) = y_0, \quad x_2(0) = 0, \quad x_3(0) = T_0 \quad (0 < y_0 < \zeta_+, \quad 0 \leq T_1^* \leq T_0 \leq T_2^*)$$

съответното решение на система (4.7) е осцилационен режим с параметри t_1^* , t_2^* , y_1 и y_2 ,

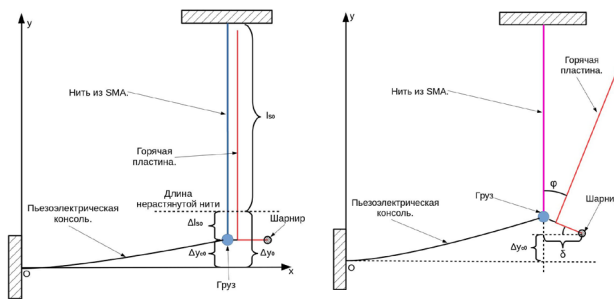
4.1.4 Търсене на периодични режими чрез числено моделиране

Тук обектът на изследване е представен в по-конкретизирана физична среда спрямо предишния раздел. За целта се изследва идеализиран обект (енергиен комбайн) със свойства близки до реалните такива и конкретизирани физични величини.

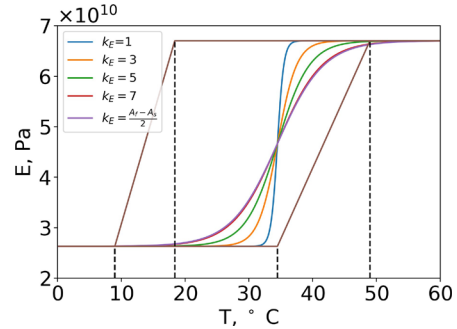
В комбайните често се използват т. нар. сплави с памет на формата - виж [8], [24]. Разгледан е математическият модел на такъв комбайн, предложен в [14]. Задачата е да се намерят параметрите на този модел, при които установката да генерира полезна енергия.

4.1.5 Описание на енерго-добиващата установка и постановка на задачата.

Разглежда се термоелектромеханична установка за преобразуване на топлинната енергия в електрическа. Инсталацията се състои от нишка, от СПФ, пиезоелектрическа конзола и нагревателна пластина. (Фиг. 4.3).



Фиг. 4.3 Енергиен комбайн: а) нишката е охладена; б) нишката е гореща.



Фиг. 4.4 Модул на Юнг за СПФ.

Подобна конструкция е предложена в [49]. За да генерира използвана енергия, системата трябва да работи в периодичен режим: първо, студената нишка (виж фигура 1а) се нагрява и свива (поради свойствата на материала с форма на паметта), в резултат на което горещата пластина се отклонява (виж фигура 1б). Уравненията на модела са следните:

$$\begin{cases} \dot{T} = -\frac{h_c \cdot A_c}{\rho \cdot A \cdot c_p} (T - T_\infty - T_{hp}(\varphi)) \\ \dot{y}_1 = y_2 \\ \dot{y}_2 = -\frac{1}{m} (k_c y_1 + \beta(y_1) y_2 - F_{SMA}(T, y_1) + mg). \end{cases} \quad (4.51)$$

Тук T е температурата на нишката, y_1 е положението на товара (y на фиг. 1а), y_2 е скоростта на товара. Всъщност първото уравнение е уравнението за топлопроводимост, което описва промяната в температурата на нишката, а второто е уравнението на осцилатора, което описва промяната в положението на тежестта.

Забележка 1. Ще търсим само решения, които съответстват на непрекъснатата дясна част, затова поставяме $\beta = \text{const}$ и ще отхвърлим решения, които не удовлетворяват неравенството (4.56).

Забележка 2. При изпълнение на неравенствата

$$y_{c0} < y_1(t); \phi(y_1(t)) < \phi_m \quad \forall t \quad (4.57)$$

дясната част на уравнения (1) е гладка (виж. (4.53)). Ще разглеждаме само такива решения.

Забележка 3. Параметрите M_s , M_f не се използват в модела, тъй като примката на хистерезиса се заменя с нелинейна характеристика (виж по-горе).

Целта е да се определят стойностите на параметрите, при които възникват автотрептения в системата (4.51).

Тук стойността на параметъра Δy_0 е избрана в съответствие с максималното възстановимо удължение, което за нитинол е $\varepsilon = 0,067$, виж [18] (тъй като се предполага, че удълженията на нишките са малки, разглеждаме малко от половината от максимално допустимия диапазон на удължение).

На варираните параметри са наложени следните ограничения: $0.01 \leq \delta \leq 0.3$, $10 \leq k_c \leq 300$, $0.005 \leq \beta \leq 10$, $10^{-4} \leq r \leq 10^{-3}$, $0.01 \leq m \leq 1$, $0.1 \leq l_{s0} \leq 1$

Началните условия за системата са следните: $T(0) = T_\infty$, $y_1(0) = \Delta y_{c0}$, $y_2(0) = 0$.

Така стигаме до формалната постановка на задачата:

Задача. Дадена е система от уравнения (4.51), (4.52), (4.53), (4.54), (4.55), известни са стойностите на параметрите. Необходимо е да се намерят стойностите на параметри δ , k_c , β , r , m , l_{s0} , отговарящи на ограниченията (4.58), за които има автотрептения в системата (тоест орбитално асимптотично устойчиви периодични решения), и при началните условия (4.59) решението удовлетворява неравенства (4.56), (4.57).

4.1.6 Еволюционно търсене

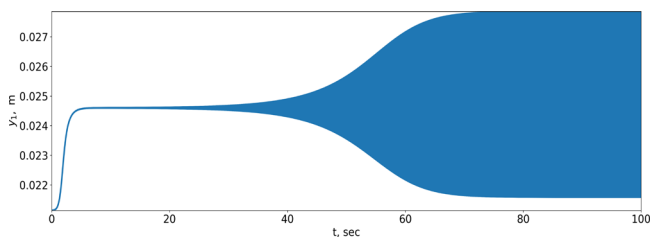
Нека да намерим стойностите на параметрите, които осигуряват автотрептения. За това използваме числено симулиране и метода на рояка частици [28]. Като метод за числено моделиране ще използваме явния метод на Рунге-Кута от четвърти ред с постоянна стъпка. Численото интегриране ще се извърши на интервала $[0, 100]$ s със стъпка 10^{-3} s. Частиците ще бъдат набор от стойности на параметри $\delta, k_c, \beta, r, m, l_{s0}$. По-нататък частиците ще се означават с P , тоест $P=(\delta, k_c, \beta, r, m, l_{s0})$.

Нека N_{max} е броят на точките от локалния максимум $y^P(t_k)$ в интервалът на интегриране $[0, 100]$, N_{min} - броят на точките от локалния минимум; $M_1, \dots, M_{N_{max}}$ - максимуми, $m_1, \dots, m_{N_{min}}$ са минимуми. Да разгледаме функционала:

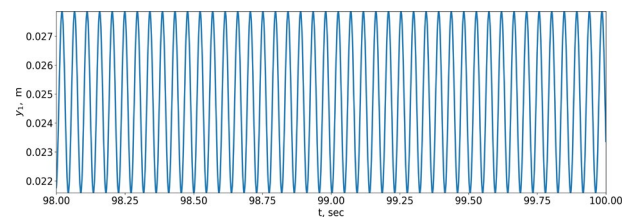
$$J(y^P(\cdot)) = - \left(\frac{\sum_{i=1}^{N_{max}} M_i}{N_{max}} - \frac{\sum_{i=1}^{N_{min}} m_i}{N_{min}} \right) \cdot N_{max}.$$

Всъщност функционалът J е аналог на произведението на средната амплитуда на вибрациите и честотата. Функционалът J представлява фитнес функцията. В този случай е необходимо да се вземе предвид изискването за гладкост на дясната страна (виж забележка 2), както и максимално допустимото разтягане на нишката. Съгласно забележка 1, дясната страна ще бъде непрекъсната, ако $y_1(t) < \Delta_{y0}$. За да поддържаме нишката постоянно опъната, въвеждаме допълнителна прагова стойност и търсим само онези решения, за които $\Delta y_0 - y_1(t) > \varepsilon_1 l_{s0}$, където $\varepsilon_1 > 0$. В този случай максималното разтягане на нишката е ограничено, т.е. позицията на товара трябва да отговаря на неравенството $\Delta y_0 - y_1(t) \leq \varepsilon_2 l_{s0}$.

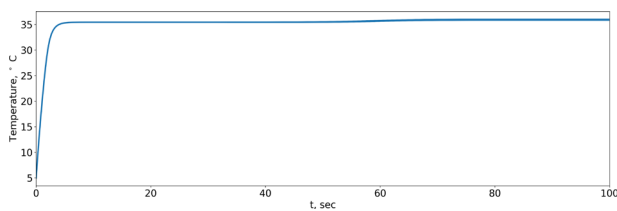
Използвайки метода на рояка частици с посочената фитнес функция, беше възможно да се намерят стойностите на параметрите, които осигуряват периодичното движение на системата. Тези параметри са както следва: $\delta=0.0186$, $k_c=300$, $\beta=0.065$, $r=10^{-4}$, $m=0.1$, $l_{s0}=1$. Резултатите от моделирането на системата с тези параметри са показани на Фиг. 4.5, Фиг. 4.6, Фиг. 4.7, Фиг. 4.8.



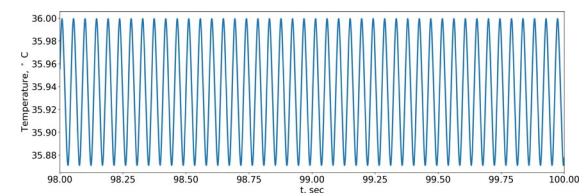
Фиг. 4.5 Трептения на товара за целия интервал на интегриране.



Фиг. 4.6 Трептения на товара в установен режим.



Фиг. 4.7 Трептения на температурата в интервала на интегриране..



Фиг. 4.8 Трептения на температурата в установен режим.

Решението удовлетворява неравенството от забележка 2, така че гладкостта на дясната страна не се нарушава.

4.1.7 Минимизиране на честотата на вибрациите.

По-горе определихме стойностите на параметрите, при които възникват автотрептения в системата. Тези вибрации обаче имат честота около 21 Hz и амплитуда на ъгъла φ около 17° . В този случай дължината на нишката е 1 m и тази дължина съвпада с дължината на горещата пластина. На практика е трудно да се използва такъв режим на работа на инсталацията. За практическо приложение на инсталацията е желателно да се осигури честота 1-2 Hz. От друга страна, високата честота на трептения при определените параметри е очаквана, тъй като стойността на фитнес функцията намалява с увеличаване на честотата. Можем да разгледаме друга фитнес функция, която има минимум при необходимата честота на вибрациите:

$$J(y^P(\cdot)) = - \left(\frac{\sum_{i=1}^{N_{max}} M_i}{N_{max}} - \frac{\sum_{i=1}^{N_{min}} m_i}{N_{min}} \right) \cdot e^{-[f_d(t_{end}-t_{start})-N_{max}]^2}, \quad (5.61)$$

където f_d е желаната честота на трептене в Hz, t_{start} и t_{end} са началото и края на времеия интервал, през който се извършва численото интегриране. Функционалът (4.61) приема минимална стойност при честота, съвпадаща с f_d (ако стойностите на M_i , m_i са фиксирани). Следва да се обърне внимание, че уравненията за позицията на товара (4.51) всъщност са уравненията на хармоничен осцилатор с тази разлика, че коефициентът на y_1 от дясната страна за y_2 (който съответства на собствената честота на системата) не е постоянна и зависи от температурата T .

Твърдение 1. За функцията (4.63) при ограничения (4.64) и $0 \leq \gamma \leq \varepsilon_2, \varepsilon_2 > 0$ е справедливо неравенството

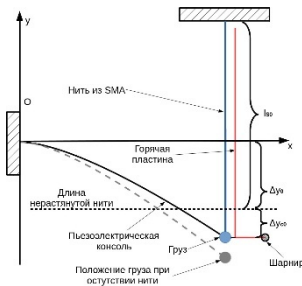
$$\Phi(m, k, r, l) \geq \frac{g}{\varepsilon_2 l}.$$

Доказателство на твърдение 1 е направено.

Твърдение 2. Нека в задачата (4.63), (4.64) коефициентите $\gamma < 0, \varepsilon_2 > 0$. Тогава за всяко m, k, r, l удовлетворяващо ограничения (4.64) е в сила неравенството:

$$\Phi(m, k, r, l) \geq \frac{g}{l(\varepsilon_2 - \gamma)} + \frac{\pi r^2}{l m} \left(E_a - E_m \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_2 - \gamma} \right) = \Phi^*. \quad (4.65)$$

Това означава, че отрицателните стойности на γ , за да се сведе до минимум честотата на вибрациите. Тъй като по дефиницията на γ , $\Delta y_0 = \gamma l_{s0}$, физически това съответства на закрепването на конзолата неразтегната нишка. В този случай товара се носи от конзолата, а не от нишката (виж Фиг. 4.9).



Фиг. 4.7 Енергиен харвестер при $\Delta y_0 < 0$.

Така са определени стойностите на параметрите на модела, които осигуряват автотрептения с необходимата честота.

4.1.8 Подробности за реализацията на оптимизацията

За да се намери приблизително решение на системата от диференциални уравнения, беше използван класическият метод на Рунге-Кута от четвърти ред с постоянна стъпка.

В заключение може да се каже, че е разгледан моделът на термоелектрически харвестер. За този модел се установени стойностите на параметрите, при които възникват автотрептения. В този случай стойностите на параметрите на нишката съответстват на реалната нитинолова сплав..

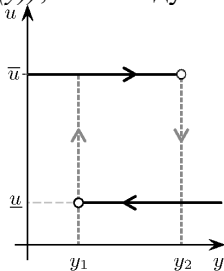
4.1.9 Въведение и постановка на уточнения вид на задачата

В статията [29] е разгледана нелинейна система за управление:

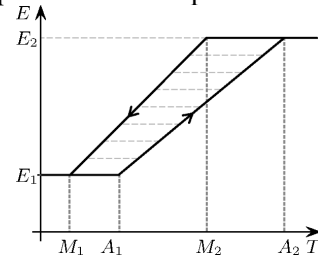
$$m\ddot{y}(t) + \beta\dot{y}(t) + ky(t) = \alpha l^{-1} E(T(t)) (\Delta - y(t)) - mg, \quad (4.71)$$

$$\alpha \gamma^{-1} \dot{T}(t) + T(t) = u$$

Система (4.71) е опростен модел на харвестер за топлинна енергия [8], където се използват следните означения: y е изходна променлива, характеризираща деформацията на материал с памет с форма [30] с $0 < y < \Delta$; T е температурата на материала с $T_0 > 0$; положителните числа $m, \beta, k, \alpha, l, \Delta$ и γ са физически параметри на харвестера за топлинна енергия; g е земното ускорение; u е управлението на обратната връзка на изхода ($u = u(y)$); и E е модул на Юнг, който се описва с нелинейна характеристика с хистерезис и насищане (Фиг. 4.15).



Фиг. 4.14 Управление с обратна връзка.



Фиг. 4.15 Характеристика на $E(T)$ с хистерезис.

Задача. Необходимо е да се намерят ограничения за числовите параметри $m, k, \alpha, l, \beta, \Delta$ и γ на система (4), както и за параметрите y_1, y_2, u и u на контролера (4.73), при които съществува периодично решение (периодичен режим) в затворената система (4.75).

Периодичен режим в система с програмирано управление

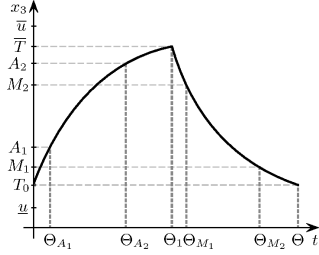
Разделяме решението на задачата за съществуването на периодично решение в система (4.75) на няколко стъпки. Първо, изследваме съществуването на периодично решение на система (4.74) с програмираното управление:

$$u_p(t) = \begin{cases} \bar{u} & \text{if } t \in [q\Theta, q\Theta + \Theta_1) \\ \underline{u} & \text{if } t \in [q\Theta + \Theta_1, q\Theta + \Theta_1 + \Theta_2), \end{cases} \quad q = 0, 1, 2, \dots; \quad \Theta_1 + \Theta_2 = \Theta. \quad (4.78)$$

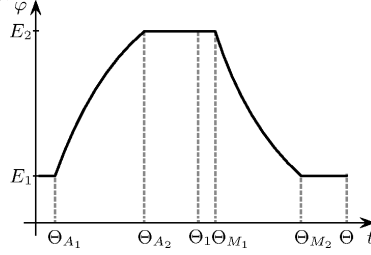
Тук $\underline{u}$, Θ_1 и Θ са положителни параметри на програмираното управление. Да разгледаме задачата за намирането на стойности на управляващи параметри, гарантиращи съществуването на периодично решение на затворената система (4.74), (4.79). Първо, това управление $u(t)$ е по части непрекъсната постоянна Θ -периодична функция. Нека покажем, че уравнението:

$$\dot{x}_3(t) = -\frac{\gamma}{\alpha}(x_3(t) - u_p(t)) \quad (4.80)$$

Фиг. 4.16 и Фиг. 4.17 схематично изобразяват функциите $x^\Theta(t)$ и $\varphi(t)$ за $t \in [0, \Theta]$.



Фиг. 4.16 Графика на функцията $x(t)$.



Фиг. 4.17 Графика на функцията $\varphi(t)$.

Теорема 8. Нека параметрите $\underline{u}$, $\underline{u}$, Θ_1 , и Θ на програмираното управление (4.69) за системата (4.64) удовлетворяват следните условия:

Имаме неравенствата

$$M_1 < \underline{T} = \frac{\underline{u}(1 - e^{-\gamma(\Theta - \Theta_1)/\alpha}) + \bar{u}(1 - e^{-\gamma\Theta_1/\alpha})e^{-\gamma(\Theta - \Theta_1)/\alpha}}{1 - e^{-\gamma\Theta/\alpha}},$$

$$A_2 > \bar{T} = \frac{\bar{u}(1 - e^{-\gamma\Theta_1/\alpha}) + \underline{u}(1 - e^{-\gamma(\Theta - \Theta_1)/\alpha})e^{-\gamma\Theta_1/\alpha}}{1 - e^{-\gamma\Theta/\alpha}}.$$

Условие (4.93) се изпълнява.

Тогаво съществува единствено периодично решение $x^\Theta(t) = (x^\Theta(t), x^\Theta(t), x^\Theta(t))^T$ на системата (4.74) с програмирано управление (4.79). Освен това, $x^\Theta(0) = \underline{T}$.

4.1.10 Периодичен режим в система с обратна връзка

Теорема 8 и периодичното решение $x^\Theta(t)$, получено от това управление. Следователно, следното твърдение се основава на Теорема 8 и достатъчни условия, получени в [29] за съществуването на трептящи режими.

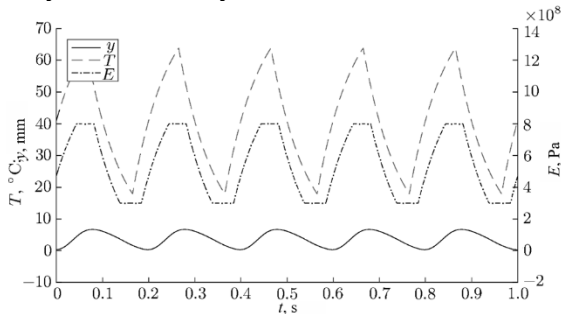
Теорема 9. Да приемем, че: Параметрите на система (4.74) удовлетворяват неравенството:

$$\Delta - \frac{mg + k\Delta}{k + \alpha E_1/l} > 0, \quad \text{спектърът на всяка от матриците} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{kl + \alpha E_1}{m} & -\frac{\beta}{m} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{kl + \alpha E_2}{m} & -\frac{\beta}{m} \end{pmatrix}$$

лежи на отрицателната полуос.

Теорема 10. Нека се изпълнят предположенията на Теорема 9 и неравенствата (4.95), (4.96). Тогаво съществува периодичен режим с начални условия (4.94) в затворената система (4.75).

Резултати от симулацията



Фиг. 4.8 Графики на функциите $y(t)$, $T(t)$ и $E(t)$, съответстващи на периодичен режим на системата (4.71).

Получен е математически модел на харвестер за топлинна енергия под формата на управлявана нелинейна динамична система (4.71), чиито коефициенти са положителни числови параметри.

5 Глава Моделиране на термоелектромеханични системи

5.1 Провеждане на математическо моделиране на свързаните топлинни механични и електрически процеси.

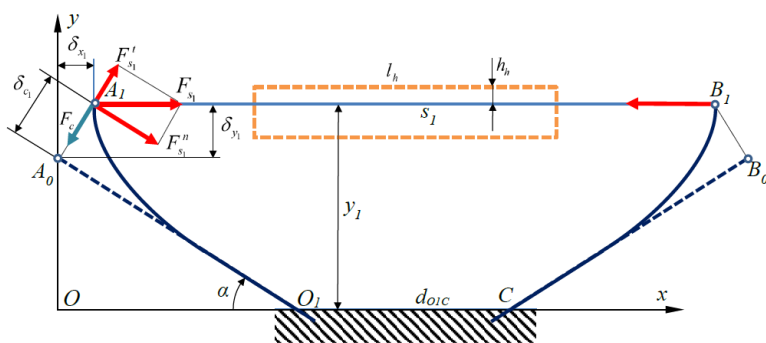
5.1.1 Съставяне на модел на енергиен комбайн с две наклонени конзолни греди

5.1.1.1 Геометрични и кинематични зависимости

Разгледан е енергиен харвестер със симетрична структура, съставен от две наклонени конзолни греди, свързани в свободния им край с нишка от СПФ както беше показано на Фиг. 5.1.

За определяне на силите и деформациите е прието, че преди да бъде монтирана нишката от СПФ, недеформираните конзоли са в положения OA_0 и B_0C (Фиг. 1). Положения A_1 и B_1 съответстват на първоначално монтираната в студено, мартензитно състояние нишка.

За конзолните греди се приемат следните опростяващи предпоставки: 1. Деформациите на конзолите са малки. 2. Свободният край на конзолата при деформиране се премества перпендикулярно на изправеното ѝ ненатоварено положение; 3. Натоварването в конзолата е чисто огъване и деформациите са в резултат само на действието на силата F_{s1} . Прието е, че първоначалната, недеформирана дължина на нишката е S_0 , За да бъде деформирана нишката на опън при монтирането ѝ трябва $S_0 < A_0B_0$.



Фиг. 5.1 Симетричен СПФ-ПЕЕХ с две наклонени конзолни греди в начално монтажено положение при ниска температура.

Прието е че, при монтиране в студено състояние нишката се е удължила и има дължина $S_1 = A_1B_1$.

Тъй като при ниска температура СПФ е в мартензитна форма, надлъжната сила в сплавта с памет на формата може да бъде изчислена по формулата

$$F_{s1} = \begin{cases} E_m A_s \varepsilon_{s1} & \varepsilon_{s1} < \varepsilon_m^y \\ (E_m - E_T) A_s \varepsilon_m^y + E_T A_s \varepsilon_{s1} & \varepsilon_m^y \leq \varepsilon_{s1} \leq \varepsilon_m^d \\ (E_m - E_T) A_s \varepsilon_m^y + (E_T - E_d) A_s \varepsilon_{s1} + E_d A_s \varepsilon_{s1} & \varepsilon_m^d \leq \varepsilon_{s1} \end{cases} \quad (5.2)$$

където $\varepsilon_{s1} = \frac{S_1 - S_0}{S_0}$ е относителната надлъжна деформация и A_s е площта на напречното сечение на

нишката, ε_m^y е „пределна“ относителна надлъжна деформация на двойникуван мартензит, ε_m^d е минимална относителна надлъжна деформация на отдвойникуван мартензит, E_a е модул на надлъжна деформация на СПФ в аустенитна фаза [Pa], E_T е модул на надлъжна деформация на СПФ в частично двойникувана мартензитна фаза [Pa], E_d е модул на надлъжна деформация на СПФ в изцяло отдвойникувана мартензитна фаза [Pa], E_m е модул на надлъжна деформация на СПФ в изцяло мартензитна фаза [Pa] [6]. Проекцията на тази сила се уравнирява със силата на конзолата $F_c = \frac{3EI}{l^3} \delta_{c1}$, където E е модул на Young, I е инерционен момент на

сечението, l е дължина на конзолата и δ_{c1} е деформацията на свободния край, която може да бъде представена и така $\delta_{c1} = \frac{\delta_{x1}}{\sin \alpha}$. След заместване на (1.3) и (5.5) в (5.4) е получено $F_{s1} = \frac{3EI \delta_{x1}}{l^3 \sin^2 \alpha}$. (5.6)

Вземайки предвид (5.2), са дефинирани уравненията

$$\begin{cases} E_m A_s \varepsilon_{s1} - \frac{3EI\delta_{x1}}{l^3 \sin^2 \alpha} = 0 & \varepsilon_{s1} < \varepsilon_m^y \\ (E_m - E_T) A_s \varepsilon_m^y + E_T A_s \varepsilon_{s1} - \frac{3EI\delta_{x1}}{l^3 \sin^2 \alpha} = 0 & \varepsilon_m^y \leq \varepsilon_{s1} \leq \varepsilon_m^d \\ (E_m - E_T) A_s \varepsilon_m^y + (E_T - E_d) A_s \varepsilon_{s1} + E_d A_s \varepsilon_{s1} - \frac{3EI\delta_{x1}}{l^3 \sin^2 \alpha} = 0 & \varepsilon_m^d \leq \varepsilon_{s1} \end{cases} \quad (5.7)$$

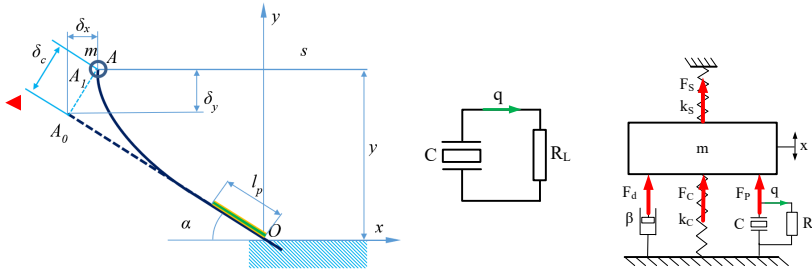
От хоризонталната размерна верига на фиг.1 може да се запише второ уравнение $2\delta_x + s_1 = A_0 B_0 = 2l \cos \alpha + d_{01C}$

Получената система уравнения (5.7) и (5.8) има решение

$$\varepsilon_{s1} = \begin{cases} \frac{3EIL_m}{D_m} & \varepsilon_{s1} \leq \varepsilon_m^y \\ \frac{3EIL_m - 2N_s \Delta E_{mT} \varepsilon_m^y}{D_T} & \varepsilon_m^y \leq \varepsilon_{s1} \leq \varepsilon_m^d \\ \frac{2N_s (\Delta E_{Td} \varepsilon_m^d + \Delta E_{mT} \varepsilon_m^y) - 3EIL_m}{D_d} & \varepsilon_{s1} \geq \varepsilon_m^d \end{cases} \quad \delta_{x1} = \begin{cases} \frac{N_s L_m}{D_m} & \varepsilon_{s1} \leq \varepsilon_m^y \\ \frac{N_s (\Delta E_{mT} \varepsilon_m^y s_0 + L_m E_T)}{D_T} & \varepsilon_m^y \leq \varepsilon_{s1} \leq \varepsilon_m^d \\ \frac{N_s [\Delta E_{Td} \varepsilon_m^d + \Delta E_{mT} \varepsilon_m^y] s_0 + L_m E_d}{D_d} & \varepsilon_{s1} \geq \varepsilon_m^d \end{cases} \quad (5.10)$$

Моделиране на електромеханичната система с пиезоелектрична част

Поради симетрията е разгледана само една конзола с един пиезоелектричен слой. За електромеханичната система са въведени две обобщени координати (5.или степени на свобода). Първата степен е механична, съответстваща на преместването $\delta_x = x$ на конзолата по хоризонталната ос. За електрическа обобщена координата е приет електрическият заряд q на единствената верига на пиезоелектричния преобразувател (1.Фиг. 5.3). Прието е, че масата на конзолата и половината от масата на нишката са съсредоточени в свободния край точка A , в една условна еквивалентна маса m . Електрическата верига е съставена от пиезоелектричен елемент и товарно съпротивление R_L .



Фиг. 5.2 Динамичен модел на пиезоелектричната конзола:
а)механична част; б) електрическа верига; в) електромеханичен модел; в) електромеханичен модел.

Върху конзолната греда от страната на запънатия край са нанесени последователно три тънки слоеве на долен електрод, на пиезоелектричен филм и на горен електрод. Тук е прието, че двата електрода са свързани с товарен резистор. Освен тава е прието, че поляризацията на пиезоелектричния слой е по направление на надлъжната ос на конзолата. Понеже по същата ос е и относителното удължение на пиезоелектричния слой, режимът работа на пиезоелектричния преобразувател е d_{33} .

Обобщените сили са на $F_d = -\beta \dot{x}$ и силата на СПФ $F_s = F_s(T, x)$, която зависи от преместването и температурата и ще бъде определена в следващия раздел. Тук $\dot{x} = v$ е скоростта на обобщената маса. За обобщена електрическа сила е приет падът на напрежението върху резистора $u_L = -R_L \dot{q}$, където $\dot{q} = i$ е токът в електрическата верига. Взаимодействието на механичните и електрическите променливи се изразява чрез Лагранжиана, който в случая има вида $W_L = W_K - W_{\Pi} - W_{PT}$, където $W_K = \frac{m\dot{x}^2}{2}$ е кинетичната енергия на конзолата, $W_{\Pi} = \frac{kx^2}{2}$ (5.36) е потенциалната енергия, k приведената еластична константа на конзолата. Третият член W_{PT} на (5.34) е пълната енергия на пиезоелектричния преобразувател, които в съответствие [129] може да бъде представен във формата $W_{PT} = \frac{q^2}{2C(1-k_p^2)} - \frac{d_{33}K_a}{C(1-k_p^2)}q\Delta + \frac{K_a}{1-k_p^2}\frac{\Delta^2}{2}$, където K_a е еластичната константа на пиезоелектричния преобразувател при електрода на късо, k_p е коефициент на електромеханично преобразуване на пиезоелектричния материал, d_{33} е пиезоелектричен коефициент, C е еквивалентен капацитет, Δ е деформацията на пиезоелектричния слой, която е пропорционална на хоризонталната проекция на преместването свободния край и може да се изрази така $\Delta = p_x x$ където p_x е отношението на надлъжната деформация Δ на пиезоелектричния слой спрямо преместването на свободния край проектирано по x .

След като Лагранжианът се диференцира съгласно уравнения на Лагранж от втори род е получена системата диференциални уравнения

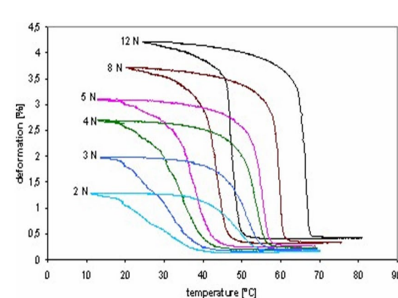
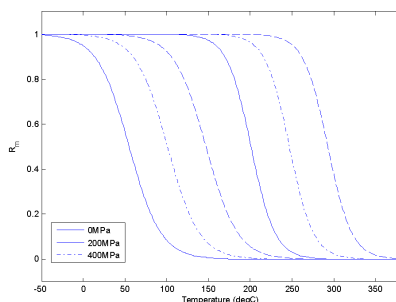
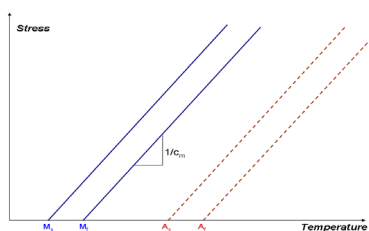
$$\left| \begin{aligned} m\ddot{x} + kx - \frac{C'}{2C^2(1-k_p^2)} q^2 + \frac{d_{33}K_a p_x C'}{C^2(1-k_p^2)} qx - \frac{d_{33}K_a p_x}{C(1-k_p^2)} q + \frac{K_a p_x}{(1-k_p^2)} x &= -\beta\dot{x} + F_s \\ \frac{1}{C(1-k_p^2)} q + \frac{d_{33}K_a p_x}{C(1-k_p^2)} x &= -R_L \dot{q} \end{aligned} \right. \quad (5.42)$$

Където $C' = \frac{dC}{dx} = \frac{\varepsilon w_p p_x}{g_p}$.

5.1.1.2 Моделиране на силата в нишката от СПФ

За да се определи силата на нишката от СПФ е необходимо да се моделира СПФ, която променя кристалографската си структура при различни температури и натоварвания. При стойност на параметъра $\xi_M = 1$ сплавта е в напълно мартензитно състояние, а при стойност 0 – в напълно аустенитно състояние. Ако сплавта се намира в мартензитно състояние и започне да се нагрява, при температура A_s се наблюдава началото на аустенитна трансформация. Между точките A_s и A_f материалът се намира едновременно в мартензитна и аустенитна фаза. След точка A_f сплавта се трансформирала изцяло в аустенитно състояние. Обратно, ако сплавта е изцяло в аустенитно състояние и започне да се охлажда, в точка M_s се появява мартензитната трансформация и тя ще продължава до точка M_f , където целия обем на сплавта се е превърнал в мартензит. От графиката е видно, че преди температурата A_s има изцяло мартензитна фаза, а след температурата M_s има само аустенитна фаза. Смесени фракции има в различни температурни интервали $A_s A_f$, при нагряване и $M_s M_f$, при охлаждане. Между температурите M_s и A_s сплавта може да бъде изцяло в състояние или на мартензит или на аустенит в зависимост от това дали се нагрява или охлажда. Фиг. 5.5 илюстрира хистерезисно поведение на СПФ, което е сложно за моделиране. Когато е кристалографската трансформация е в междинно състояние в някоя точка от кривите $M_s M_f$ или $A_s A_f$ и настъпи промяна в градиента на температурата се наблюдават минорни хистерезиси, показани на фиг. Фиг. 5.6. Промяната на знака на температурния градиент причиняват незабавно обръщане на мартензитната фракция R_m . Ако СПФ материал се намира в мартензитна фаза и температурата се повиши така, че да преобразува SMA напълно в аустенит и след това материалът се охлажда, така че да се трансформира напълно обратно в мартензит хистерезисен цикъл се нарича главен цикъл. Ако температурата на СПФ материала е частично циклична между температурите на трансформация, се наблюдава поведение на вътрешно разклоняване. Ако СПФ материалът се намира в температурен клон с увеличаваща се температура така че СПФ първоначално е в мартензит, започва да се превръща в аустенит, но преди материалът да бъде напълно аустенит, температурният градиент се обръща в охлаждане. В такъв случай в графиката на мартензитната фракция на СПФ ще последва **второстепенно разклонение** при затварянето, на което се получава **минорен хистерезис**. Подобен клон на втория цикъл ще се получи, когато температурният профил се превключва от охлаждане към отопление преди материалът да е напълно мартензит като се има предвид, че първоначално е бил аустенит. Основните и второстепенните (минорните) хистерезисни примки са затворени. Основното и второстепенно поведение е показано на Фиг. 5.6.

При повишаване на механично натоварване хистерезисните температури нарастват както е показано на Фиг. 5.7 и Фиг. 5.8.



Фиг. 5.3 Зависимост на хистерезисните температури от механичното напрежение в СПФ [30].

Фиг. 5.4 Изместване на хистерезисните примки при различни механични напрежения в СПФ [30].

Фиг. 5.5 Хистерезисни примки ε - T , получени експериментално [30].

Константата C_m [$^{\circ}\text{C}/\text{Pa}$] изразява наклона на правите на трансформационните температури.

Топлинен модел на СПФ с джаулово нагряване с електрически ток

Изменението на температурата, която се загрева от протичащ през нея ток е

$$c_p V_w \rho \frac{dT}{dt} = i(t)^2 R_w - h_c A_w (T(t) - T_\infty), \quad (5.52)$$

където c_p е специфична топлина на СПФ, V_w е обемът на жицата от СПФ, ρ е плътността на материала от СПФ, A_w е лицето на околната повърхнина на жицата, h_c - е топлинно конвективен трансферен коефициент, T_∞ е температурата на околната среда, R_w е електрическото съпротивление на жицата.

$$\text{Чрез полагане на } \theta(T) = T(t) - T_\infty, \quad P(t) = i(t)^2 R_w \quad (5.54)$$

и прилагане на Лапласово преобразование е получено

$$c_p V_w \rho [s\theta(s) - \theta(0)] = P(s) - h_c A_w \theta(s). \quad (5.55)$$

Като се вземе предвид, че

$$T(0) = T_\infty \Rightarrow \theta(0) = T(0) - T_\infty = 0. \quad (5.56)$$

е изведена трансферната функция

$$\frac{\theta(s)}{P(s)} = \frac{1}{s + \frac{h_c A_w}{c_p V_w \rho}}. \quad (5.57)$$

Подобно уравнение може да се използва при загряване на нишката чрез нагревател посредством кондукция, конвекция и радиация, ако функцията за мощността на източника (5.54) е правилно описана математически.

Фазово-кинетичен модел

като ако нишката само се охлажда или само се нагрява функциите $R_{ma}^C(t)$, $R_{mb}^C(t)$, $R_{ma}^H(t)$ и $R_{mb}^H(t)$ остават константи (???). Само когато има промяна от охлаждане към затопляне или обратно тези функции се променят. Времето когато такъв преход настъпва е наречено превключващо време. Константата k_m^C определя наклона на $R_m^C(\theta, t)$ при „средна“ трансформационна температура $\theta = \beta^C$. По същия начин константата k_m^H определя наклона на $R_m^H(\theta, t)$ в “средна” трансформационна температура $\theta = \beta^H$.

Начални условия

$$R_{ma}^C(0) = R_{ma_0}(t) \left[1 + e^{k_m^C \beta^C} \right]; \quad R_{mb}^C(0) = R_{mb_0}, \quad (5.66)$$

$$R_{ma}^H(0) = R_{ma_0}(t) \left[1 + e^{k_m^H \beta^H} \right]; \quad R_{mb}^H(0) = R_{mb_0}, \quad (5.67)$$

където R_{ma_0} и R_{mb_0} са така подбрани положителни константи, че $R_m^C(\theta, 0)$ и $R_m^H(\theta, 0)$ да опишат мажорна хистерезисна примка. При граничните температури $\theta = 0$ и $\theta \rightarrow \infty$ от (5.64) – (5.67) следва

$$R_m^C(0, 0) = R_m^H(0, 0) = R_{ma_0} + R_{mb_0}, \quad (5.68)$$

и

$$\lim_{\theta \rightarrow \infty} R_m^C(\theta, 0) = \lim_{\theta \rightarrow \infty} R_m^H(\theta, 0) = R_{mb_0}, \quad (5.69)$$

За да бъде сплавта в 100% мартензит при температурата на околната среда е необходимо $R_{ma_0} + R_{mb_0} = 1$ и за да бъде 100% аустенит при високи температури - $R_{mb_0} = 0$. Madil посочва, че стойностите на R_{ma_0} , R_{mb_0} е добре да се уточнят за да съвпадат с емпиричните данни.

Превключващи условия при нагряване - охлаждане

Докато СПФ се нагрява $R_m(\theta, t) = R_m^H(\theta, t)$. Когато нишката се охлажда $R_m(\theta, t) = R_m^C(\theta, t)$. Когато настъпи преход от нагряване към охлаждане трябва да се запази непрекъснатостта на $R_m(\theta, t)$. Не може да има внезапна смяна в мартензитната фракция. Понеже абсолютната надлъжна деформация ε_s е функция на $R_m(\theta, t)$ моментната смяна на мартензитната фракция ще предизвика и моментна смяна в ε_s . Това естествено ограничение е наречено условие за непрекъснатост изразяващо се в

$$R_m^C(\theta_s, t_s) = R_m^H(\theta_s, t_s). \quad (5.70)$$

където t_s е времето в което се превключва прехода.

Тъй като всички хистерезисни криви трябва да завършват в една и съща точка е въведено и условие за общо начало.

$$R_m^C(0, t_s) = R_m^H(0, 0), \quad (5.71)$$

Чрез условията за общо начало и условието за непрекъснатост зависимостите (5.66) и (5.67) се преобразуват

В

$$R_{ma}^C(t_s) = [R_{ma_0} + R_{mb_0} + R_m^H(\theta, t_s)] \left[\frac{(1 + e^{-k_m^C \beta^C})(1 + e^{k_m^C(\theta - \beta^C)})}{e^{k_m^C(\theta - \beta^C)} - e^{-k_m^C \beta^C}} \right], \quad (5.72)$$

$$R_{mb}^C(t_s) = R_{ma_0} + R_{mb_0} + \frac{R_{ma}^C(t_s)}{1 + e^{-k_m^C \beta^C}}, \quad (5.73)$$

Превключващи условия при –охлаждане- нагряване

Аналогично за този преход са дефинирани условие за непрекъснатост и условие за обща граница. Чрез аналогични разсъждения за този преход са изведени формулите

$$R_{ma}^H(t_s) = [R_m^C(\theta_s, t_s) - R_{mb_0}] \left(1 + e^{k_m^H(\theta - \beta^H)} \right), \quad (5.74)$$

$$R_{mb}^H(t_s) = R_{mb_0}, \quad (5.75)$$

Механичен модел

$$\varepsilon_s = \begin{cases} \frac{\sigma}{[E_a - (E_a - E_m)R_m]}, & 0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_m^y \\ \frac{\sigma + (E_T - E_m)R_m \varepsilon_m^y}{[E_a - (E_a - E_T)R_m]}, & \varepsilon_m^y \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_m^d \\ \frac{\sigma + (E_T - E_m)R_m \varepsilon_m^y + (E_d - E_T)R_m \varepsilon_m^d}{[E_a - (E_a - E_d)R_m]}, & \varepsilon_m^d \leq \varepsilon_s \end{cases}, \quad (5.76)$$

За да бъде изразена силата F_s в нишката от СПФ (5.76) е решено спрямо σ и е взето предвид че $\sigma = \frac{F_s}{A_s}$ и е

изведено

$$F_s = \begin{cases} [E_a - (E_a - E_m)R_m] \varepsilon_s A_s, & 0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_m^y \\ [E_a - (E_a - E_T)R_m] \varepsilon_s A_s - (E_T - E_m)R_m \varepsilon_m^y A_s, & \varepsilon_m^y \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_m^d \\ [E_a - (E_a - E_d)R_m] \varepsilon_s A_s - (E_T - E_m)R_m \varepsilon_m^y A_s - (E_d - E_T)R_m \varepsilon_m^d A_s, & \varepsilon_m^d \leq \varepsilon_s \end{cases}, \quad (5.77)$$

В третото уравнение в първата скоба е E_d вместо преди това написаното E_T

В горните зависимости трябва да се има предвид, че мартензитната фракция е функция на температурата, т.е $R_m = R_m(T)$, а относителната деформация е $\varepsilon_s = \frac{s - s_0}{s_0}$. Приема се, че в началния момент при $t = 0$,

деформацията на нишката е $\Delta s_1 = s_1 - s_0$. Когато при $t > 0$ конзолата се премести хоризонтално на произволна позиция x , деформацията в нишката ще бъде

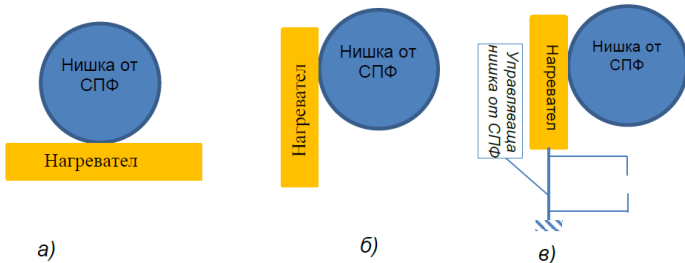
$$\Delta s = \Delta s_1 - 2x = s_1 - s_0 - 2x, \quad (5.78)$$

защото едновременно се деформират две конзоли от двата края на нишката.

Моделиране на топлопроводимостта

Прието е, че нишката от СПФ се нагрява по цялата дължина. Нагревателят има температура T_h . Нишката е с кръгло сечение и когато е допряна до нагревателя може да се представи със схемата от Фиг. 5.12.

Фиг. 5.6 Схеми на топлинна проводимост: а) долно положение на нагревателя; б) странично положение на нагревателя; в) странично разположение на нагревателя с управление на положението.



Нагряването от нагревателя, който има постоянна температура T_h , когато жичката е залепена за него е,

$\dot{Q}_{in} = \alpha_s A_c (T_h - T)$. където α_s топлинна проводимост, W/(m.K) „метал-метал“, A_c е околната повърхнина на жичката, контактуваща с нагревателя [32]. Контактната околната повърхнина A_c може да се определи чрез теорията на Херц, ако е известен натискът, с който нишката се притиска до нагревателя.

При сплавите с памет на формата коефициентът на топлопроводност се изменя в зависимост от фазовото състояние. В справочниците са дадени стойностите за топлопроводността за изцяло мартензитна фаза $\alpha_s = \alpha_{sM}$ $T < M_f$, (5.81) и изцяло аустенитна фаза $\alpha_s = \alpha_{sA}$ $T > A_f$, (5.82)

Когато се СПФ намира в междинна фаза е прието коефициента на топлопроводност да се пресмята по формулата $\alpha_s = \alpha_{sA} + (\alpha_{sM} - \alpha_{sA}) R_m$

Видно е, че горната формула отразява изменението на коефициента на топлопроводност за целия температурен диапазон включително (5.80) и (5.81).

По-подробно процесът топлинна проводимост може да се опише с уравнението [130,131]:

$$T_g - T_w = \frac{\rho_w c_w d}{4h} \frac{\partial T_w}{\partial t} + \frac{k_w d}{4h} \frac{\partial^2 T_w}{\partial x^2} + \frac{\varepsilon_w \sigma}{h} (T_w^4 - T_{wat}^4)$$

Моделиране на радиацията

Когато нишката е отдалечена от нагревателя $\dot{Q}_{in} = A_r \varepsilon_h \sigma_B (T_h^4 - T^4)$, където $\sigma_B = 5,67 \cdot 10^{-8}$ $[W / m^2 \cdot K^4]$ е константата на Стефан-Болцман за радиация, а ε_h е коефициента на „излъчване“ на материалите на нагревателя и жичката, $A_r \approx A_s / 2$ е околната повърхнина на нишката, която е подложена на радиация [7].

Моделиране на конвекцията

При конвекцията топлинният поток, излизащ от жичката (или влизащ в жичката, ако $T_\infty - T > 0$) е топлината предавана от нея в околната среда: $\dot{Q}_{out} = (A_s - A_c) h_c (T_\infty - T)$, където h_c е $[W / (m^2 \cdot ^\circ C)]$ коефициент на конвективен топлообмен „метал-въздух“ A_s . От уравнение (5.78), след като са взети предвид (5.78) – (5.81) е получено

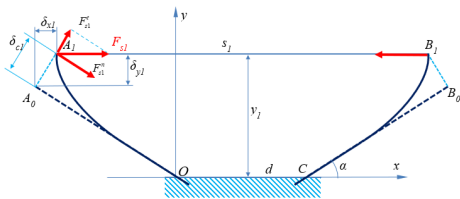
$$\rho_s V_s c_p \frac{dT}{dt} = \begin{cases} \alpha_s A_c (T_h - T) + (A_s - A_c) h_c (T_\infty - T), & y \leq 0, \\ A_r \varepsilon_h \sigma_B (T_h^4 - T^4) + A_s h_c (T_\infty - T), & y > 0 \end{cases} \quad (5.86)$$

5.1.2 Проектиране на СПФ-ПЕХ с две наклонени греди

5.1.2.1 Определяне на силите в нишката и конзолите

За да се охлажда бързо първоначално избираме нишка от СПФ с диаметър 0.01mm на фирмата Dynalloy. За този тип нишка от Flexinol (търговско название на нитинол) в своя каталог [33]

Приемаме, че с тази сила е натоварена конзолата в сглобено състояние, при мартензитна температура.



Фиг. 5.7 Разпределение на силите в СМА_ПЕХ

Динамичният модел се състои от три диференциални уравнения. Първите две уравнения описват механичната и електрическата част чрез системата (5.42), а третото уравнение (5.82) е за изменение на температурата. Така се стига до системата диференциални уравнения

$$\begin{cases} m\ddot{x} + kx - \frac{C'}{2C^2(1-k_p^2)} q^2 + \frac{d_{33}K_a P_x C'}{C^2(1-k_p^2)} qx - \frac{d_{33}K_a P_x}{C(1-k_p^2)} q + \frac{K_a P_x}{(1-k_p^2)} x = -\beta \dot{x} + F_s \\ \frac{1}{C(1-k_p^2)} q + \frac{d_{33}K_a P_x}{C(1-k_p^2)} x = -R_L \dot{q} \\ \rho V c_p \dot{T} = \begin{cases} \alpha_s A_c (T_h - T) + (A_s - A_c) h_c (T_\infty - T), & y \leq 0 \\ A_r \varepsilon_h \sigma_B (T_h^4 - T^4) + A_s h_c (T_\infty - T), & y > 0 \end{cases} \end{cases} \quad (5.89)$$

в които неизвестните функции на времето са $x(t)$, $q(t)$ и $T(t)$.

Тъй като при $x = 0$ вертикалното преместване на нишката е $y = 0$ и при $x > 0$ имаме съответно $y > 0$, горната система след понижаване на реда на първото уравнение се записва във вида

$$\begin{aligned} \dot{v} &= \frac{1}{m} \left[\frac{C'}{2C^2(1-k_p^2)} q^2 - kx - \frac{d_{33}K_a p_x C'}{C^2(1-k_p^2)} qx + \frac{d_{33}K_a p_x}{C(1-k_p^2)} q - \frac{K_a p_x}{(1-k_p^2)} x - \beta v + F_s \right] \\ \dot{x} &= v \\ \dot{q} &= -\frac{1}{R_L} \left[\frac{1}{C(1-k_p^2)} q + \frac{d_{33}K_a p_x}{C(1-k_p^2)} x \right] \\ \dot{T} &= \begin{cases} \frac{1}{\rho_s V_s c_p} [\alpha_s A_c (T_h - T) + (A_s - A_c) h_c (T_\infty - T)], & x = 0 \\ \frac{1}{\rho_s V_s c_p} [A_r \varepsilon_h \sigma_B (T_h^4 - T^4) + A_s h_c (T_\infty - T)], & x > 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (5.92)$$

5.1.2.2 Определяне на началните условия

В началния момент при $t = 0$, конзолата е неподвижна, поради което $v(0) = 0$. Температурата на нишката е равна на температурата на стаята $T(0) = T_\infty$.

Приема се позицията на масата да е $x=0$, когато нишката от СПФ има дължина s_1 . Предварителната деформация на конзолата при $x=0$ се изчислява с формула (5.9)

$$\delta_{x1} = \frac{l^2 \sin 2\alpha \sin \alpha + dl \sin^2 \alpha}{2l \sin^2 \alpha + s_0 A_l}, \text{ където } A_l \text{ се изчислява чрез формула 1.11. Тази предварителна}$$

деформация трябва да се добави в модела за еластичната сила на конзолата, като първото уравнение в (5.42) съответно (5.92) придобива вида

$$m\ddot{x} + k(x + \delta_{x1}) - \frac{C'}{2C^2(1-k_p^2)} q^2 + \frac{d_{33}K_a p_x C'}{C^2(1-k_p^2)} qx - \frac{d_{33}K_a p_x}{C(1-k_p^2)} q + \frac{K_a p_x}{(1-k_p^2)} x = -\beta \dot{x} + F_s \quad (5.94)$$

съответно в (5.92) първото уравнение се презаписва в

$$\dot{v} = \frac{1}{m} \left[\frac{C'}{2C^2(1-k_p^2)} q^2 - k(x + \delta_{x1}) - \frac{d_{33}K_a p_x C'}{C^2(1-k_p^2)} qx + \frac{d_{33}K_a p_x}{C(1-k_p^2)} q - \frac{K_a p_x}{(1-k_p^2)} x - \beta v + F_s \right] \quad (5.95)$$

Зарядът в началния момент от време следва от третото уравнение на (5.86) след полагане на $\dot{q} = 0$

$$q(0) = -d_{33}K_a p_x x(0), \quad (5.94)$$

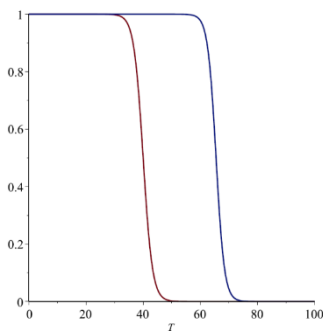
5.1.2.3 Резултати от симулацията на динамичния модел на СПФ-ПЕХ с две наклонени греди

Съставена е програма на Maple (Приложение 2), чрез която са получени резултатите описани както следва. Моделираната мартензитна фракция по предварително избраните параметри показани на Фиг. 5.14.

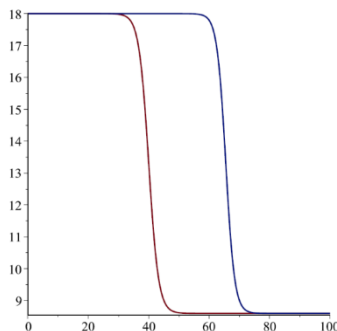
С подобна форма е моделирана и топлинната проводимост на СПФ (Фиг. 5.15).

На Фиг. 5.16 са показани графиките на силите в нишката от СПФ при нагряване и охлаждане.

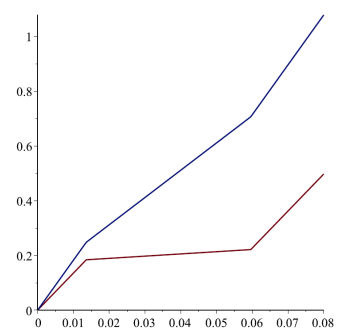
Решение на системата диференциални уравнения за преместването на свободния край на конзолата по оста x показано на Фиг. 5.17 за вертикално положение на нагревателя съответстващо на координата $x_T=0,0085$ m.



Фиг. 5.8 Мартензитна фракция на СПФ.



Фиг. 5.9 Коефициент на топлопроводност на СПФ.



Фиг. 5.10 Сили в нишката от СПФ при 39°C при нагряване и охлаждане.

Фиг. 5.17 Преместване на свободния край на по ос x .	Фиг. 5.11 Преместване на свободния край за първия топлинен импулс.	Фиг. 5.12 Температура на нишката от СПФ за интервал от 0 до 5 s.
Фиг. 5.13 Изменение на температурата на нишката от СПФ в интервала 1,3 до 2,1 s.	Фиг. 5.14 Резултати за генерирания електрически заряд.	Фиг. 5.15 Генериран електрически заряд за интервала от време t от 1.3 до 2.1 s.
Фиг. 5.16 Скорост на свободния край на конзолата	Фиг. 5.17 Скорост на свободния край на конзолата за интервала от време 1.5 до 2.1 s.	Фиг. 5.18 Ускорение на свободния край на конзолата.
Фиг. 5.19 Фазов портрет $x=x(v)$.	Фиг. 5.20 Изменение на силата в СПФ.	Фиг. 5.21 Изменение на силата в конзолата

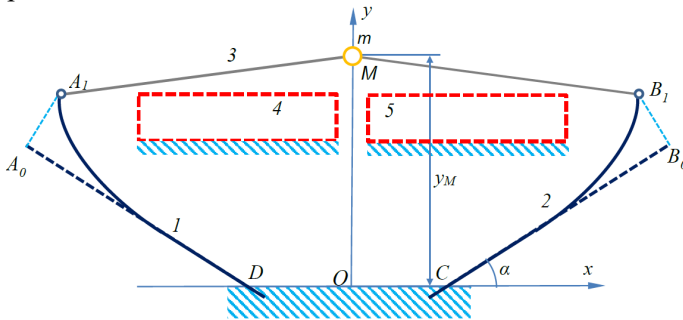
5.1.3 Съставяне на модел на енергиен комбайн с две наклонени конзолни греди и окачена маса в средата на нишката от СПФ

5.1.3.1 Обосновка

Допуска се, че енергийният комбайн с добавена маса е възможно да има най-висок коефициент на полезно действие от всички изследвани до тук, поради което беше включен в изследванията на тази глава.

5.1.3.2 Постановка на задачата

Както вече се изясни задачата тук се различава разглежданата по-горе по това, че на енергийния комбайн от Фиг. 5.1 в средата на нишката от СПФ е добавена маса както е показано на Фиг. 5.29. За да се осигури оптимално нагряване на нишката, нагревателят е съставен от две части, което позволява масата да се движи без ограничения.

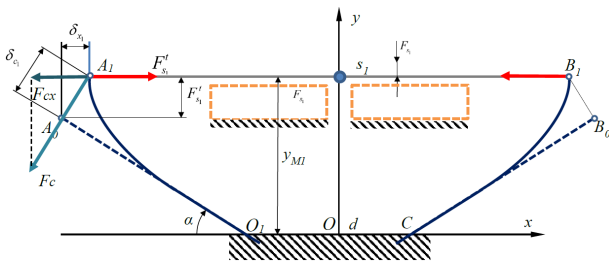


Фиг. 5.22 Схема на енергиен харвестер с две наклонени греди и маса в средата на нишката от СПФ: 1. 2. Конзолни греди с пиезоелектрични слоеве; 2. Нишка от СПФ; 3. Маса; 4. 5. Нагревател.

5.1.3.3 Геометрични и кинематични зависимости за енергиен комбайн с две наклонени конзолни греди и окачена маса в средата на нишката от СПФ

Първоначално е разгледан енергийният комбайн при хоризонтално положение на нишката като е пренебрегнато теглото на масата и е прието, че нишката не е деформирана под действие на теглото ѝ.

Подобно на предишните модели е прието, че първоначалната, недеформирана дължина на нишката е S_0 . За да бъде деформирана нишката на опън при монтирането ѝ и в този случай е необходимо да бъде изпълнено неравенството $S_0 < A_0 B_0$.



Фиг. 5.23 Симетричен СПФ-ПЕЕХ с две наклонени конзолни греди и маса в начално монтажno положение при ниска температура.

Прието е че, при монтиране в студено състояние, когато сплавта с памет на формата е мартензитно състояние, нишката се е деформирала на дължина $S_1 = A_1 B_1$.

Тъй като силата на нишката от СПФ F_{s1} се уравновесява с хоризонталната компонента на конзолната сила, следва $F_{s1} = F_{cx}$, където при мартензитно състояние ($R_m = 1$), надлъжната сила в сплавта с памет на формата се

изчислява по формулата
$$F_{s1} = \begin{cases} E_m A_s \varepsilon_{s1} & \varepsilon_{s1} < \varepsilon_m^y \\ (E_m - E_T) A_s \varepsilon_m^y + E_T A_s \varepsilon_{s1} & \varepsilon_m^y \leq \varepsilon_{s1} \leq \varepsilon_m^d \\ (E_m - E_T) A_s \varepsilon_m^y + (E_T - E_d) A_s \varepsilon_{s1} + E_d A_s \varepsilon_{s1} & \varepsilon_m^d \leq \varepsilon_{s1} \end{cases} \quad \text{където}$$

$\varepsilon_{s1} = \frac{S_1 - S_0}{S_0}$ е относителната надлъжна деформация и A_s е площта на напречното сечение на нишката, ε_m^y е

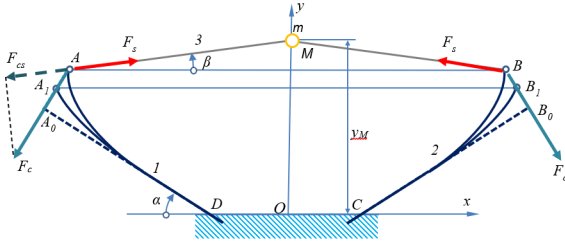
„пределна“ относителна надлъжна деформация на двойникуван мартензит, ε_m^d е минимална относителна надлъжна деформация на отдвойникуван мартензит, E_a е модул на надлъжна деформация на СПФ в аустенитна фаза [Pa], E_T е модул на надлъжна деформация на СПФ в частично двойникувана мартензитна фаза [Pa], E_d е

модул на надлъжна деформация на СПФ в изцяло отдвойникувана мартензитна фаза [Pa], E_m е модул на надлъжна деформация на СПФ в изцяло мартензитна фаза [Pa] [6].

Получената система уравнения (5.101) и (5.102) има подобно на (5.9) и (5.10) решение

$$\varepsilon_{s_1} = \begin{cases} \frac{3EIL_m}{D_m} & \varepsilon_{s_1} \leq \varepsilon_m^y \\ \frac{3EIL_m - 2N_s \Delta E_{mT} \varepsilon_m^y}{D_T} & \varepsilon_m^y \leq \varepsilon_{s_1} \leq \varepsilon_m^d \\ \frac{2N_s (\Delta E_{Td} \varepsilon_m^d + \Delta E_{mT} \varepsilon_m^y) - 3EIL_m}{D_d} & \varepsilon_{s_1} \geq \varepsilon_m^d \end{cases}, \delta_{x_1} = \begin{cases} \frac{N_s L_m}{D_m} & \varepsilon_{s_1} \leq \varepsilon_m^y \\ \frac{N_s (\Delta E_{mT} \varepsilon_m^y s_0 + L_m E_T)}{D_T} & \varepsilon_m^y \leq \varepsilon_{s_1} \leq \varepsilon_m^d \\ \frac{N_s [(\Delta E_{Td} \varepsilon_m^d + \Delta E_{mT} \varepsilon_m^y) s_0 + L_m E_d]}{D_d} & \varepsilon_{s_1} \geq \varepsilon_m^d \end{cases}$$

където е положено: $N_s = A_s l^3 \sin^2 \alpha$; $L_m = 2l \cos \alpha + d$; $D_m = 2N_s E_m + 3EIs_0$; $D_T = 2N_s E_T + 3EIs_0$; $D_d = 2N_s E_d + 3EIs_0$. На Фиг. 5.31 е показано общо положение на енергийния комбайн.



Фиг. 5.24 Общо положение на СПФ_ПЕЕХМ.

В общия случай при произволна температура силата в нишката от СПФ F_s се определя чрез (5.77), която е частично прекъснатата функция.

$$F_s = \begin{cases} [E_a - (E_a - E_m) R_m] \varepsilon_s A_s, & 0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_m^y \\ [E_a - (E_a - E_T) R_m] \varepsilon_s A_s - (E_T - E_m) \varepsilon_m^y R_m A_s, & \varepsilon_m^y \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_m^d \\ [E_a - (E_a - E_d) R_m] \varepsilon_s A_s - (E_T - E_m) R_m \varepsilon_m^y A_s - (E_d - E_T) R_m \varepsilon_m^d A_s, & \varepsilon_m^d \leq \varepsilon_s \end{cases} \quad (5.105)$$

където $\varepsilon_s = \frac{s - s_0}{s_0}$ е относителна надлъжна деформация на нишката от СПФ, ε_m^y е „пределната“ относителна надлъжна деформация на нишката от СПФ при двойникуван мартензит, ε_m^d е минималната относителна надлъжна деформация на нишката от СПФ при отдвойникуван мартензит, E_a е модул на надлъжна деформация на СПФ в аустенитна фаза [Pa], E_T е модул на надлъжна деформация на СПФ в двойникувана мартензитна фаза [Pa], E_d е модул на надлъжна деформация на СПФ в отдвойникувана мартензитна фаза [Pa], E_m е модул на надлъжна деформация на СПФ в мартензитна фаза [Pa].

В точка A силата F_s се уравнива с проекцията на реакцията на силата в свободния край на конзолата $F_{cs} = F_c \cos(\alpha + \beta)$ върху направлението на нишката, от което следва уравнението $F_c \cos(\alpha + \beta) = F_s$

Полученият израз (5.117) за деформацията на конзолата е заместен в (5.116) и е изведено уравнението за връзката между дължината на нишката от СПФ и s и вертикалната координата на масата y_M в неявен вид:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{s l^3} \{ 3EI [\cos \alpha (2 \cos \alpha y_M + d_{o,c} \sin \alpha + S_q) S_{q1} - 8 y_M d_{o,c} \cos^4 \alpha + \\ & + [(8 y_M^2 - 2 d_{o,c}^2) \sin \alpha - 2 d_{o,c} S_q - 12 l y_M] \cos^3 \alpha + [(4 S_q y_M - 6 l d_{o,c}) \sin \alpha - 2 l S_q + 10 y_M d_{o,c}] \cos^2 \alpha + \\ & + [(d_{o,c}^2 - 8 y_M^2 - 4 l^2 + s^2) \sin \alpha + 2 d_{o,c} S_q + 12 l y_M] \cos \alpha + (2 l d_{o,c} - S_q y_M) \sin \alpha + 2 l S_q - 2 y_M d_{o,c} \} = \quad (5.118) \\ & = \begin{cases} [E_a - (E_a - E_m) R_m] (s - s_0) A_s / s_0, & 0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_m^y \\ [E_a - (E_a - E_T) R_m] (s - s_0) A_s / s_0 - (E_T - E_m) \varepsilon_m^y R_m A_s, & \varepsilon_m^y \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_m^d \\ [E_a - (E_a - E_d) R_m] (s - s_0) A_s / s_0 - (E_T - E_m) R_m \varepsilon_m^y A_s - (E_d - E_T) R_m \varepsilon_m^d A_s, & \varepsilon_m^d \leq \varepsilon_s \end{cases} \end{aligned}$$

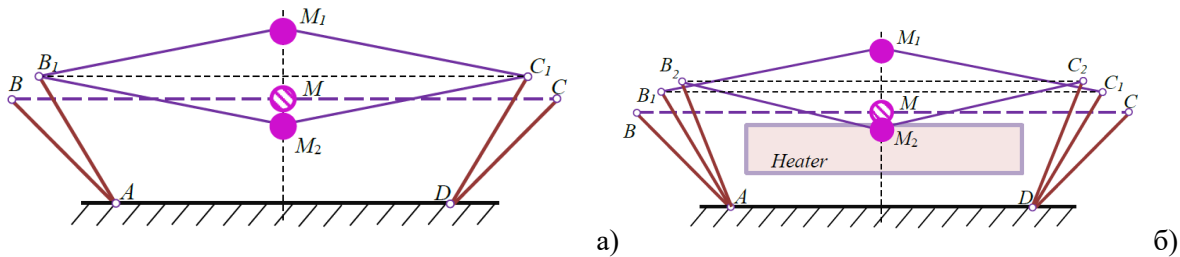
където

$$S_q = \sqrt{4 y_M d_{o,c} \sin \alpha \cos \alpha - d_{o,c}^2 \cos^2 \alpha + 4 \cos^2 \alpha y_M^2 + 8 l y_M \sin \alpha - 4 l d_{o,c} \cos \alpha - 4 y_M^2 - 4 l^2 + s^2}, \quad (5.119)$$

$$S_{q1} = \left[(2d_{oc}^2 - 8y_M^2) \cos^4 \alpha - 2(8 \cos^2 \alpha - 2S_q \cos \alpha - 4y_M)(d_{oc} \cos \alpha + 2l) \sin \alpha + \right. \\ \left. + (8ld_{oc} - 4y_M S_q) \cos^3 \alpha + (8l^2 - d_{oc}^2 - 12y_M^2 - s^2) \cos^2 \alpha + 4(y_M S_q - ld_{oc}) \cos \alpha - (5.120) \right. \\ \left. - 4l^2 + s^2 - 4y_M^2 \right]^{1/2}$$

Геометричен анализ на преместванията и деформациите

Нека разгледаме еластичен механизъм със същата структура, който съдържа неразтеглива нишка на мястото на тази от СПФ (Фиг. 5.32а). Ако приемем, че масата трепти с постоянна амплитуда, в позициите на механизма са характерни три положения: средно положение $ABMCD$, при което разстоянието между свободните краища на конзолите AB е максимално; горно положение с максимална амплитуда, съответстващо на точка M_1 ; долно положение с максимална амплитуда, когато масата е в позиция M_2 . Двете положения с максимални амплитуди са симетрични на отсечката B_1C_1 , която се намира по-високо от отсечката при средното положение AB . Всички тези позиции може да се опишат с точни математически зависимости, но за случая направените констатации са достатъчни.



Фиг. 5.25 Геометричен анализ: а) на механизъм без нишка от СПФ; б) на механизъм с нишка от СПФ и нагревател.

На Фиг. 5.32 б) е показан аналогичен геометричен анализ на механизма, който се разглежда тук, т.е. нишката е от СПФ и дължината ѝ се променя под действието на температурния градиент, създаден от нагревател. За да получим показаната на фигурата конфигурация, допускаме, че температурната времекопактанта на нишката от СПФ е достатъчно малка за да може нишката в долно положение M_2 на масата, да се нагрее до аустенит (или някаква смесена фракция на мартензит и аустенит) и да се скъси. От същото допускане за горното положение M_1 приемаме, че нишката има най-ниска температура и съответно дължината ѝ е най-голяма

На базата на първоначалните наблюдения на реалния модел се установи, че трептенията в термоеластичната система се възбуждат достатъчно ефективно и когато няма пряк контакт между нишката и нагревателя. Това показва, че за да се състави по-точен модел, трябва предварително да се изследва температурното поле около нагревателя като се вземе предвид влиянието температурата на въздуха. Температурното поле около нагревателя може се опише достатъчно точно с помощта на движещия се въздух във функция на температурите на нагревателя и стаята. В новият модел е по-правилно да се приеме, че основно нишката получава топлина от конфекционния топлообмен с въздуха, а другите източници на топлина като кондуктивният и лъчистият от нагревателя да се пренебрегнат.

5.1.3.4 Моделиране на 2D конвекционния топлобмен и топлинната деформация

Движението на нишката от СПФ в ранина с променлив температурен градиент води до решаването на следната задача:

Прав цилиндричен проводник с плътност ρ , диаметър d и дължина $AB = l$ се движи в равнина Oxy с горещ въздух с неравномерно топлинно поле (Фиг. 5.33). Скоростта на масовия център S на нишката е v ω е ъгловата скорост на проводника. Разпределението на температурата по оста y се увеличава нелинейно. Изотермичните линии са успоредни на оста x . Началната температура на проводника T_w е постоянна по дължината му. Какво е разпределението на температурата в проводника след време t . Какво е топлинното удължение на проводника в същото време?

В общият случай тридимензионният топлобмен в нишката може да се опише в цилиндрична координатна система чрез релацията

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\rho c_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right).$$

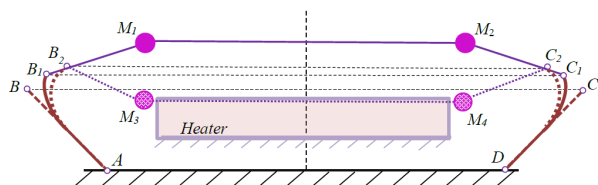
След пресмятане на температурното разпределение T в жицата, надлъжното топлинно удължение се пресмята по формулата

$$\Delta l_{r=0} = \int_{-l/2}^{l/2} \int_0^t \alpha \frac{\partial(T - T_w)}{\partial t} dt dz. \quad (5.126)$$

Всичко това показва, че цялостният динамичен модел на такава система ще бъде значително усложнен, което ще изисква голям ресурс от време за неговото изследване.

5.1.3.5 Геометрични и кинематични зависимости за енергиен комбайн с две наклонени конзолни греди и две маси в средата на нишката от СПФ

Моделът на топлопренасянето може значително да се опрости, ако се разгледа симетричен енергиен комбайн с две маси, разположени върху нишката извън нагревателя (Фиг. 5.35). При определени условия двете маси могат да трептят еднофазно, при което нишката над в участъка на нагревателя се движи хоризонтално.



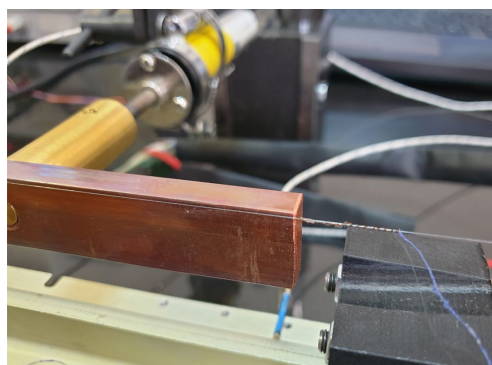
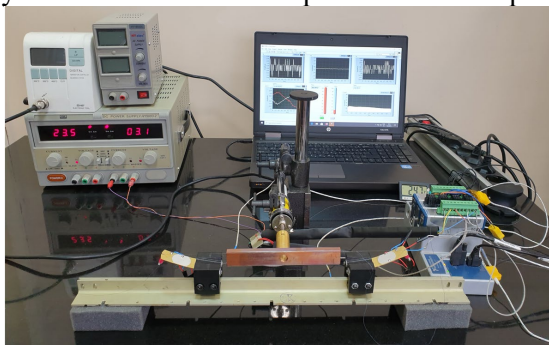
Фиг. 5.26 Двумасов симетричен енергиен комбайн.

В този случай моделирането на топлинната система може да се извърши на базата на приетите опростяващи предпоставки в раздел 3.1.2.

5.2 Създаване на реален прототип и експериментална система

В процеса на изследванията по дисертацията бяха създадени множество прототипи. Част от резултатите, получени чрез тези прототипи са поместени в публикациите по дисертацията.

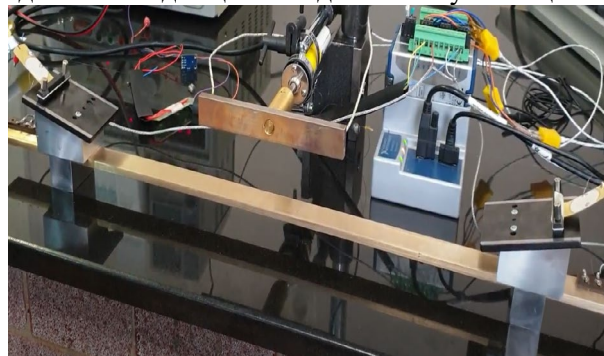
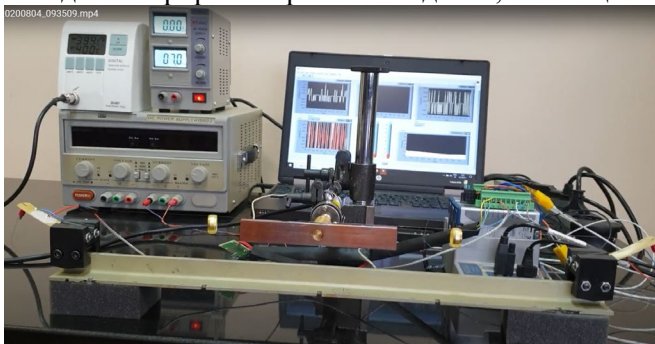
На Фиг. 5.36 е показана снимка на първоначалния прототип на енергиен комбайн с нагревател от мед, две наклонени конзоли с пиезоелектрични слоеве, система за събиране и обработка на данни лаптоп и захранване. Върху нишката от СПФ е закрепена миниатюрна термодвойка Фиг. 5.37.



Фиг. 5.27 Прототип на енергиен комбайн с меден нагревател и наклонени пиезоелектрични конзоли.

Фиг. 5.28 Термодвойка, нишка от СПФ и нагревател.

На Фиг. 5.38 е показана снимка на енергийният комбайн с два бронзови пръстена върху нишката. Този прототип демонстрира интересно поведение, което ще бъде предмет на следващи изследвания и публикации.



Фиг. 5.38 Енергиен комбайн с две тежести върху нишката.

Фиг. 5.39 Прототип на енергиен харвестер с подобрена метална конструкция на опорите.

На Фиг. 5.39 е дадена снимка на прототип с подобрени опори на конзолите.

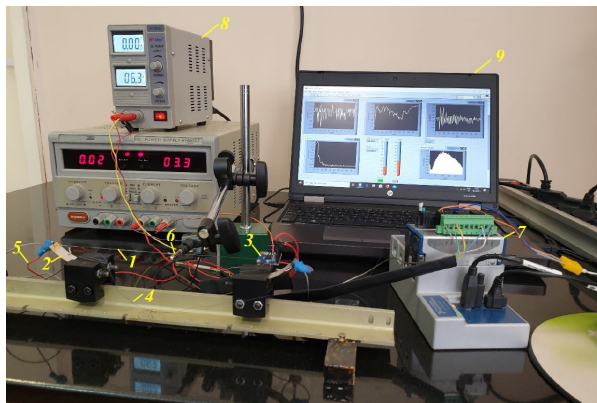
6 Глава 4 Експериментални изследвания

6.1 Провеждане на тестови изпитания върху реалния прототип

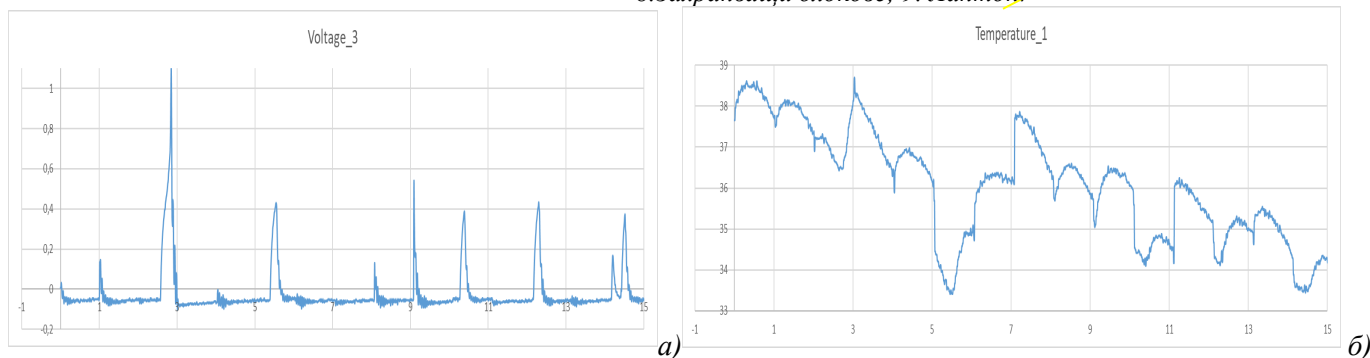
6.1.1 Експерименти на термоелектромеханичен резонатор

Както беше изяснено по-горе термоелектромеханичният резонатор (ТЕМР) е устройство, което е предназначено да генерира трептения с постоянна честота. В техниката подобни устройства в миниатюризирани варианти, при които собствените честоти са многократно по-високи от техните макроаналози се използват за честотни филтри.

Една от целите на изследванията върху ТЕМО в настоящия дисертация е да се подобри моделирането на мултифизични системи, при които има взаимодействие на топлинни, механични и електрически системи.



Фиг. 6.1 Експериментален стенд за изследване на термоелектромеханичния осцилатор: 1. Нишка от СПФ; 2. Еластична греда с пиезоелектричен слой; 3. Триосен акселерометър; 4. Термодвойка; 5. Неподвижни електроди; 6. Подвижен електрод; 7. Система за събиране на данни; 8. Захранващи блокове; 9. Лаптоп.



Фиг. 6.2 Експериментални резултати за $u=6$ V, $x=2$ mm: а) напрежение на пиезоелектричния преобразувател; б) температура на жицата от СПФ.

6.1.2 Параметрично изследване на термоелектромеханичния резонатор

По-нататъшното изследване на системата чрез извършване на множество числени решения за различни стойности на входните параметри показва, че системата е изключително чувствителна, т.е. малка промяна на входните параметри в определени граници причинява забележимо изменение на изходните характеристики на генератора, а именно на макрочестота. Този факт е предпоставка за появата на голямо разнообразие от динамични работни режими и провеждането на параметрично изследване. На фигури Фиг. 6.10 а) ÷ г) е показано хоризонталното преместване x при увеличаване на стойностите на x_T , получено чрез допълнителни числени решения. Може да се отбележи, че формата, както и амплитудата и макрочестотата силно зависят от предварителното опъване на нишката от СПФ, а също така и че са възможни дори режими без вибрации - Фиг. 6.10а).

Фиг. 6.3 Графики на хоризонталното преместване за увеличаващи се стойности на x_T

С цел по-подробно изследване на влиянието на входните параметри върху изходните характеристики на системата са проведени параметрични изследвания. Въпреки че системата включва значителен брой входни параметри, някои от тях са трудни за регулиране в реалното устройство, поради което тук само предварителното напрежение x_T и токът i се варират в определени граници. Извършват се числени експерименти, използващи изведения математически модел.

Фиг. 6.11 показва резултатите от параметричното изследване на макрочестотата f като функция от изменението на параметъра x_T , който се варира от 0.0045 m до 0.015 m със стъпка 0.0007 m. Експериментите се извършват за четири стойности на тока i – 0.1 A, 0.4 A, 1 A и 2 A. Както се вижда, не при всички стойности на x_T се появяват вибрации. При достигане на определена прагова стойност на x_T възникват вибрации с макрочестота, също така, при достигане на друга прагова стойност вибрациите се прекратяват. За разглеждания случай тези стойности са съответно 0.0068 m и 0.0129 m. Може да се отбележи факта, че тези стойности са еднакви за всички стойности на тока i . В допълнение, от фигурата може да се види, че увеличаването на x_T води до намаляване на макрочестотата за всички стойности на тока, кривите са почти идентични и f се променя линейно от $1.5 \div 1.8$ Hz до $0.7 \div 0.8$ Hz. Единственото изключение е графиката на макрочестотата за най-ниската стойност на тока, но този случай е неприложим в реалната практика поради малката деформация на конзолната гредка. За да се извърши допълнително изследване, токът i се променя в интервала [0,1.4] A със стъпка 0.13 A и експериментът се повтаря за три различни стойности на x_T – 0.007 m, 0.01 m и 0.012 m - Фиг. 6.11 б). Както може да се наблюдава, за стойностите на тока, по-големи от 0.6 A, макрочестотата f зависи слабо от големината на тока за всички стойности на x_T , което допълнително потвърждава резултатите от Фиг. 6.11а). За стойностите на тока, по-малък от 0.6 A, макрочестотата намалява интензивно, когато токът се увеличава.

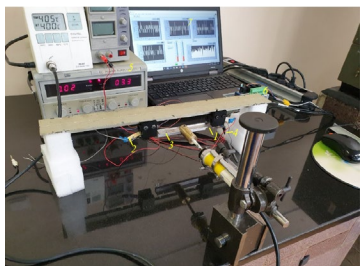
Като се вземе предвид вида на графиката на температурата T на нишката от СПФ от фиг.1.76 б), на Фиг. 6.11 в) са показани графиките на максималните, средните и минималните температури в проводника като функция на x_T за текущата стойност $i = 0.4$ A. Може да се види, че те нарастват експоненциално, което може да се обясни с увеличаване на продължителността на нагряване с увеличаване на стойността на x_T , т.е. поради по-продължителната продължителност на контакта между електрода и нишката.

Анализът на резултатите от симулацията позволява да се определят границите на промяна на входните параметри при които в системата са възможни вибрации, както и да се идентифицират параметрите, които най-силно влияят върху изходните характеристики. Един частен резултат е, че промяната на предварителния опън на нишката чрез промяна на височината u_T на електрода влияе на една от най-важните характеристики на резонатора, а именно стойността на макрочестотата, също и амплитудата на вибрацията.

6.1.3 Експериментално изследване на енергиен харвестер със сплави с памет на формата и пиезоелектричен преобразувател.

Първоначалните експерименти бяха проведени чрез опитната постановка, показана на Фиг. 6.12. Нишката от СПФ 1 е закрепена симетрично между две еластични конзолни греди 2, изработени от дискове тип ПМЗ. Нишката се нагрява чрез нагревател 3. В единият край на нишката е монтиран триосен акселерометър 4 тип ADXL356.

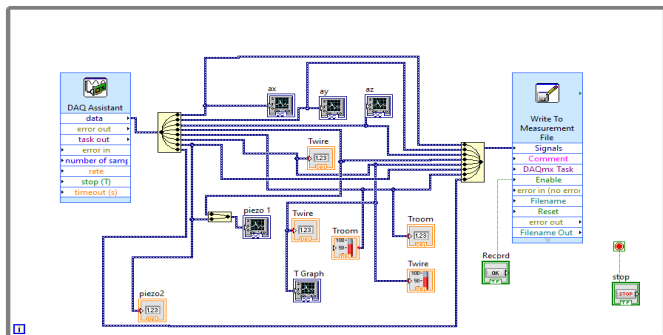
Тъй като в опростеният модел не се взе предвид движението на въздуха в следствие на загряването от нагревателя, за да се елиминира действието му над нагревателя конзолите греди бяха обърнати. Така нагревателят може да работи с долната си част, където завихрянето на горещият въздух е по-малко. Нагревателят и акселерометърът получават напрежение от захранващите блокове 5. Всички сигнали се обработват в системата за събиране на данни 6 и се подават в цифров вид на лаптоп 7.



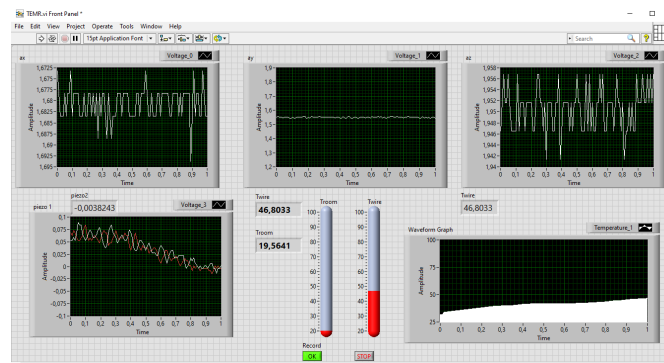
Фиг. 6.4 Опитна постановка за изследване на СПФ-ПЕХ при обърнато положение на конзолните греди: 1. Нишка от СПФ; 2. Пиезоелектрична конзола; 3. Нагревател; 4. Акселерометър; 5. Захранващи блокове; 6. Система за събиране на данни; 7. Лаптоп.

Бяха проведени експерименти с три вида нишки от СПФ всички с дължина от 234 mm и диаметри 0,36 mm, 0,1 mm и 0,076 mm. Първите две нишки са с финална аустенитна температура $A_f = 70$ °C, третата с $A_f = 90$ °C. Разстоянието между свободните краища на недеформиранияте конзоли е 243 mm.

Системата за събиране на данни се състои от два входно/изходни модула Ni9234 и Ni9219, монтирани върху шаси тип cDAQ 9174 на фирмата National Instruments с 4 слота. Всички данни се обработват в реално време чрез програма на LabVIEW блок диаграмата, на която е показана на Фиг. 6.14, а предният панел на Фиг. 6.15.



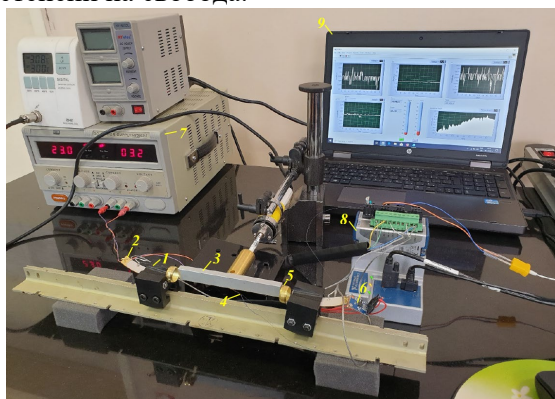
Фиг. 6.14 Блок диаграма на програмата на LabVIEW



Фиг. 6.5 Преден панел на програмата на програмата на LabVIEW

При тези експерименти, след дълго трудоемко позициониране на нишката спрямо нагревателя се постигнаха незабележими за човешкото око вибрации, които се регистрираха само по промяната на измереното напрежение на пиезоелектричния слой. Постигна се генериране на напрежение от порядъка на 0,05 v p-p, което както се вижда от графиката е само порядък по-високо от нивото на шума достигаш 5 до 6 mv.

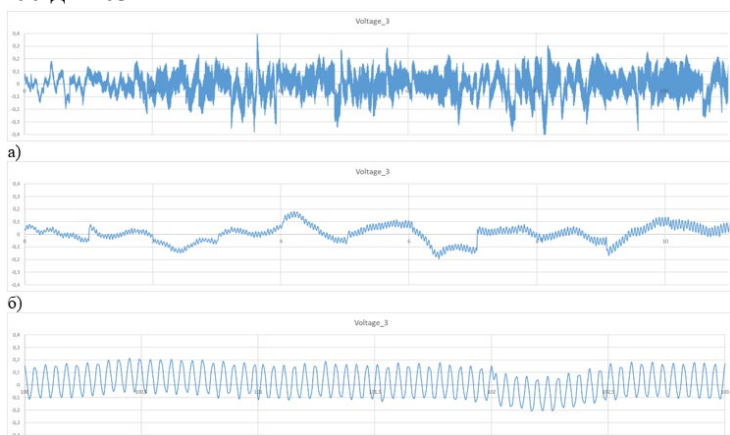
На Фиг. 6.21 е показана модифицирана експериментална постановка, на която се виждат (поз. 5) допълнително монтираните върху нишката от СПФ пръстени 5. Чрез тях се цели да се създаде допълнително натоварване на нишката от СПФ, да се промени приведената маса на системата и да се въведат нови механични степени на свобода.



Фиг. 6.6 Модифицирана експериментална постановка; 1. Нишка от СПФ; 2. Пиезоелектрична конзолна гредка; 3. Нагревател; 4. Термодвойка; 5. Пръстен; 6. Акселерометър; 7. Захранващи блокове; 8. Система за събиране на данни; 9. Лаптоп.

При всички случаи вибрационните процеси са устойчиви и с достатъчно ясно изразени амплитуди. Подобно поведение се наблюдава и с две маси от 0,6 gr, като честота на микротрептенията е 33 Hz (Фиг. 6.23). При маси на пръстените 2,1 gr е измерена честота 16,6 Hz и амплитуда 0,8 v пик до пик (Фиг. 6.24). Увеличаването на масата логично води до намаляване на честотата на микротрептенията и до увеличаване на амплитудите, които при пръстени с маса 4,6 g достигат 1,2 v от пик до пик (Фиг. 6.25). Влиянието на масите на пръстените върху честотата и амплитудата е показано на фиг. Фиг. 6.26.

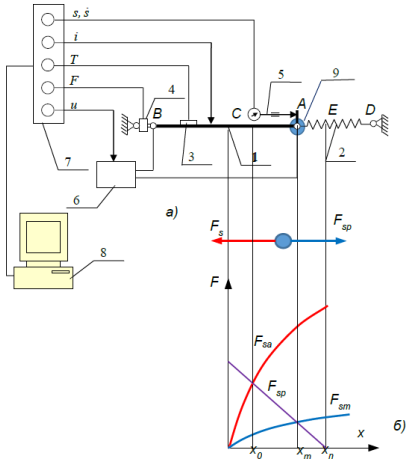
Фиг. 6.7 Генерирано напрежение от пиезоелектричните конзоли при натоварване с два пръстена с маса от по 0.8 gr: а) за пълния интервал от 0 до 116 s; б) за началния интервал от 0 до 15 s; в) за крайния интервал от 100 до 103 s



Фиг. 6.8 Генерирано напрежение от пиезоелектричните конзоли при натоварване с два пръстена с маса от по 0.6 gr за интервал от 30 s: а) за пълния интервал от 0 до 30 s; б) за интервала от 0 до 5 s.

6.1.4 Изследване на свойствата на сплавите с памет на формата чрез линеен актуатор с електрическо нагряване и деформираща пружина

Принципната схема на стенда за експериментално изследване на актуатора е показана на Фиг. 6.27. В точка В към силов сензор 4 е неподвижно е закрепена нишка от сплав с памет на формата 1 (НСПФ). Срещуположно в точка D е монтирана неподвижно пружина 3. Преди да бъдат свързани двата свободни края, точка С на НСПФ и точка Е на пружината, разстоянието между тях е $CE = x_n$. След свързването на тези краища в точка А при стайна температура, при която СПФ е в мартензит, НСПФ получава максимална деформация $x_m = CA$, а пружината е деформирана на разстояние $AE = x_n - x_m$. Това е равновесното състояние на актуатора при стайна температура T_∞ , която е приета да бъде не по-висока от финалната мартензитна температура M_f т.е. $T_\infty \leq M_f$



Фиг. 6.9 Принципната схема на стенда за изпитване на СПФ и силови характеристики: а) принципна схема. 1. Нишка от сплав с памет на формата; 2. Пружина; 3. Термодвойка; 4. Сензор за сила; 5. Позиционен сензор и акселерометър; 6. Захранващ блок; 7. DAQ; 8. Компютър, 9. Позиционирана маса; б) силови характеристики.

Динамичен модел на актуатора Прието е, че нишката от СПФ (НСПФ) има първоначална дължина $s_0 = BC$, а надлъжната ѝ деформация е λ . В този случай текущата дължина на нишката е $s = s_0 + \lambda$, а относителната ѝ надлъжна деформация е

$$\varepsilon = \frac{\lambda}{s_0}$$

За обобщена механична координата е избрана позицията на общата точка в която е съсредоточена масата m [kg]. Другите обобщени координати са температурата T [°C] и токът i в НСПФ.

Динамичният модел може да се опише със системата уравнения

$$\begin{cases} m\ddot{x} + \beta\dot{x} - k(x_n - x) = -F_s(x, T) \\ \rho_s V_s c_p \dot{T} + A_s h_c (T - T_\infty) - R(T) i^2 = 0 \\ i = \frac{u}{R(T)} \end{cases} \quad (4.103)$$

където β е коефициента на динамичен вискозитет, k е коефициента на еластичност на пружината, $F_s(x, T)$ е силата в НСПФ, ρ_s е плътността на СПФ, V_s е обемът на НСПФ, c_p е специфичната топлина на нишката, A_s е околната повърхнина на нишката, h_c е коефициента на конвекционно топлопренасяне, T_∞ е температурата на стаята; $R(T)$ е електрическото съпротивление на НСПФ и u е електрическото напрежение, приложено на краищата на нишката. Използвани са означенията $\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}$, $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$, $\dot{T} = \frac{dT}{dt}$, където t е времето.

След заместване на третото във второто уравнение, горната система придобива вида

$$\begin{cases} m\ddot{x} + \beta\dot{x} + k(x_n - x) = -F_s(x, T) \\ \rho_s V_s c_p \dot{T} + A_s h_c (T - T_\infty) - \frac{u^2}{R(T)} = 0 \end{cases} \quad (4.104)$$

Прието е, че зависимостта на съпротивлението на нишката от температурата може да се пренебрегне т.е

$$R(T) = R = const \text{ и}$$

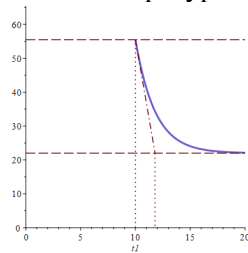
$$\begin{cases} m\ddot{x} + \beta\dot{x} + k(x_n - x) = -F_s(x, T) \\ \rho_s V_s c_p \dot{T} + A_s h_c (T - T_\infty) - \frac{u^2}{R} = 0 \end{cases} \quad (4.106)$$

Направени са опростяващи предпоставки като са приети за постоянни обемът и околната повърхнина. В действителност те се изменят, тъй като нишката се деформира надлъжно и напречно от порядъка на 8%, като се запазва масата на нишката $m_s = \rho_s V_s$.

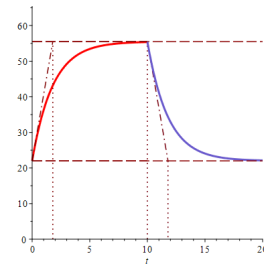
В общия случай нагряването на нишката е възможно да започне от някаква температура T_0 , различна от стайната температура T_∞ . Тогава решението на (7) при начално условие

$$T(0) = T_0 \text{ е } T(t) = T_\infty + T_a \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) + (T_0 - T_\infty) e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ или } T(t) = (T_\infty + T_a) \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) + T_0 e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

При същите стойности на параметрите от Таблица 10, но при начална температура $T(0) = T_{\text{lim}}$ и при $u=0$ V, с помощта на (4.118) е построена графиката от Фиг. 6.29. От графиката е видно, че след като липсва напрежение, нишката започва да се охлажда със същата време константа като достига температурата на стаята. В този случай стайната температура играе ролята на асимптотична Фиг. 6.30.



Фиг. 6.29 Температура на нишката при $u = 0$.



Фиг. 6.30 Нагряване и охлаждане на нишката.

Уравнението (4.118) може да се ползва за приблизително изследване на изменението на температурата при променливо във времето захранващо напрежение с правоъгълна форма и в частност при широчинно импулсна модулация от вида

$$u(t) = \begin{cases} u_0 & \text{ако } \frac{n+1-z}{f} \leq t \leq \frac{n+z}{f} \\ 0 & \text{ако } \frac{n+z}{f} > t > \frac{n+1+z}{f} \end{cases}, \quad (4.119)$$

където u_0 е амплитудата на правоъгълния импулс, $n = \text{trunc}(tf)$ пореден номер на периода, $0 < z < 1$ е степен на запълване, честотата на импулсите. На Фиг. 6.31 са показани три вида модуляции с един и същи период и различни степени на запълване.

Изменението на температурата на нишката при степен на запълване на импулса 25% е показано на Фиг. 6.32. С пунктираната линия е показана графиката на температурата без ШИМ. На същите графики е показана и формата на напрежението, което е правоъгълно с амплитуда 1 V.

Направените изводи ни дават възможности за оценка на поведението на нишката и за избор на подходящо управление на актуаторите.

6.1.4.1 Подобрен динамичен модел

Моделът се подобрява при условие, че отпаднат опростяващите предпоставки за неизменящите се обем и околна повърхнина НСПФ, при постоянна маса $m_s = \rho_s V_s$. В този случай дължината на нишката е $s = s_0 + x$, а

диаметърът ѝ е приет да бъде $d_s = d_0 - \mu \frac{x}{s_0} d_0$. където d_0 е първоначалният диаметър на нишката, μ е

коэффициента на Поасон. За обема на нишката е получено $V_s = \frac{\pi}{4} \left(d_0 - \mu \frac{x}{s_0} d_0 \right)^2 (s_0 + x)$, а околната

повърхнина е изразена чрез $A_s = \pi \left(d_0 - \mu \frac{x}{s_0} d_0 \right) (s_0 + x)$.

След заместване на горните изрази в динамичния модел (4.106) на актуатора е намерено

$$\begin{cases} m\ddot{x} + \beta\dot{x} + k(x_n - x) = -F_s(x, T) \\ \rho_s V_0 c_p \dot{T} + \pi \left(d_0 - \frac{\mu x}{s_0} d_0 \right) (s_0 + x) h_c (T - T_\infty) - \frac{u^2}{R} = 0 \end{cases}$$

Системата (4.125) е подобрен модел на актуатора. Видно е, че двете диференциални уравнения са свързани и температурното уравнение в този случай не може да бъде решено самостоятелно.

Определяне на равновесните точки Равновесните точки x^* и T^* на системата (4) се намират при $\ddot{x} = 0$

$$, \dot{x} = 0, \dot{T} = 0, \text{ от което следват уравненията } \begin{cases} \omega_0^2(T^*)x^* - f_{sR}(T^*) = f_{s0} \\ (T^* - T_\infty) - \frac{\tau u^2}{\rho_s V_0 c_p R} = 0 \end{cases}, \text{откъдето}$$

$$T^* = \frac{u^2}{A_s h_c R} + T_\infty = T_a + T_\infty = T_{\text{lim}}, \quad x^* = \frac{f_{s0} + f_{sR}(T^*)}{\omega_0^2(T^*)} = \frac{f_{s0} + f_{sR}(T_{\text{lim}})}{\omega_0^2(T_{\text{lim}})}.$$

Видно е, че равновесната температура е равна на граничната. Ако захранващото напрежение $u=0$, граничната температура съвпада със стаината, т.е. $T^* = T_\infty$.

Определяне на относителната мартензитна фракция R_m В модела на Ikuta [37] е предложена

$$\text{хистерезисната функция } R_m = \frac{1}{1 + e^{k_m(\theta - \beta_T)}} \text{, където } k_m = \begin{cases} k_m^C & \frac{dT}{dt} < 0 \text{ (охлаждане)} \\ k_m^H & \frac{dT}{dt} > 0 \text{ (загряване)} \end{cases}, \quad \theta \text{ е разликата}$$

между текущата температура T и температурата на околната среда T_∞ , β е температурата на инфлексната точка на кривата на охлаждане и кривата на загряване и се дефинира по следния начин

$$\beta_T = \begin{cases} \beta^C & \frac{dT}{dt} < 0 \text{ (охлаждане)} \\ \beta^H & \frac{dT}{dt} > 0 \text{ (загряване)} \end{cases}. \text{Параметърът } \beta^H \text{ се отнася към трансформационните температури } A_s \text{ и } A_f, \text{ а}$$

β^C към M_s и M_f . Освен това β_T включва ефекта на механичното напрежение на хистерезисната крива. Измененията на механичното напрежение предизвикват изместване на трансформационните температури. Този ефект се добавя в константите като е прието

$$\beta_T = \begin{cases} \beta^C = \frac{1}{2}(M_s + M_f) - T_\infty + c_m(\sigma - \sigma_0) & \frac{dT}{dt} < 0 \\ \beta^H = \frac{1}{2}(A_s + A_f) - T_\infty + c_m(\sigma - \sigma_0) & \frac{dT}{dt} > 0 \end{cases}, \quad k_m = \begin{cases} k_m^C = \frac{6,2}{M_s - M_f} & \frac{dT}{dt} < 0 \\ k_m^H = \frac{6,2}{A_f - A_s} & \frac{dT}{dt} > 0 \end{cases}.$$

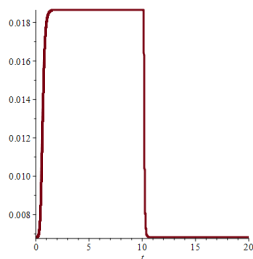
където σ е напрежението на опън, σ_0 е напрежението на опън при $\theta=0$, k_m^C и k_m^H са наречени температурни константи съответно при охлаждане и нагряване. Константата в числителя 6,2 е определена емпирично от Ikuta.

В модела на Madill [38] за да се опишат минорни примки на хистерезиса са добавени още два нови параметъра във формула (4.149).

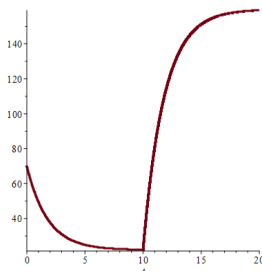
6.1.4.2 Числено решаване на системата диференциални уравнения

Параметрите на нишката от СПФ, определени експериментално [39] са дадени в Таблица 11. На Фиг. 6.34 е показана относителната мартензитна фракция, а на Фиг. 6.35 вида на силите в нишката от СПФ при различни температури от 20 °C до 64 °C за данните от Таблица 2 при деформация от 0 до 0,005 m. На Фиг. 6.35 са показани графиките на силите при нагряване от 0 до 70 °C. На Фиг. 6.37 са показани графиките на силите.

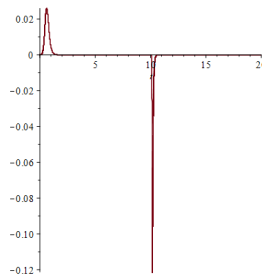
Резултатите от численото решение са представени на Фиг. 6.38, Фиг. 6.39, Фиг. 6.40, Фиг. 6.41, Фиг. 6.42, Фиг. 6.43, Фиг. 6.44 и Фиг. 6.45:



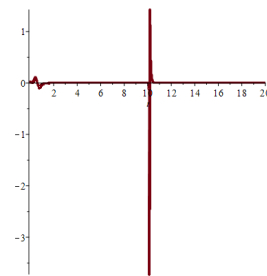
Фиг. 6.10 Преместване във функция на времето.



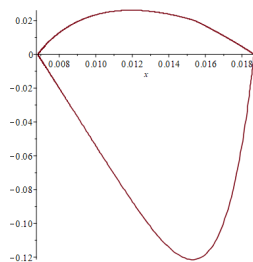
Фиг. 6.11 Температура във функция на времето.



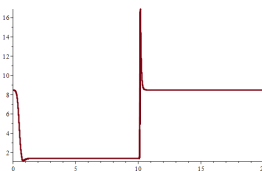
Фиг. 6.12 Скорост във функция на времето.



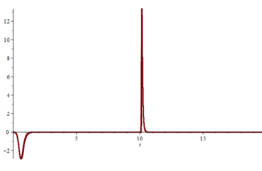
Фиг. 6.13 Ускорение във функция на времето.



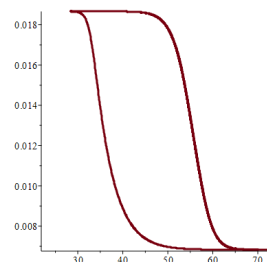
Фиг. 6.42 Фазов портрет $v=v(x)$.



Фиг. 6.43 Сила на нишката от СПФ.



Фиг. 6.44 Сумарна сила на нишката от СПФ и пружината.

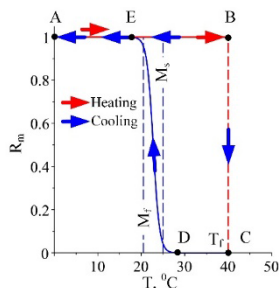


Фиг. 6.45 Преместване във функция на температурата.

6.1.4.3 Отстраняване на основния недостатък на модела. Математическо моделиране на минорните и субминорните хистерезиси

Хистерезисът на СПФ се описва чрез относителната мартензитна фракция $R_m(T) = \frac{V_m}{V_s}$, където V_m е обемът на мартензита в общия обем V_s на нишката от СПФ. Според модела на Madill описан по-горе.

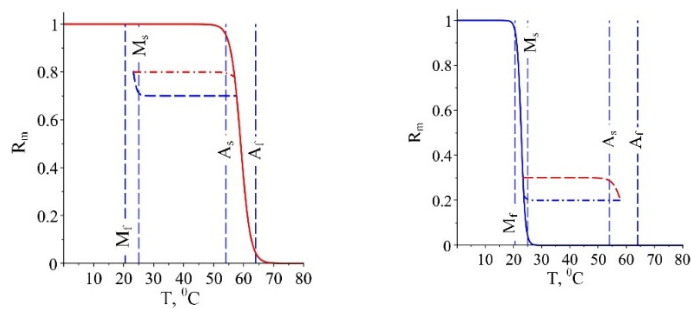
На фигура Фиг. 6.47 е илюстриран случай, когато е възможно прекъсване. Ако $M_s < T_f < A_s$ тогава, след преминаване от точка A в B по време на нагряване, се започва охлаждане в точка T_f . Ако се използва (14), процесът на охлаждане започва от точка B и се появява скок BC, последван от плавно охлаждане по кривата DEA.



Фиг. 6.14 Скокообразно прекъсване в относителната мартензитната фракция, когато промяната на знака на температурната флукуация е в интервала $[M_s, A_s]$.

Поведението според подобрения модел (4.140)-(4.143) е представено на фиг.3 чрез линията BA (сини стрелки), която представя реалистична промяна на температурата за този случай. Подобна прекъсната функция за R_m може да се разглежда, ако има охлаждане от температура $T > A_f$ и при $T_f \in [M_s, A_s]$ се появи нагряване.

Субминорни (или суб-субминорни) хистерезиси могат да се появят само при вече появили се минорни (субминорни) хистерезиси. Температурата на началото на субминорен хистерезис се обозначава с T_f^s , а мартензитната фракция, съответстваща на тази температура, се обозначава чрез R_m^{fs} . Второто важно условие за съществуването на субминорен хистерезис е $M_f < T_f^s < M_s$ за минорен хистерезис при охлаждане Фиг. 6.48 а) или за минорен хистерезис при нагряване $A_s < T_f^s < A_f$ (Фиг. 6.48 б).



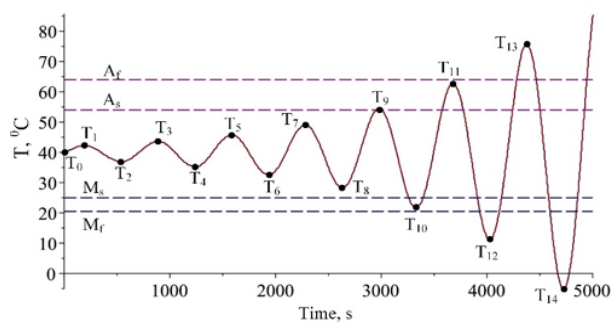
Фиг. 6.15 Субминорни хистерезиси:
а) за минорен хистерезис при охлаждане; б) за минорен хистерезис при нагряване.

Ако точката на промяна на флукуационния знак е в интервала $T_f^s \in [M_s, A_s]$, хистерезисът се изразжда в права линия, подобно на случая, показан на фиг.4.65. Субминорните хистерезиси се описват, подобно на (40) - (43), както следва:

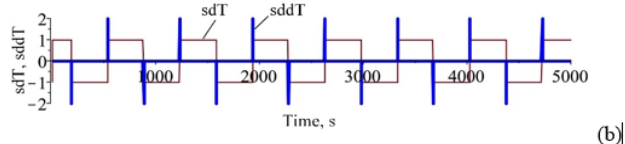
$$R_{ma}^C = \begin{cases} 1, & \text{if } M_f > T_f^s > A_f \\ R_m^f, & \text{if } A_f \geq T_f^s \geq A_s \end{cases}, R_{mb}^C = \begin{cases} 0, & \text{if } M_f > T_f^s > A_f \\ 0, & \text{if } A_f \geq T_f^s \geq A_s \end{cases}$$

Когато знакът на температурните флукуации се промени от отрицателен към положителен, съответно от охлаждане към нагряване, функцията е: $R_{ma}^H = \begin{cases} R_m^f - R_m^{fs}, & \text{if } M_f > T_f^s > A_f \\ R_m^{fs}, & \text{if } M_s \geq T_f^s \geq M_f \end{cases}, R_{mb}^H = \begin{cases} 0 & \text{if } M_f > T_f^s > A_f \\ 1 - R_m^{fc} & \text{if } M_s \geq T_f^s \geq M_f \end{cases}$

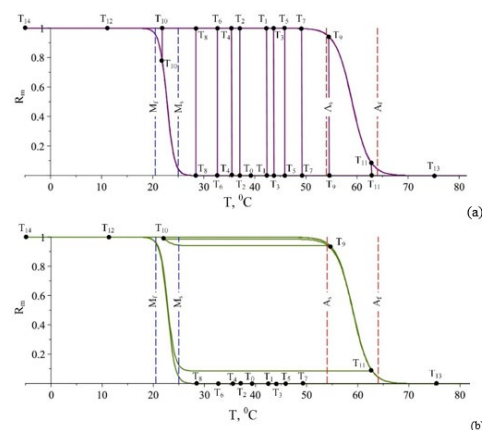
Извършен е числен експеримент за тестване на разработения алгоритъм за изобразяване на минорни и субминорни хистерезиси. На фиг. Фиг. 6.49 е показана тестова функция на температурата като функция на времето. Предполага се, че първоначалната температура T_0 е когато СПФ се променя от аустенит в мартензит, т.е. процесът на охлаждане е налице, а СПФ е в аустенитна фаза.



Фиг. 6.16 Графика на тестовата функция: а) графика на температурата; б) температурни индикатори sdT и $sddT$.



Температурните флукуации възникват, когато нагряването се сменя с охлаждане и обратно. На Фиг. 6.49 (а) тези точки на промяна съответстват на локалните температурни екстремуми, обозначени с T_i ($i=1,2,...14$). Разработен е числен алгоритъм за определяне на тези точки като резултатите са изобразени на фиг. 4.68(б). Според алгоритъма, знакът на температурната производна като функция на времето се изчислява от функцията $sdT_i = \text{sign} \dot{T}$ и нейните стойности са равни на ± 1 .



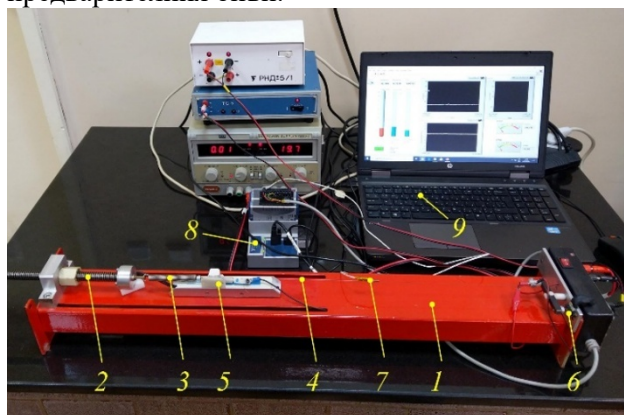
Допълнителната функция $sddT_i = sdT_{i+1} - sdT_i$, която последователно открива разликите на два съседни знака на производните на температурата, показва, че възниква флукуация, ако получи стойност ± 2 . В зависимост от това къде е точката на температурните флукуации, се прилага необходимото уравнение за изчисляване на относителната мартензитна фракция. Двете графики на Фиг. 6.50 показват двата възможни случая при определяне на мартензитната фракция. Ако се използва моделът (4.136) (Фиг. 6.49а), могат да се разграничат 10 случая на скокообразна промяна на относителната мартензитна фракция. Тя е гладка функция само за точките $T_{12} \div T_{14}$, които се намират извън температурния интервал $[M_f, A_f]$. На Фиг. 6.50б) са показани точките, получени с помощта на разработения подобрен модел. Както може да се види, изроден

хистерезис се появява за точки $T_0 \div T_8$. Точките T_9 и T_{10} описват субминорен хистерезис, а минорен хистерезис започва от точка T_{11} .(а)

Фиг. 6.17 Относителна мартензитна фракция R_m : а) без отчитане на минорните и субминорните хистерезиси; б) с отчитане на минорните и субминорните хистерезиси.

Експериментални изследвания и валидиране на модела

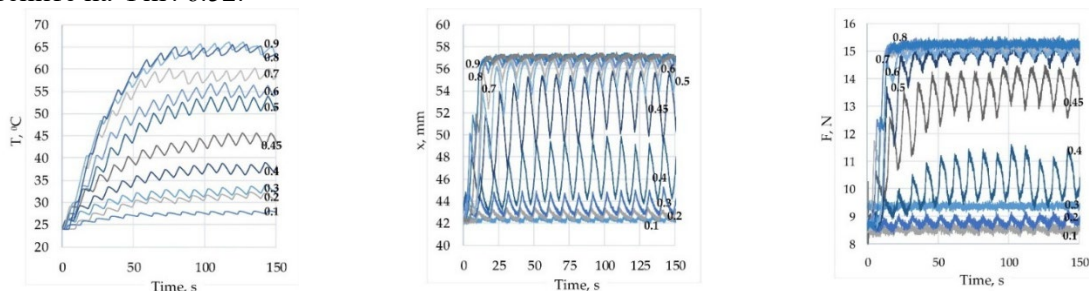
Експерименталните изследвания на актуатора се провеждат с помощта на оригинална експериментална установка, показана на Фиг. 6.51. Нейната функционалност позволява измерване на силата, температурата и преместването на нишката като функция на времето. Конструкцията на експерименталната установка позволява изследване на нишки с различни диаметри и дължини с възможност за регулиране на силата на предварителния опън.



Фиг. 6.18 Експериментален стенд за изследване на нишки от СПФ.

Експерименталният стенд се състои от основа 1 с монтиран опъващ винт 2 и лагер. Чрез завъртане на винта се създава предварителен опън в последователно свързаните пружина 3 и нишка от СПФ 4. Единият край на нишката е свързан към пружината чрез безконтактен магнитен сензор за преместване 5, а другият край посредством лост е свързан към сензор 6 за измерване на силата на опън в нишката.

Термодвойката 7, свързана към нишката, измерва нейната температура. Сензорите регистрират промяната на дължината на нишката и промяната на температурата и силата, а изходните сигнали се изпращат към системата за събиране на данни NI cDAQ 9174 - 8. Разработена е програма в LabVIEW 9 за обработка и визуализация на данните 9. Фиг. 6.52 показва експериментално получените графики за температурата, силата и преместванията на нишката при промяна на коефициента на запълване в диапазона от 0,1 ÷ 0,9 при честота $f=0.1$ Hz. Анализът на представените на Фиг. 6.52.

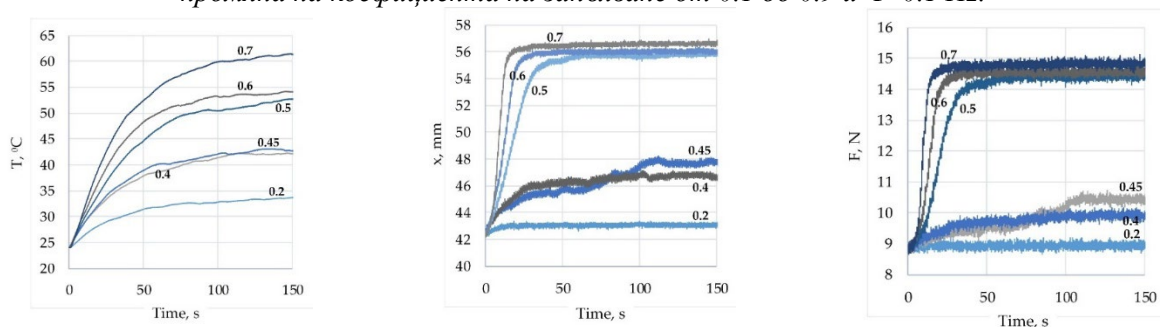


(а)

(б)

(в)

Фиг. 6.19 Параметрично изследване на температурата T а), преместването x б) и силата F в) при промяна на коефициента на запълване от 0.1 до 0.9 и $f=0.1$ Hz.

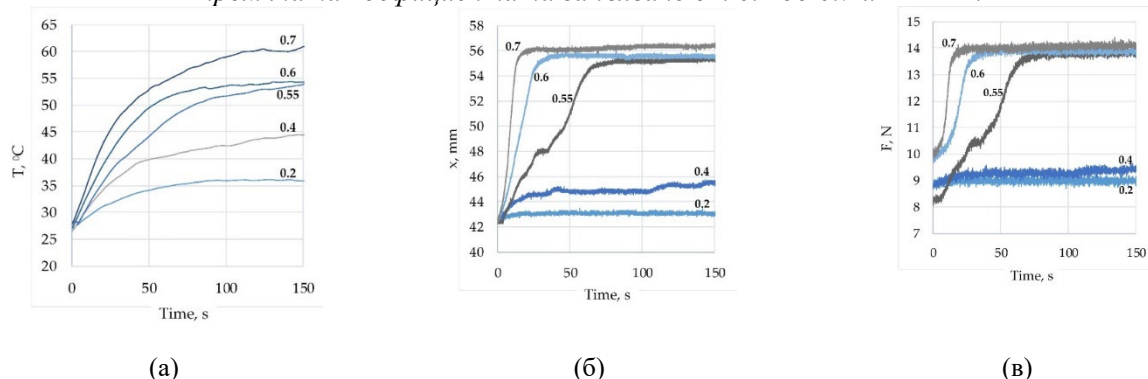


(а)

(б)

(в)

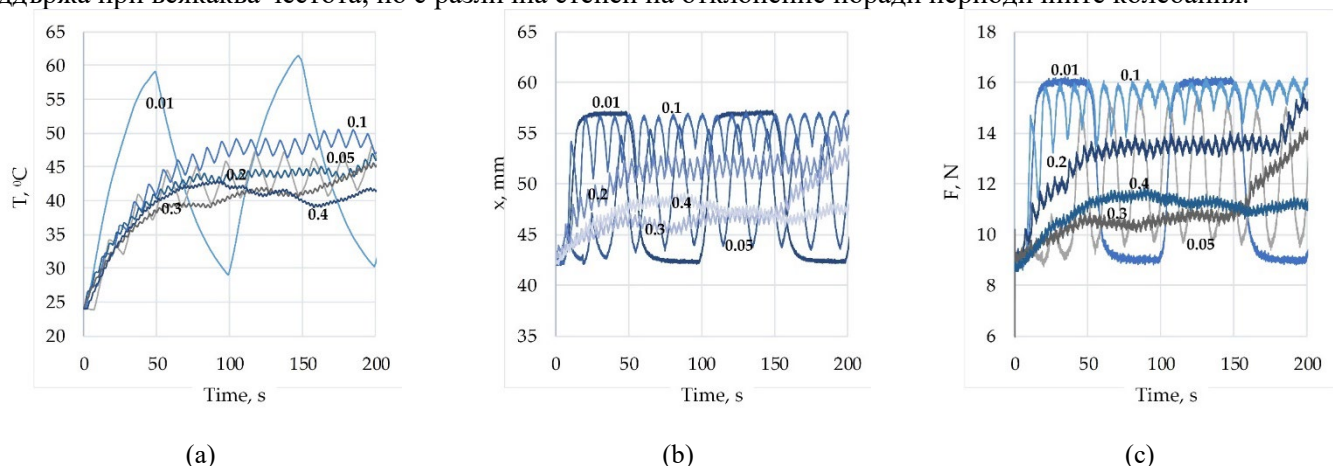
Фиг. 6.20 Параметрично изследване на температурата T а), преместването x б) и силата F с) при промяна на коефициента на запълване от 0.1 до 0.7 и $f=1$ Hz.



Фиг. 6.21 Параметрично изследване на температурата T а), преместването x б) и силата F с) при промяна на коефициента на запълване от 0.1 до 0.7 и $f=10$ Hz.

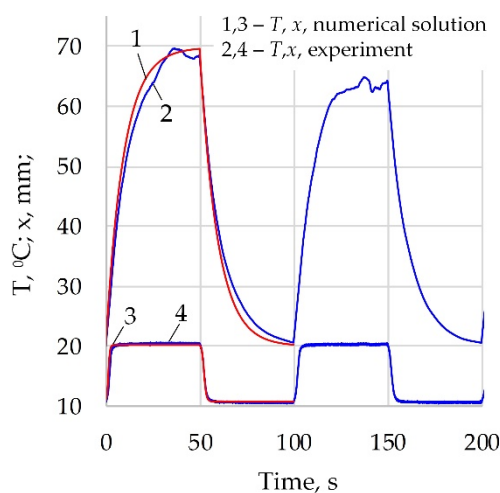
На същата фигура са показани съответните графики на преместването. При честота 0,01 Hz средната стойност на преместване е 50 mm, а нейната вариация е между 42 и 57 mm. При честота от 0,1 Hz, изменението на преместването е много по-малко, но средната стойност на преместването е около 55 mm. Графиката за силата има подобен характер.

На Фиг. 6.55 е показана промяната на температурата, преместването и силата за стойността на коефициента на запълване $z=0,5$ и различните честоти на ШИМ - от 0.01 Hz до 0.4 Hz. На всяка графика е обозначена честотата на ШИМ, при която е получена съответната графика. При честота от 0.01 Hz е видим експоненциалният характер на температурата на нишката по време на нагряване и охлаждане. При всички честоти има колебания в температурата и с увеличаването на честотата амплитудата на колебанията намалява. За всички случаи средната температура е около 43°C, което показва, че тази средна температура може да се поддържа при всякаква честота, но с различна степен на отклонение поради периодичните колебания.

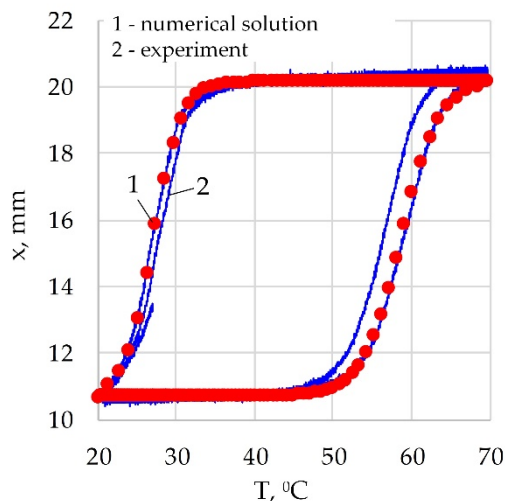


Фиг. 6.22 Параметрично изследване на температурата T а), преместването x б) и силата F с) за различни честоти и $z=0.5$.

Валидирането на разработения математически модел (4.113) се извършва чрез сравняване на числени и експериментално получени резултати. Фиг. 6.56 (а) показва теоретични и експериментални резултати за температурата и преместването за стойност на коефициента на запълване 0,5 и честота на ШИМ, равна на 0,01 Hz. С позиции 1 и 3 са означени съответно теоретичните стойности на температурата и преместването, изчислени чрез системата (4.113). С позиции 2 и 4 са означени съответно експериментално получените стойности на температурата и преместването. Анализът на графиките показва някои различия, но степента на съвпадение е достатъчно висока. Това се потвърждава и от хистерезиса, показан на Фиг. 6.56 (б), в който двойната примка се дължи на разлики за двата показани цикъла на нагряване. Разликите между графиките могат да се обяснят с недостатъчно точна идентификация на числените стойности на параметрите, както и със значителната чувствителност на системата към някои фактори, които не са включени в математическия модел или чието влияние не може да се предвиди, главно - наличието на случайни въздушни потоци, несъвършенства в конструкцията на експерименталният стенд и постоянно променящи се условия на околната среда по време на провеждане на експеримента. Влиянието на термодвойката върху измерената температура се свежда до минимум с помощта на термодвойка, чиито размери са близки до диаметъра на нишката.



(а)



(б)

Фиг. 6.23
Сравнение на
експериментални
и числени
резултати: а)
преместване x ,
температура T и
напрежение и на
проводника като
функция на
времето; б)
температурен
хистерезис.

6.1.4.4 Заключение по въпроси за моделиране на актуатори с нишка от СПФ

Представено е разработването на математически модел на актуатор, състоящ се от нишка от СПФ, свързана последователно с пружина, позволяващ задълбочено моделиране на динамиката на актуатора. Моделът разглежда динамиката на механичната подсистема на актуатора и топлообмена между нишката и околната среда. Чрез подробен теоретичен анализ са получени две нелинейни обикновени диференциални уравнения, чиито обобщени координати са преместването на масата, представляваща актуатора, и температурата на нишката. Анализът показва, че коефициентът на еластичност на нишката и собствената честота на механичната подсистема зависят от температурата и деформацията на нишката. Дължината на импулса на сигнала на управляващото напрежение трябва да се определя в зависимост от температурната времеконстанта на системата, а използването на импулси по-дълги от 5τ е безсмислено.

За да се увеличи точността на моделирането е разработен алгоритъм за моделиране на минорни и субминорни хистерезиси, който отстранява недостатъците на класическия модел, особено скоковете в относителната мартензитна фракция. Този алгоритъм подобрява точността на моделирането, особено при използване на ШИМ управление, при което е вероятно да възникнат минорни и субминорни хистерезиси.

Експерименталните изследвания показват, че системата е много чувствителна и са налице фактори, които не могат да се трудат в математическия модел. Експериментите показват, че увеличаването на коефициента на запълване увеличава температурата на нишката, но между тях няма линейна връзка. Фактът, че чрез задаване на постоянни стойности на коефициента на запълване не е възможно да се получи устойчива стойност на преместването и силата, показва, че е по-подходящо да се използва система за управление с обратната връзка, в която управляващите параметри да са напрежение, честота и коефициент на запълване. Валидирането на модела показва, че разликите между резултатите от разработения модел и експерименталните резултати са приемливи.

7 Глава Приложения на задвижвания чрез сплави с памет на формата върху модели и прототипи, разработени в катедра ТММ

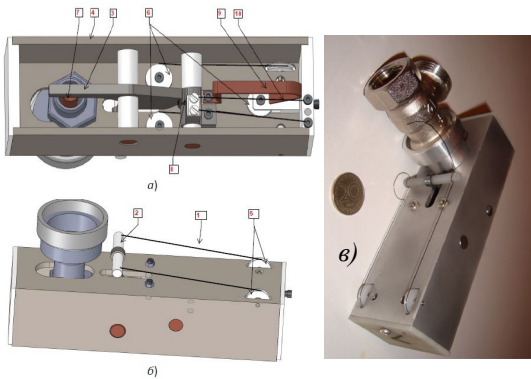
7.1 Управление на клапани

Чрез нишки от СПФ бяха създадени задвижвания на управляващи глави за клапани с приложение в сградни инсталации и предимно във водни, парни и въздушни отоплителни системи. Тези управляващи глави се подразделят на два вида с пропорционално и цифрово (on/off) действие. При пропорционалното действие буталото на клапана може да се позиционира в произволна точка от хода и да осигури различно количество дебит в зависимост от фиксираното си положение. При цифровото действие буталото на клапана може да заеме само две крайни позиции - напълно отворена и напълно затворена. В този случай бистабилните механизми са много подходящи за приложение, защото освен че осигуряват on/off действие, създават възможности за съкращаване на хода на задвижващите нишки от СПФ и за въвеждане на еластични елементи, чрез които част от енергията за управление се рекуперира.

7.1.1 Пропорционално управление на клапани

3Д модел на един от първите пропорционални глави за управление на клапани чрез жица от СПФ, създаден в лабораторията по MEMS към катедра ТММ, е показан на Фиг. 7.1. Принципът на действие на клапана е следният: За да се удължи пътят на жицата 1, както и за да се увеличи силата при по-нисък ток, силовият поток е разделен да два равностойни клона. За целта два края на жицата са закрепени към еластична греда 2 в долния край на ъгловата кобилица 3. Еластичната греда се намира извън корпуса, който е изработен от материал с висока топлопроводимост. С помощта на вертикално разположени в края на основата ролки 5, жицата се прехвърля във вътрешната част на корпуса като се разполага близо до стените му, за да се загрява допълнително. Почти под оста на ъгловата кобилица са разположени две хоризонтални ролки 6, чрез които се обръща посоката на СПФ жицата. Средният край на жицата прави примка, увивайки се около трета хоризонтална ролка 6, чрез която се настройва първоначалния опън. В левия край ъгловата кобилица контактува с буталото на основния клапан 7, подлежащ на регулиране. Пружината на този клапан служи за възстановяване на първоначалното положение. В десния край ъгловата кобилица е изработена с кръгла форма, чрез която контактува с фиксираща гърбица 8, която се притиска към кобилицата с помощта на плоска пружина 9. Гърбица заключва ъгловата кобилица и така осигурява зададеното положение на буталото. Чрез заключващия механизъм се избягва разхода на енергия за поддържане на буталото на клапана в зададена неподвижна позиция. За отключване на механизма се използва втора жица от СПФ 10, на която за целта се подава кратък електрически импулс, който предизвиква завъртане гърбицата и прекъсва контакта с кобилицата. Отцепването на гърбицата от ъгловата кобилица позволява тя да се премести под действието на пружината на буталото 7 и да възстанови крайното си положение при напълно отворен клапан, или да заеме нова позиция.

Цялото устройство е поместено в пластмасов декоративен корпус, в който са разположени батериите, електронна част, дисплей и бутони за ръчна настройка.



Фиг. 7.1 3D чертеж на пропорционална глава за клапан, задвижвана чрез СПФ; а) изглед отгоре; б) изглед отстрани със свързващия елемент към клапана; в) прототип на управляващата глава.

Произведените прототипи демонстрираха висока надеждност и стабилност на управлението.

По отношение на консумацията на енергия този механизъм се оказва по-нисък коефициентът на полезно действие (КПД) в сравнение с водещите световни образци.

Фиг. 7.2 Демонстрация на принципа на действие на управляваща пропорционална глава в часовете по Микротехника и Микромехатроника.

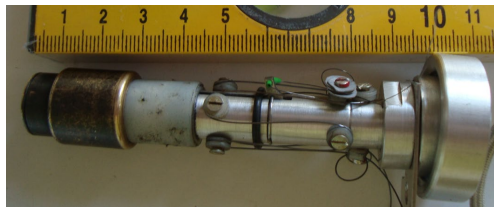
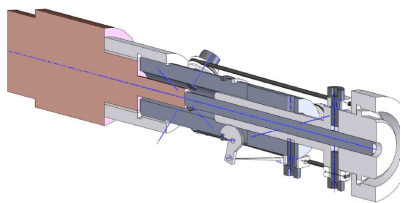


Управляващата глава намери приложение за демонстрации на ефекта с памет на формата и бе включен в учебната програма на студентите изучаващи мехатроника. На Фиг. 7.3 е показана експериментална установка за демонстриране на принципа на работа на пропорционалната глава за управление на клапан чрез жици от СПФ.

Цифровият индикаторен часовник измерва хода на буталото на клапана и се записва в компютър в реално време.

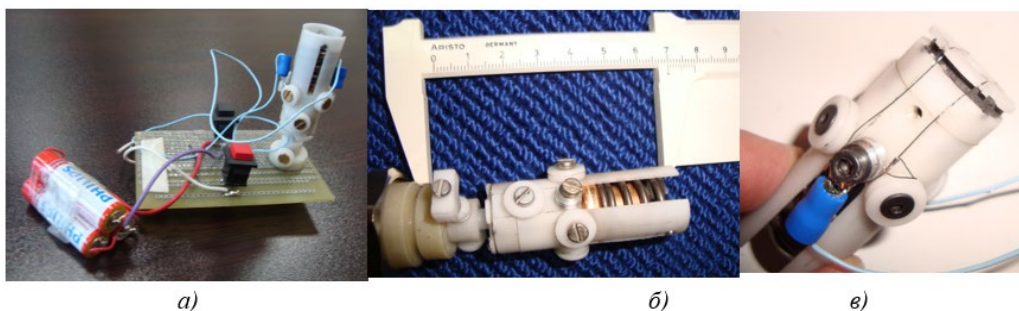
Тъй като КПД на първата клапанна глава не удовлетворяваше съвременните изисквания. В лабораторията по MEMS бяха конструирани, изработени и изследвани още няколко образци на управляващи глави с пропорционално действие.

Следващите конструкции бяха с минимизирани габарити и с възможно минимален брой детайли, за което допринасяше ротационната форма на корпуса. На Фиг. 7.4 а) е показан Solidworks чертеж на управляваща термостатна глава, а на Фиг. 7.4 б) изработен неин прототип.



Фиг. 7.3 Управляваща глава с ротационна конструкция:
а) Solidworks чертеж на управляваща термостатна глава;
б) прототип на ротационната глава.

Фиксиращият механизъм също претърпя развитие като първоначално се използваше самозатягаща се гърбица (Фиг. 7.4), която след това бе заменена с разрязан конус Фиг. 7.5 б). На Фиг. 7.5 а) е показан стенд за изследване на една от разновидностите ротационна управляваща глава с термостат и пластмасов корпус. За фиксиране на положението на изпълнителното звено е използван фиксиращ конусен механизъм наподобяващ цанга, който е разположен в края на цилиндричния корпус Фиг. 7.5 б).



Фиг. 7.4 Ротационна управляваща глава с пластмасов корпус задвижвана с жици от СПФ с фиксираща цанга и термостат: а) стенд за изследване б) поглед отблизо, в) заключващ механизъм.

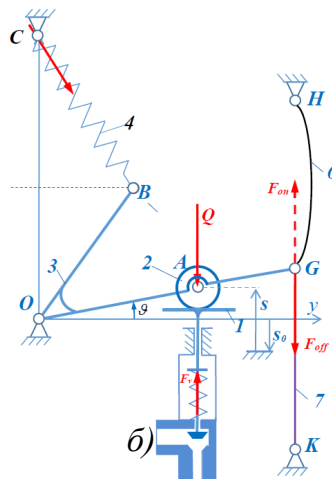
Едно от непреодолимите предизвикателства при задвижванията на пропорционални глави е, че за да се фиксира положението на изпълнителното звено или трябва да се подава непрекъснато напрежение на задвижващата жица, или да се добави допълнителен заключващ механизъм. Този недостатък не съществува при бистабилните механизми, които трудно се приспособяват за пропорционално управление, но са най-подходящото задвижване за on/off системи.

7.1.2 Бистабилно управление на клапани

7.1.2.1 Еднолостов бистабилен управляващ механизъм, задвижван чрез нишки от СПФ

Снимка на първия прототип на управляваща глава на клапан с бистабилен механизъм, превключвана със нишки от СПФ е показана на Фиг. 7.6 а. Кинематичната схема на този механизъм се приема, че основно се състои от един лост и пружина Фиг. 7.6 б), макар, че структурният анализ при разглеждане на ролката и плъзгача да го класифицира като тангенсен елементарен механизъм. Това е класически бистабилен механизъм с безспорно най-простата кинематична схема и най-широка практическа употреба. Поради простотата на кинематична верига от нея би трябвало да се очакват ай-добри резултати по отношение на динамика и ниска консумация на енергия. В действителност тези очаквания бяха опровергани от експерименталните резултати. За да бъде функционален механизмът трябва да работи с много твърда пружина, която натоварва опорите и се появяват много високи реакции, водещи до повишаване на силите на триене и влошаване на динамиката. Освен това голямата пружинна сила води до загуба на нейната устойчивост, което наложи включване на допълнителни пружинни направляващи, които внесоха нови сили на триене и съответни загуби. Големите опорни реакции не

позволиха да се използват модифицирани опори с малки радиуси на закръгления.



Фиг. 7.5 Първи прототип на бистабилен механизъм за управление на клапан, задвижван чрез СПФ: а) Снимка; б) Кинематична схема.

7.1.2.2 Бистабилен гърбично лостов механизъм за управление на клапан

На Фиг. 7.7 е показана кинематичната схема на механизма. Принципът на действие е следният: Плъзгачът, с позиция (1), премества буталото на

The diagram shows a complex mechanism with several components:

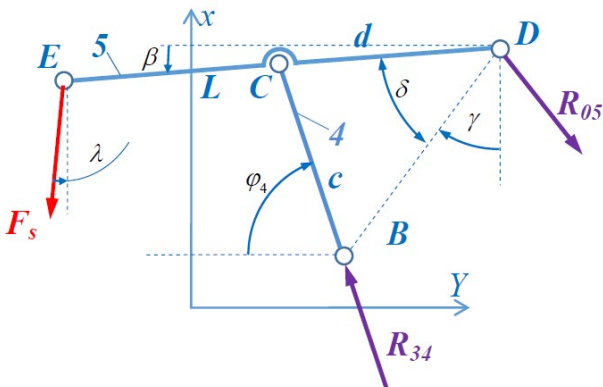
- Links:** Labeled 1 through 7.
- Joints:** Revolute joints at points O, A, B, C, D, E, G, H, and K.
- Forces:**
 - F_s : Spring force at point E.
 - Q : Force applied at point A.
 - F_{eff} : Effective force at point G.
 - F_{el} : Elastic force at point G.
 - F_{fr} : Friction force at point I.
- Geometric Parameters:**
 - Angles: $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varphi, \theta, \lambda, \varphi_2$.
 - Lengths: a, b, c, d, s, s_0 .
 - Coordinates: x, y .
- Other Features:** A spring at point F, a support at point I, and a curved link 6 connecting points H and G.

Лостовият механизъм служи за преобразуване на моностабилното действие на клапана в бистабилно като за целта размерите на звената и пружинната сила са определени, така че да се получи точка с неустойчиво равновесие в средата на хода на клапанното бутало при зададена характеристика на еластичната сила на клапанната пружина. Друга важна функция, която е заложена в принципа на действие на механизма е да се

Силов анализ на бистабилен гърбично лостов механизъм. Първоначално е разгледано кинетостатичното равновесие на асуровата група, съставена от звена 4 и 5. Инерционните сили са пренебрегнати. В точка E действа пружинната сила, която е пресметната по формулата $F_s = (L_s - L_{s0})k$, където $L_s = \sqrt{(x_F - x_E)^2 + (y_F - y_E)^2}$ е дължината на разтегнатата пружина (разстоянието между точки E и F), L_{s0} е началната дължина на пружината и k е коефициента на еластичност на пружината.

Тъй като върху звено 4 не действат никакви външни сили, идеалните реакции $\vec{R}_{45} = -\vec{R}_{54}$ и $\vec{R}_{43} = -\vec{R}_{34}$, са с директриси, съвпадащи с отсечката CB (Фиг. 7.9). Разгледано е условието за равновесие на моментите спрямо точка D , $\sum_{(4,5)} M_{D_i} = 0$, равносилно на $F_s h_s = R_{34} h_{34}$, където

$$h_s = L \cos(\beta + \lambda), \quad h_{34} = d \sin(\beta + \varphi_4). \quad (7.15)$$



След заместване на формули (15) в уравнение (14) е получено

$$R_{34} = F_s \frac{L \cos(\beta + \lambda)}{d \sin(\beta + \varphi_4)}. \quad (7.16)$$

48

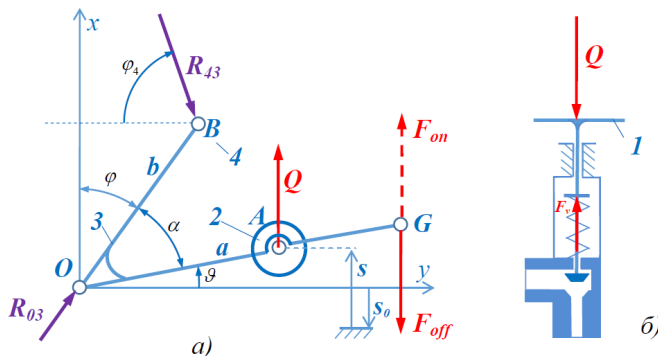
свежда до векторното уравнение $\vec{F}_s + \vec{R}_{34} + \vec{R}_{05} = 0$. Чрез косинусовата теорема за големината на идеалната реакция в точка D е намерено

$R_{05} = \sqrt{F_s^2 + R_{34}^2 + \sin(\lambda - \varphi_4)}$. Направлението на R_{05} , намерено чрез теоремата за равновесие на три сили не е показано тук.

При втория етап на силовия анализ е разгледано равновесието на асурова група 2, 3 при пренебрегнати сили на триене (Фиг. 7.10а). Тук реакцията в точка A е означена с Q . За нея е известно, че има вертикална посока и приложна тока A . Силите на жиците от СПФ F_{on} и F_{off} тук не са включени, защото те задвижват механизма и подлежат на определяне след като се отчете и натоварването от клапана. Отново е съставено моментово уравнение $\sum_{(2,3)} M_{O_i} = 0$ за цялата асурова група спрямо точка O , което води до

$Qa \cos \vartheta = R_{43} b \sin(\varphi_4 + \vartheta + \alpha)$ откъдето $Q = R_{34} \frac{b \sin(\varphi_4 + \vartheta + \alpha)}{a \cos \vartheta} = R_{34} \frac{b}{a} [\sin(\varphi_4 + \alpha) + \cos(\varphi_4 + \alpha) \tan \vartheta]$. Ако се приеме, че ъгълът $\lambda \approx 0$ изразът (17) може да се сведе до $R_{34} = F_s \frac{L}{d \sin \varphi_4 + \cos \varphi_4 \tan \beta}$. След заместване на

формула (21) в (20) е получено $Q = F_s \frac{Lb \sin(\varphi_4 + \alpha) + \cos(\varphi_4 + \alpha) \tan \vartheta}{ad \sin \varphi_4 + \cos \varphi_4 \tan \beta}$.



Фиг. 7.8 Кинестатично равновесие на задвижващата и задвижваната групи: а) задвижваща асурова група 2,3; б) задвижвано звено 1 и реакцията на клапана.

Силата от пружината на клапана F_v е получена експериментално и апроксимиран с изрази $F_v = F_{v0} - sk_v$, където k_v е коефициент на

еластичност на пружината на клапана. При затворено положение и близо до него върху клапанното бутало действа силата от налягането на флуида. Поради малките налягания при разглежданите хидравлични системи, тази сила е пренебрегната.

От Фиг. 7.10 б) е видно, че приведената сила Q на рекупериращата пружина се изважда от клапанната еластична сила, което означава е в точка A действа сила

$Q - F_v = F_s \frac{Lb \sin(\varphi_4 + \alpha) + \cos(\varphi_4 + \alpha) \tan \vartheta}{ad \sin \varphi_4 + \cos \varphi_4 \tan \beta} - (F_{v0} - sk_v)$ Ако се приеме, че задвижващите сили на жиците

от СПФ са с вертикални направления, то в този случай те трябва да удовлетворяват условията

$$\frac{a}{L_s} |Q - F_v| \leq \begin{cases} F_{off} & 0 \leq s \leq \frac{h}{2} \\ F_{on} & \frac{h}{2} \leq s \leq h \end{cases}, \text{ където } L_s = OG, h = s_{\max} \text{ е ходът на клапана.}$$

Синтез по условията за рекуперация и бистабилност. В опростен вид задачата на синтеза се изразява в определяне на размерите на звената и параметрите на рекупериращата пружина, така че да се постигне равенство на рекупериращата и клапанната сила в средата на хода. Това е условието за безразлично равновесие.

За да се постигне бистабилно поведение е необходимо преди точката на равновесие $Q - F_v > 0$, а след нея

$Q - F_v < 0$. Тези условия гарантират две устойчиви положения на механизма. Допълнителни условия на

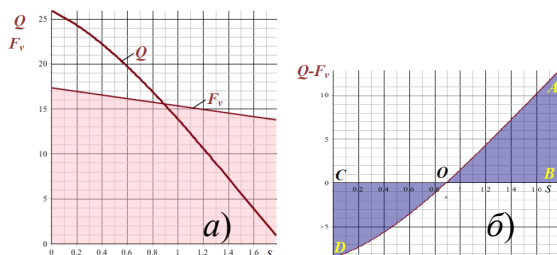
синтеза са разликите от двете сили $|Q - F_v|$ да бъде минимална, но в края на хода не по-малка от силата F_p , която действа върху клапанното бутало при затворено положение и в началото не по-малка от минималната клапанна сила при отворено положение.

От така формулираните условия следват зависимостите:

$$F_s\left(\frac{h}{2}\right) \frac{Lb}{ad} \frac{\sin\left[\varphi_4\left(\frac{h}{2}\right) + \alpha\right] + \cos\left[\varphi_4\left(\frac{h}{2}\right) + \alpha\right] \tan\vartheta\left(\frac{h}{2}\right)}{\sin\varphi_4\left(\frac{h}{2}\right) + \cos\varphi_4\left(\frac{h}{2}\right) \tan\beta\left(\frac{h}{2}\right)} = \left(F_{v0} - \left(\frac{h}{2}\right)k_v\right) \cdot$$

$$F_s(0) \frac{Lb}{ad} \frac{\sin[\varphi_4(0) + \alpha] + \cos[\varphi_4(0) + \alpha] \tan\vartheta(0)}{\sin\varphi_4(0) + \cos\varphi_4(0) \tan\beta(0)} - F_{v0} > 0 \quad , \quad F_s(h) \frac{Lb}{ad} \frac{\sin[\varphi_4(h) + \alpha] + \cos[\varphi_4(h) + \alpha] \tan\vartheta(h)}{\sin\varphi_4(h) + \cos\varphi_4(h) \tan\beta(h)} - (F_{v0} - hk_v) > F_p$$

На фиг. 5 са дадени графики от синтеза, където се вижда съотношението на силите.

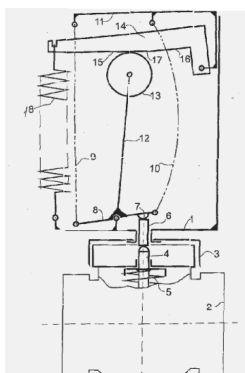


Фиг. 7.9 Резултати от оптимизацията: а) графика на рекупериращата и клапанната сила; б) разликата от двете сили.

От Фиг. 7.11 а) е видно, че при затваряне на клапана по схема с аналогово действие трябва да се извърши работа, равна на площта на трапеца, образуван от линията на пружинната сила и абсцисата. При ново синтезирания механизъм работата е лицето на криволинейния триъгълник ОАВ (Фиг. 7.11 б). Отношението на двете площи е повече от 5:1, което показва, че идеалната рекуперирана енергия при затваряне е повече от 5-пъти по-ниска от тази без рекуперация. Полученият резултат доказва, че е постигнато подобрене в енергийната ефективност на синтезирания механизъм [40].

7.1.2.3 Бистабилно задвижване на клапан чрез гърбично лостов механизъм с двусекторна равнинна гърбица

Друг вариант на кинематична схема на бистабилен клапан е показан на Фиг. 7.12 [41]. Различieto с горепозначената управляваща глава с гърбично лостов механизъм е, че оформената на кобилицата гърбица е видоизменена в две равнини със секуща права съответстваща на неустойчивото равновесно положение. Устройството се състои от корпус (1), свързан неподвижно с клапан (2) чрез закрепваща гайка (3) и плъзгач (6), контактуващ с клапанно стебло (4), поддържано от клапанна пружина (5). Към корпуса (1) е монтирана въртяща кобилица (8) със закрепена към едното ѝ рамо сферична опора (7), която е в контакт с плъзгача (6).



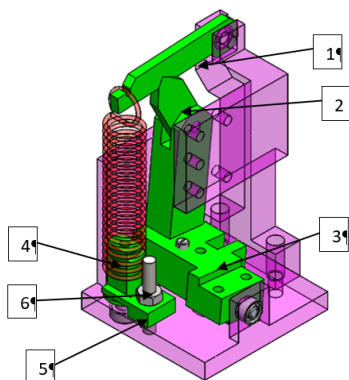
Фиг. 7.10 Бистабилно задвижване на клапан чрез гърбично лостов механизъм с двусекторна равнинна гърбица [41].

Към двете рамена на кобилицата (8) са прикачени жици от сплави с памет на формата на затварящ актуатор (9) и отварящ актуатор (10). Краищата на жиците на актуаторите (9 и 10) са свързани с двете страни на горен носач (11), съединен неподвижно с корпуса (1).

Кобилицата (8) съдържа коляно (12), асиметрично на двете ѝ рамена, към което е монтирана въртяща ролка (13), намираща се в контакт с външен контур (15) и вътрешен контур (16) на профилен лост (14), който е свързан въртящо с горния носач (11) и към който е прикачена противодействаща пружина (18), свързана с корпуса (1). Контурите (16) и (17) се пресичат в рогова точка (17).

Бяха проектирани и изпробвани още множество кинематични схеми, като тази с ножова контурна кинематична двойка се оказа с най-добри експериментални показатели по отношение на енергийна консумация. Опростен 3D модел на тази кинематична верига е показан на

Фиг. 7.11 Опростен 3D модел на избраният бистабилен актуатор.

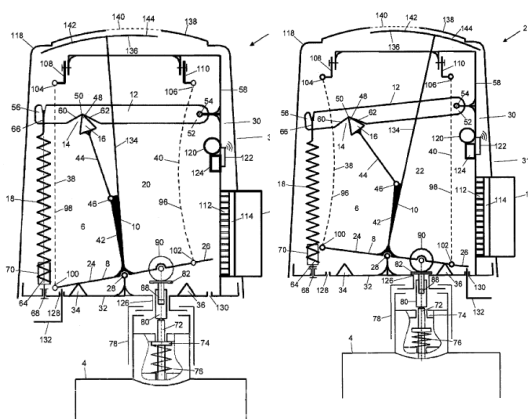


Кобилица 1 е монтирана към в единия си край, а в другия е натоварена чрез рекупериращата пружина. Мотовилката 2 с ножова контурна кинематична двоица заедно с трираменна кобилицата 3 предават движението на буталото на клапана. Регулаторът 4 служи за настройка на опъна на рекупериращата пружина. Ограничителят 5 служи за фиксиране на регулатора около оста му на въртене. С 6 са означени шпилка и гайка, служещи за фиксиране ограничителя след извършване на настройка на хода.

На Фиг. 7.14 са показани двете бистабилни положения на механизма. Нишките, наричани също така и жици от СПФ са означени с позиции 38 и 40. Те се скъсяват когато през тях протече електрически ток, който ги загрева.

Когато клапанът е в отворено състояние жицата СПФ 38 е опъната от трираменния лост 8, докато жицата 40 е отпусната. При подаване на електрическо напрежение по жица 38, ще се предизвика нейното скъсяване и това завърта трираменния лост. Това завъртане е до средата на хода след, което горещата жица 38 започва да се отпуска и охлажда но ротацията на трираменния лост продължава под действието на рекупериращата пружина 18, която предава силата си чрез кобилицата 12 и мотовилката 44 с ножовата двоица. Трираменният лост придвижва буталото на клапана 72 и клапанът се затваря Фиг. 7.14 б). По време на завъртането от рекупериращата пружина СПФ жицата 40 се опъва и е готова да върне трираменния лост в обратна посока, което се осъществява след подаване на електрическо напрежение на нейните краища. В този случай задвижващата СПФ жица 40 отново трябва да завърти трираменната кобилица само до средата на хода ѝ. След това движението се поема от клапанната пружина до пълното отваряне на клапана Фиг. 7.14 а).

Принципът на действие на управляващата клапанна глава е такъв, че не от СПФ жиците се изисква да задвижат само половината от хода. През останалата част задвижващи звена са пружините в които е натрупана потенциална енергия. Това води до намаляване на консумацията на енергия и дава възможност на жицата от СПФ, която се отпуска да се охлади, докато другата работи.



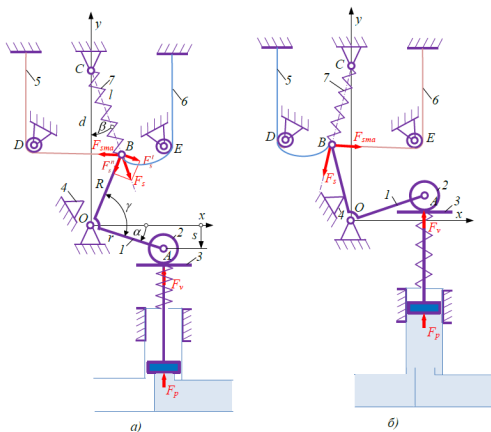
Фиг. 7.12 Двете бистабилни положения на избрания механизъм защитени с патенти: а) отворен клапан; б) затворен клапан [42], [43].

Това задвижване има и друга особеност, която бе използвана за създаване на умен клапан за непрекъснат мониторинг на свойствата на флуида, който протича през него. Изследванията показаха, че задвижването с пружини във втората половина от хода гарантира едни и същи начални условия на диференциалното уравнение на движението. Това дава основание да се приеме че ако има някакви изменения на движението на изпълнителното звено, то се дължи на промени

в свойствата на флуида. Устройството и методът за мониторинг бяха защитени с европейски патент [43].

7.1.2.4 Силев синтез на бистабилния механизъм

На Фиг. 7.15 са дадени кинематични схеми на разглеждания клапан в две крайни статични положения. Клапанът е с дискретно действие като звената му остават неподвижни само в тези две положения. В затворено положение (Фиг. 7.15 а) рекуперираща пружина 7 чрез кобилица 1 и ролка 2 притиска плъзгача 3, така че да опре о челото на входящия отвор на клапана и да затвори притока на флуид. В това положение механизмът се намира в статично равновесие, дължащо се на уравнивяването на силите с реакцията на челото на клапанныя отвор. В отворено положение (Фиг. 7.15 б) клапанът пропуска максимално количество флуид. За да бъде изведено от затворено в отворено положение кобилицата 1 се завърта с помощта на отваряща нишка 5 от СПФ, Това завъртане продължава докато кобилицата не опре в ограничителя 4. Завъртането се извършва в посока обратно на часовата стрелка. Когато кобилицата е опряна в ограничителя 4, клапанът се намира във второто си статично равновесно отворено положение, тъй като действащите в клапана сили се уравнивяват с реакцията на ограничителя 4.



Фиг. 7.13 Кинематични схеми на разглеждания механизъм за управление на клапан в две крайни статични положения; а) затворено положение; б) отворено положение.

Обратното превключване на клапана от отворено в затворено положение става с помощта на нишка от СПФ 6, която в този случай завърта коляното по посока обратна на часовата стрелка. Активирането на нишките 5 и 6 е базирано на действието на еднородния ефект с памет на формата, който се появява в СПФ след загряване. Конкретно за случая нишките се нагряват чрез директно пропускане на електрически ток през тях.

Така проектираният клапан може да работи самостоятелно или да служи за управление на нормално отворен пропорционален (аналогов) клапан. Във втория случай пропорционалният клапан се преобразува в дискретен.

Основни кинематични и силови зависимости. За дължините на кинематичната схема, показана на фиг. 1 са използвани означенията $OA=r$, $OB=R$, разстоянието между неподвижните шарнири е прието $OC=d$, а деформираната дължина на пружината е изразена с $BC=l$. Ъглите са означени както следва $\angle OAB=\gamma$ и $\angle OCB=\beta$. Положението на плъзгача 3 е зададено чрез обобщената координата $y_A=s$.

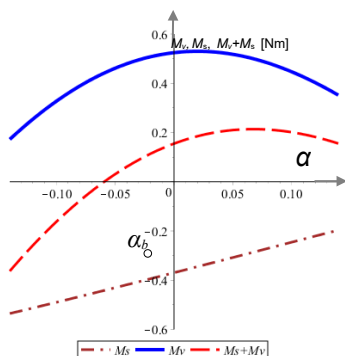
Завъртането на кобилицата 1 е определено чрез нейния ъгъл $\alpha = \arcsin \frac{s}{r}$. Ъгълът на наклона на пружината е

$$\beta = \arctan \frac{R \cos(\alpha + \gamma)}{d - R \sin(\alpha + \gamma)}$$

Пружинната сила е изразена чрез $F_s = (l_0 - l)k$, където l_0 е дължината на

недеформираната пружина, k е коефициентът на еластичност на пружината. Моментът на пружинната сила спрямо точка O е $M_s = F_s R = R(l_0 - l)k \cos(\alpha + \gamma - \beta)$. Дължината на компресираната пружина е $l = \sqrt{R^2 + d^2 - 2dR \sin(\alpha + \gamma)}$

Моментът на силата на клапанната пружина F_v и силата от налягането на водата F_p спрямо точка O е $M_v = (F_v + F_p) r \cos \alpha$, където $F_v = F_{v0} - k_v r (\sin \alpha - \sin \alpha_c)$ е силата на клапанната пружина, F_{v0} е силата, с която пружината на клапана действа върху буталото при затворено положение, когато $\alpha = \alpha_c$, и F_p е силата от налягането на флуида. На Фиг. 7.16 са изобразени графики на моментите на рекупериращата пружина, клапанната пружина с налягането и сумарният момент $M_s + M_v$. Тези графики са получени за един първоначален етап на проектиране на клапана, когато неговите параметри са избрани приблизително и все още не са уточнени вследствие на предложената тук оптимизация. Ако се пренебрегнат силите на триене и силите на нишките от СПФ пресечната точка на сумарния момент с абсцисата дефинира ъгъла α_b на кобилицата, при който механизъмът се намира в неустойчиво равновесно положение.



Фиг. 7.14 Моменти спрямо оста на ротация на кобилицата на рекупериращата пружинна M_v , клапанната пружина с налягането M_s и сумарен момент $M_v + M_s$.

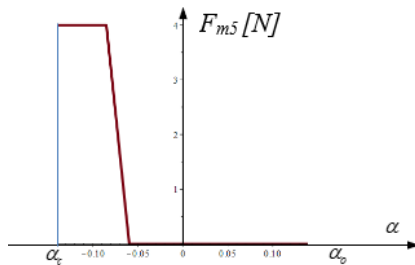
Определяне влиянието на силите в нишките от СПФ Цялостното влияние на нишките от СПФ върху движението на звената на клапана може да се определи едва след задълбочено динамично моделиране. Клапанът съдържа механична, хидравлична и електрическа части, които са свързани помежду си и взаимно си влияят. За да се създаде пълен мултифизичен динамичен модел трябва подробно да се анализира всяка една от системите и тяхното влияние върху общия модел. Тук ще бъдат описани статичните параметри на нишките от СПФ, с цел да се намерят условията за равновесие на клапана в крайните положения както и условията за задвижване от тези крайни положения.

Структурата на механизма на клапана и неговото управление са такива, че не допускат и двете нишки да са едновременно задвижващи или едновременно демпфериращи. Освен това в идеалния случай не би трябвало

да има едновременно застъпване на задвижването на едната нишка с демпферирането на другата. На практика последното е трудно постижимо, затова се търси възможно най-малко застъпване на двете действия.

Деформацията на отварящата нишка е $\Delta_{m5} = \Delta_{m50} + R[\cos(\alpha + \gamma) - \cos(\alpha_b + \gamma)]$, където ъгълът α_b е задава положението на кобилицата, при която има неустойчиво равновесие. Този ъгъл се определя чрез числено решаване на уравнението $M_v(\alpha_b) + M_s(\alpha_b) = 0$. С известно приближение е прието силата F_{m5} , с която действа нишката от СПФ в мартензитно състояние, докато се опъва от кобилицата да бъде линейно изменяща се в началото, а в края на затварянето на клапана да бъде равна на дадената сила по каталог за деформация при охлаждане. Това е силата, която се получава в нишката при натоварване с 70 МПа. Приетото приближение цели да отрази ефекта на супер еластичност на СПФ. Съгласно опростяващите предпоставки е изведена зависимостта за отварящата сила $F_{m5} = \begin{cases} k_{m5}\Delta_{m5} & \varepsilon_{m5} \leq 0,008 \\ F_{mc} & \varepsilon_{m5} > 0,008 \end{cases}$, където Δ_{m50} е предварителна деформация на отварящата нишка, $\varepsilon_{m5} = \frac{\Delta_{m5}}{l_{50}}$ е относителната деформация на отварящата нишката, l_{50} е недеформираната дължина на отварящата нишка, F_{mc} е каталожната сила на охладената нишка. Коефициентът на еластичност на нишката е изчислен по формулата $k_{m5} = \frac{E_m A}{l_{50}} \Delta_{m5}$, където E_m е модул на надлъжна еластичност, A е лицето на напречното сечение на нишката.

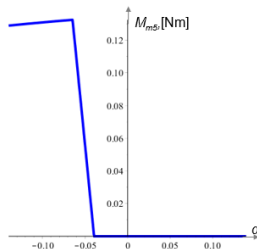
Графиката на силата на отварящата нишка за първоначалните размери на клапана е дадена на Фиг. 7.17.



Фиг. 7.15 Графика на силата на отварящата нишка 5 от СПФ през периода на затваряне на клапана, когато нейното действие е демпфериращо.

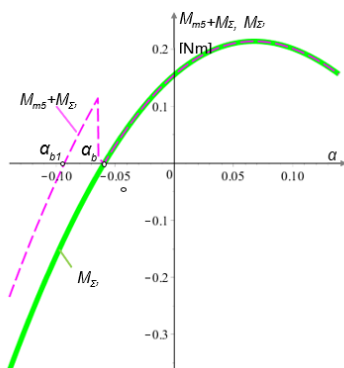
Моментът на отварящата сила спрямо точка О на кобилицата е $M_{m5} = F_{m5} R \sin(\alpha + \gamma)$,

На Фиг. 7.18 е показана графиката на момента на отварящата нишка. Вижда се че за периода на затваряне този момент е изцяло положителен.



Фиг. 7.16 Графика на момента на отварящата нишка 5 от СПФ през периода на затваряне на клапана, когато нейното действие е демпфериращо.

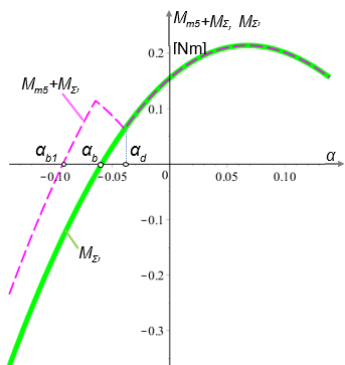
На Фиг. 7.19 може да се види влиянието на демпфериращото действие на отварящата нишка 5.



Фиг. 7.17 Сравнение на графиките на сумарните моменти без отчитане на демпфериращото действие на отварящата нишка (плътна линия) и с отчитане на това действие (пунктирна линия).

От графиката на Фиг. 7.19 е видно, че демпфериращото действие на нишката, при така зададената нулева деформация в точката на нестабилно равновесие, води до поява на втора точка на нестабилно равновесие. Този ефект е нежелателен, защото се увеличава хода на затварящата нишка, освен това може да доведе до нестабилност на управлението.

За да се избегне ефекта на втората точка на нестабилност е увеличена деформацията на нишката като е прието деформирането да започне 0.02 rad преди точката на нестабилност. В този случай сумарният момент с коригирания момент на отварящата нишка има вида показан на Фиг. 7.20.



Фиг. 7.18 Сравнение на сумарните моменти без отчитане на демпфериращото действие на отварящата нишка (плътна линия) и с отчитане на това действие (пунктирна линия) след корекция на деформацията на нишката.

В този случай е видно, че точката на нестабилност α_b се е изместила наляво в точката α_{b1} , съкратен е хода на отварящата нишка и сумарният момент е увеличен. Последното ще доведе до допълнително натоварване

на затварящата нишка.

Началното опъване на нишката след корекцията става от точка α_d , а не от точка α_b както е преди корекцията. Това преместване на точка на нестабилност наляво води до предимството на намалена енергия на задвижването, защото се намалява потенциалната енергия която трябва да се преодолее от загрялата отваряща нишка.

След като отварящата нишка 5 задвижи структурата до неустойчивото равновесно положение, тя престава да управлява клапана и нейната роля се поема от клапанната пружина. Непосредствено след неустойчивото равновесно положение другата нишка 6, наречена затваряща, започва да се деформира вследствие на опъна, който оказва въртящата се кобилица. Тогава затварящата нишка 6 е в мартензитно състояние и оказва демпфериращо действие на движението при отваряне. Това действие има положителен ефект, изразяващ се в елиминирането на шума от удара в крайното отворено положение, когато кобилицата опира в ограничителя. Аналогично е действието на отварящата нишка при затваряне на клапана. Освен че имат демпфериращо действие, силите на нишките в охладено състояние променят положението на равновесната точка, поради което техните параметри трябва да бъдат внимателно подбрани в процеса на оптимизиране на механизма.

За затварящата нишка през периода на отваряне на клапана по аналогичен начин са определени съответно деформацията, силата и момента

$$\Delta_{m6} = \Delta_{m60} + R [\cos(\alpha + \gamma) - \cos(\alpha_o + \gamma)] \quad , \quad F_{m6} = \begin{cases} k_{m6} \Delta_{m6} & \varepsilon_{m6} \leq 0,008 \\ F_{mc} & \varepsilon_{m6} > 0,008 \end{cases} ,$$

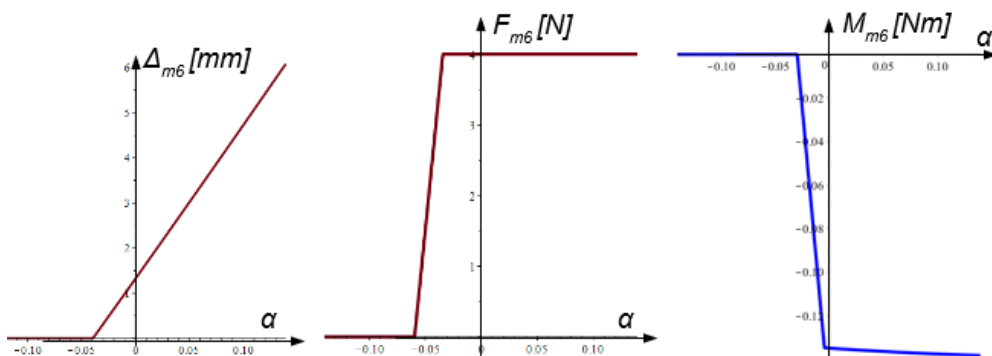
$M_{m6} = F_{m6} R \sin(\alpha + \gamma)$. Тук означенията са аналогични на тези за отварящата нишка, а коефициентът на

еластичност и относителната деформация се пресмятат съответно по формулите

$$k_{m6} = \frac{E_m A}{l_{60}} \Delta_{m6} \quad \text{и} \quad \varepsilon_{m6} = \frac{\Delta_{m6}}{l_{60}} .$$

На Фиг. 7.21 е показана деформацията, силата и момента на силата спрямо оста на кобилицата на затварящата нишка.

Фиг. 7.19. Силви параметри през периода на отваряне, т.е когато е демпферираща; а) деформация; б) сила; в) момент.



На Фиг. 7.22 с пунктирната линия е изобразен сумарният момент на силите през периода на отваряне. С плътната линия е показана графиката на сумарния момент на силите, но без еластичната демпферираща сила на затварящата нишка. От графиката е видно, че демпфериращата сила на затварящата нишка понижава сумарния момент води до увеличаване на точките на нестабилност. За да се избегне този ефект този път трябва да се намали предварителното опъване. Прието началото на опъването на затварящата нишка да бъде намалено с деформация съответстваща на 0.02 rad. В този случай сумарният момент има вида показан на Фиг. 7.23. Резултата показва, че все още има многократност на неустойчивото положение, което се избягва при намаляване на опъването с 0.03 rad Фиг. 7.24.

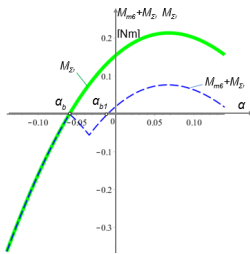
Възможното е едновременно действие (наречено тук интерференция на демпфериращите сили) на двете нишки през периода на демпфериране, трябва да се избегне чрез правилен подбор на деформациите на нишките с СПФ. Проверката е направена чрез едновременното изчертаване на сумарните моменти, включително и на демпферирането (Фиг. 11). От Фиг. 7.25 е видно, че благодарение на корекциите интерференцията е избегната.

Въпреки това оптимизационната процедура не трябва да допуска интерференция, защото ако има такава задвижващата нишка трябва да деформира в края на хода си демпфериращата нишка и това ще промени равновесието на силите.

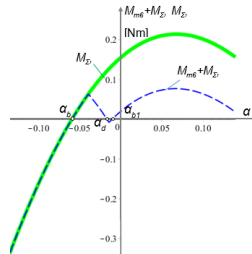
В заключение влиянието на силите на демпфиране може да се обобщи в следното:

демпфериращите сили участват в задвижването, във втория етап, при който нагрятата нишка е изключена и ролята на задвижваща сила е поета или от рекупериращата пружина, или от клапанната пружина.

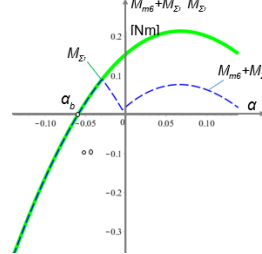
в края на етапа на затваряне на клапана, демпфериращата сила на отварящата нишка, ако е много голяма, може да промени посоката на сумарния въртящ момент и да това да попречи на затварянето на клапана. Тогава може да се получи статично равновесие преди буталото да е опряло в корпуса на клапана. От друга страна рекупериращата сила



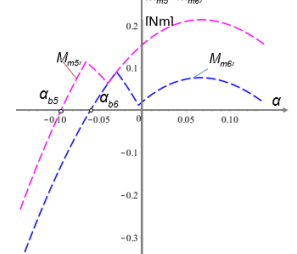
Фиг. 7.22 Сравнение на сумарните моменти без отчитане на демпфериращото действие на затварящата нишка.



Фиг. 7.23 Действие на затварящата нишка след корекция на деформацията на нишката с 0.02 rad.



Фиг. 7.24 Действие на затварящата нишка след корекция на деформацията на нишката с 0.03 rad.

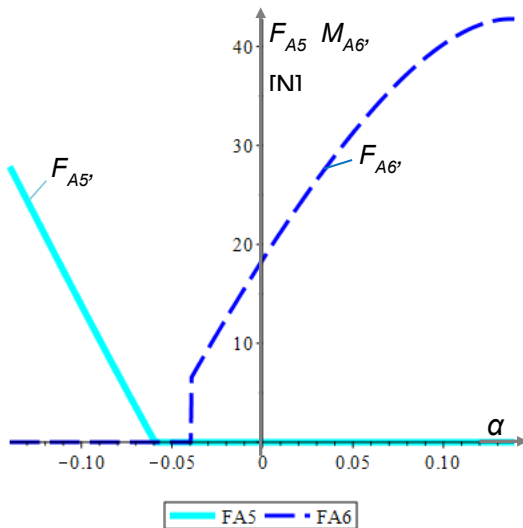


Фиг. 7.25 Проверка за интерференция на демпфирането.

на отварящата нишка намалява потенциалната енергия, която клапанната пружина трябва да преодолее през периода на затваряне, което води до съкращаване на времето за затваряне на клапана.

От горните формули са изчислени минималните идеални (т.е. ако няма сили на триене) на задвижващите сили в нишките $F_{A6} \geq \frac{M_s + M_V + M_{m5}}{R \cos(\alpha + \gamma)}$, и $F_{A5} \geq \frac{M_s + M_V + M_{m6}}{R \cos(\alpha + \gamma)}$. В горните формули моментите M_{m5} и M_{m6} са различни от нула само в случаите, в които има интерференция на демпфирането.

Графиките на двигателните сили в нишките са показани на Фиг. 7.26.



Фиг. 7.20 Минимални сили в нишките през периодите на задвижване.

Това са минималните стойности в нишките, когато те задвижват механизма. В тази функция нишките се загряват и кристалографското им състояние преминава от мартензитно в аустенитно. Същевременно ниският модул при мартензитната форма се приема около два пъти по-високи стойности, което е предпоставката за създаване на двата вида сили при задвижване и при демпфиране.

Определяне влиянието на силите на триене. Силите на триене са определени на базата на предварително пресметнатите стойности на натоварването, материалите и конструктивни особености на механизма. Приема се, че движението е квазистатично т.е с достатъчно малки изменения на скоростта,

позволяваща на първо приближение да се пренебрегнат инерционните сили.

Съгласно третия принцип на Нютон с определените сили от тази асурова група е натоварена кобилицата 1 и са изведени условията за нейното равновесие.

Първоначално е прието, че голяма част от силите на триене са пренебрежимо малки и на практика влияние имат само силите R'_{03} и R'_{03} и триеният момент M'_{01} . Силите на триене R'_{03} и R'_{03} са приети постоянни, защото основно се формират от уплътненията между корпуса и буталото, а освен това променливото рамо на силата R_{12} е пренебрежимо малко.

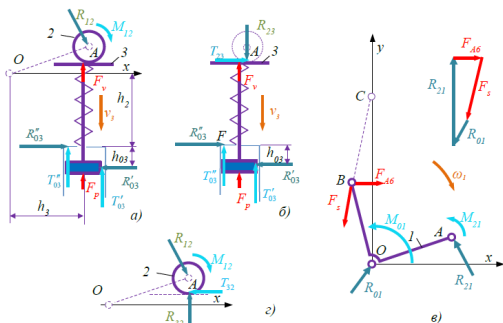
За да се пресметне триеният момент M'_{01} е построен полигона на силите (Фиг. 7.27) за кобилицата и са записани двете проекционни уравнения

$$\begin{cases} F_{A6} - F_s \sin \beta - R_{01} \cos \alpha_{01} = 0 \\ R_{21} - F_s \cos \beta - R_{01} \sin \alpha_{01} = 0 \end{cases}, \quad (7.99)$$

от които е изведено $R_{01} = \sqrt{F_{A6}^2 + F_s^2 + R_{21}^2 - 2F_{A6}R_{21} \sin \beta - 2F_sR_{21} \cos \beta}$,

където съгласно направените допускания е пресметната реакцията $R_{32} = F_v + F_p + 2T_{01}$,

$T_{01} = \mu_{01}R'_{01} = \mu_{01}R''_{01}$, μ_{01} е коефициент на триене между буталото и уплътнението,



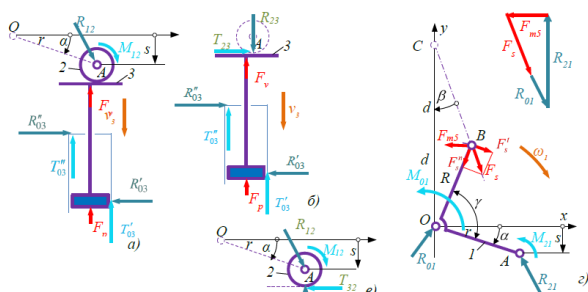
Фиг. 7.21 Кинестатично равновесие на силите в етапа на затваряне, когато задвижваща е нишката от СПФ 6: а) сили действащи на асурова група 2-3; б) сили, действащи на бутало 3; в) сили, действащи на ролка 2; г) сили, действащи на кобилицата 1.

а r_{01} е приведен радиус на триене на неподвижния шарнир на кобилицата.

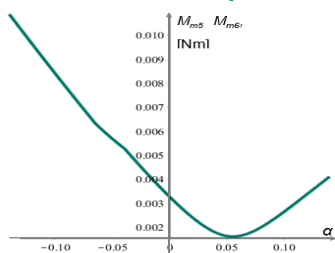
На Фиг. 7.28 а) и б) са показани силовите картини за етапа на затваряне при втория му подетап, когато задвижващата сила е генерирана от рекупериращата пружина.

В този случай за равновесието на кобилицата (Фиг. 7.28 г), следва системата

$$\begin{cases} -F_{m5} + F_s \sin \beta + R_{01} \cos \alpha_{01} = 0 \\ R_{21} - F_s \cos \beta - R_{01} \sin \alpha_{01} = 0 \end{cases} \quad (7.72)$$



Фиг. 7.22 Натоварване на звената на клапана за етапа на затваряне: а) сили действащи на асурова група 2-3; б) сили, действащи на бутало 3; в) сили, действащи на ролка 2; г) сили, действащи на кобилицата 1.



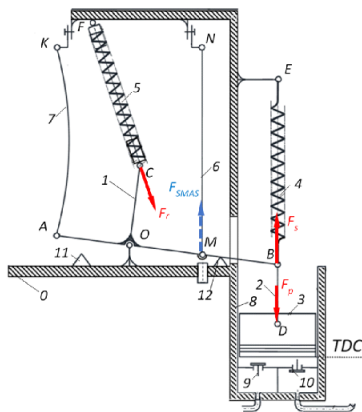
Фиг. 7.23 Моментът на триене за шарнира О за периода на затваряне.

За валидиране на резултатите от синтеза е посготвена специална експериментална установка показана на Фиг. 7.30.

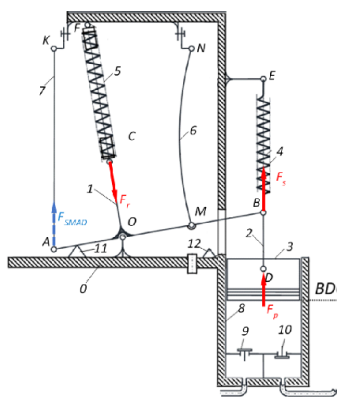
Резултатите от синтеза са изложени подробно в статията [44].

7.1.3 Бистабилно задвижвани помпи с рекупериращи пружини

Бистабилният ефект може да намери приложение при бутални помпи, задвижвани двупосочно чрез нишки от сплави с памет на формата. Концепцията за проектиране и принципът на работа на помпата, са илюстрирани на Фиг. 7.31 [31].



(а)



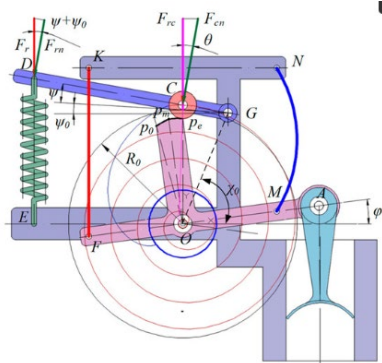
(б)

Фиг. 7.24

Кинематична схема на бистабилна помпа задвижвана от СПФ: а) в долна мъртва точка б) в горна мъртва точка.

Кобилицата 1, състояща се от три недеформируеми, твърдо свързани рамена ОА, ОВ и ОС, се върти около въртящата се двоица О спрямо корпуса на помпата 0. Съединителят 2 е свързан

чрез въртяща се връзка в точка В с кобилицата 1 и с втората въртяща се връзка в точка D към буталото 3. Разтегателна пружина на буталото 4 е свързана с въртящата се двоица В и корпуса в точка Е. Възстановяващата пружина на компресията 5 е свързана с точка С на кобилицата 1 и с точка F на корпуса 1. СПФ проводникът 6, наречен „всмукателен СПФ проводник“, е монтиран между точка М на кобилицата 1 и точка N на корпуса 0.



Подобрена конструкция на същата помпа, но с промяна на кинематичната верига на рекупериращата пружина е показан на Фиг. 7.32.

Фиг. 7.25 Кинематична схема на бистабилна помпа с двусекторна еволвентна гърбица.

Новата конструкция съдържа рекуперативна пружина, натоварена на опън, която притиска чрез кобилица ролка към двусекторна еволвента гърбица, изработена на средното рамо на трираменната кобилица.

8 Обобщаване резултатите от теоретичните и експерименталните изследвания.

8.1 Обобщаване на резултатите от изследванията на теоретичния и модел.

Както вече се изясни, теоретичният модел на енергийния харвестер съчетава три основни области, механична, топлинна и електрическа и или пиезоелектрична. Освен това обаче наличието на СПФ въвежда в модела кристалографски трансформации, в следствие на които в топлинната област възникват хистерезиси, разпространяващи влиянието си и в механичната и електрическата области.

Водещата тема е изследването на условията за съществуване на осцилиращи устойчиви режими, условията за периодичност и на трептенията. Освен това са направени изследвания с чрез минимизиране на функционал за оптимизиране на структурата на устройствата по критерии за стабилност и устойчивост.

8.2 Обобщаване на резултатите от експерименталните изследвания на реалния прототип на системата.

По съществото на дисертацията бяха проведени голям обем изследвания съдържащи данни от сензорите монтирани върху елементите на устройствата, като термодвойки, акселерометри и сигнали на пиезоелектричните конзоли. Всички измервания бяха проведени с качествени системи за събиране на данни, позволяващи синхронизиран запис на всички данни с контрол на експеримента в реално време.

Обобщението на резултатите може най-добре да се види в публикациите. Може да се каже, че експерименталните данни почти винаги потвърждаваха създадените теоретични модели.

8.2.1 Публикации по дисертацията

Една от публикациите [84] обхваща първоначалните изследвания по темата на самовъзбуждащите се енергийни комбайни. Две от статиите [133,134], посветени на устройства задвижвани с памет на формата и непрекъснато циклично действие са написани през 2023 г. извън съвместния проект с руските учени. В периода от 2021г до 2023 в резултат на съвместната работа на двата научни колектива от Техническия университет София и Московския държавен университет „М. В. Ломоносов“ бяха написани общо 11 съвместни публикации 9, от които са реферирани в Scopus и Web of Science като в една от тези публикации [135] името на автора на тази дисертация не фигурира и не включена в настоящия списък. С импакт фактор над 2.2 са общо 4 публикации, една от тях е в кватил Q1, а останалите 3 в Q2 (Таблица 12).

Таблица 1 Публикации по темата на дисертацията с импакт фактор над 2.2.

№	Статия	Impact Factor	Quartile Cite score	Цитирания	
				Scopus	Google Scholar
1.	T. S. Todorov, A. S. Fursov, R. P. Mitrev, V. V. Fomichev, S. Valtchev and A. V. Ilin, "Energy Harvesting with Thermally Induced Vibrations in Shape Memory Alloys by a Constant Temperature Heater," in IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2021 p. 3066440 [136].	7.3	Q1 13.3	<u>7</u> 2 sc*	<u>2</u>
2.	Mitrev, R.; Todorov, T.; Fursov, A.; Ganev, B. Theoretical and Experimental Study of a Thermo-Mechanical Model of a Shape Memory Alloy Actuator Considering Minor Hystereses. Crystals 2021, 11, 1120 [132].	2.6	Q2 5.0	<u>9</u> 4 sc	<u>12</u>
3	Kostov, M.; Todorov, T.; Mitrev, R.; Kamberov, K.; Nikolov, R. A Study of a Bistable Reciprocating Piston Pump Driven by Shape Memory Alloys and Recuperative Springs. Actuators 2023, 12, 90. https://doi.org/10.3390/act12020090 [133]	2.3	Q2 4.3	<u>8</u> 1 sc	<u>7</u>
4	Kostov, M.; Todorov, T.; Mitrev, R.; Todorov, G.; Kamberov, K. Synthesis of a Bistable Recuperative Pump Powered by Shape Memory Alloys and a Two-Section Involute Cam. Actuators 2023, 12, 381. https://doi.org/10.3390/act12100381 [134]	2.3	Q2 4.3	<u>1</u>	<u>1</u>

*sc -selfcited

От публикациите с импакт фактор над 2.2 в Scopus са получени общо 25 броя цитата, от които 7 броя са самоцитирания или остават 18 броя независими цитата.

Реферираните в Scopus публикации с импакт фактор под 2 са дадени в Таблица 11.

Таблица 11. Публикувани по дисертацията статии в Scopus с импакт фактор под 2.

№	Статия	Цитирания	
		Scopus	Google scholar
5.	Mitrev, R., Todorov, T., Fursov, A., Fomichev, V., Il'in, A., A Case Study of Combined Application of Smart Materials in a Thermal Energy Harvester with Vibrating Action, Journal of Applied and Computational Mechanics, 2021, 7(1), pp. 372–381 [47].	<u>8</u> 4 sc	<u>5</u>
6.	R. P. Mitrev, E. I. Atamas, O. I. Goncharov, T. S. Todorov, and I. I. Iatcheva, "Modeling and Study of a Novel Electrothermal Oscillator Based on Shape Memory Alloys", in 2020 IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. Vol. 878, pp. 012059, 2020 [48]. https://ieeexplore.ieee.org/document/9167127 [137].	<u>3</u> 3 sc	<u>3</u>
7	T. Todorov, R. Mitrev, I. Yatchev, A. Fursov, A. Il'in and V. Fomichev, "A Parametric Study of an Electrothermal Oscillator Based on Shape Memory Alloys," 2020 21st International Symposium on Electrical Apparatus & Technologies (SIELA), Bourgas, Bulgaria, 2020, pp. 1-4, doi: 10.1109/SIELA49118.2020.9167127 [138] .	<u>2</u> 1 sc	<u>2</u>
8.	A. S. Fursov, T. S. Todorov, P. A. Krylov & R. P. Mitrev, On the Existence of Oscillatory Modes in a Nonlinear System with Hystereses. Diff Equat 56, 1081–1099 (2020). https://doi.org/10.1134/S0012266120080108 [139]. https://link.springer.com/article/10.1134/S0012266120080108 [29]	<u>15</u> 1 sc	<u>15</u>
9.	Fursov, A.S., Mitrev, R.P., Krylov, P.A. Todorov T.S. On the Existence of a Periodic Mode in a Nonlinear System. Diff Equat 57, 1076–1087 (2021), [124]. https://doi.org/10.1134/S0012266121080127	<u>14</u>	<u>16</u>
10.	R. Mitrev и T. Todorov, „A Case Study of Experimental Evaluation of the Parameters of Shape Memory Alloy Wires,“ в 10th International Scientific Conference “TechSys 2021” – Engineering, Technologies and Systems, AIP conference Proceedings (in Press), Plovdiv, 2021 [140].	<u>4</u> 4sc	<u>5</u>
11	Todor Todorov, Rosen Mitrev, Ivailo Penev, Force analysis and kinematic optimization of a fluid valve driven by shape memory alloys, Reports in Mechanical Engineering, Vol.1(1) pp. 61-76, 2020 [141].	<u>14</u> 5 sc	<u>15</u>
12	Todorov, T., Nikolov, N., Todorov, G., & Ralev, Y. (2018). Modelling and Investigation of a Hybrid Thermal Energy Harvester. MATEC Web of Conferences, 148, 12002. https://doi.org/10.1051/mateconf/201814812002 [84]	<u>11</u> 7 sc	<u>24</u>
13	Mitrev, R.P.; Atamas, E.I.; Goncharov, O.I.; Todorov, T.S.; Iatcheva, I.I. Modeling and Study of a Novel Electrothermal Oscillator Based on Shape Memory Alloys. IOP Conf Ser Mater Sci Eng 2020, 878, 012059, doi:10.1088/1757-899X/878/1/012059 [119].	<u>3</u> 3 sc	<u>3</u>

По втората таблица в Scopus под IF1 общият брой на цитиранията е 74, от които 28 броя са самоцитирания или остават 46 броя независими цитирания.

Написана и една статия по темата на дисертацията в реферирано българско списание:

14. Р. Митрев и Т. Тодоров, „Анализ и управление на термоелектромеханични системи, базирани на интелигентни материали,“ Механика на машините, 2021 [142].

Публикувани са и варианти на някои от статиите на руски език, например:

15. Фурсов А.С., Тодоров Т.С., Крылов П.А., Митрев Р. П. , О существовании колебательных режимов в одной нелинейной системе с гистерезисами , дифференциальные уравнения, Издательство: МАИК "Наука/Интерпериодика" (Москва), pp. 1103-1121 , ISSN: 0374-0641, DOI: 10.1134/S0374064120080105, [143]

<https://www.elibrary.ru/contents.asp?titleid=9677> , <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=43795282>.

8.2.2 Защитени патенти или подадени заявки за патенти по темата на дисертацията

№	Патент	Цитирания
1	Я. Ралев, Т. Тодоров и Г. Тодоров, „Вибрационен термоелектричен генератор“. София Патент BG 2947 U1, F 03 G 7/06 (1.2006.01), 31 05 2018.	
2	M. Kostov, T. Todorov, M. Milkov и I. Penev, „Bistable valve actuator“. UK Патент GB 2558618 A, 10 01 2017.	<u>2</u>

3	Т. С. Тодоров, М. Й. Милков и М. Костов, „Устройство за задвижване на клапан чрез сплави с памет на формата“. България, Заявка за патент BG111503 (22), 17 06 2013.	
4	T. S. Todorov, M. J. Milkov, I. R. Penev и M. Kostov, „Aparatus and Method for Estimating Fluid Parameters“. Europe Патент EP 18 726 749.7, 10 5 2018.	
5	Kostov, M.S.; Todorov, T.S. A Bistable Compressor Driven with Shape Memory Alloys for Refrigerator. UK Patent Application GB2207547.7, 2022. pending.	

8.2.3 Цитирания на статиите по дисертацията

До момента общият брой на цитиранията в Scopus е 99 бр.

От тях самоцитиранията са 35 бр.

Независимите цитирания в Scopus са 64 бр.

Всички цитирания са достъпни чрез линк в електронния вариант на документа.

8.2.4 Аprobация на дисертацията

Части от дисертацията са докладвани на вътрешни сесии в ТУ – София.

Данни от експериментите снимки и видео материали са поместени в сайта на дисертацията:

<https://sites.google.com/view/projectkp-06-russia21/publications>

Статиите са публикувани в ReseachGate в индивидуалните профили на авторите, съгласно авторските им права. Проектът е представен на пленарна лекция на доц. д-р Росен Митрев в семинара „Механика на машините“ Варна 2021 [49]. Част от постиженията в публикациите са поместени в LinkedIn:

<https://www.linkedin.com/feed/update/urn:li:activity:6845601030755893248/>

<https://www.linkedin.com/feed/update/urn:li:activity:6847571818094583808/>

<https://www.linkedin.com/feed/update/urn:li:activity:6847790757114331136/>

Голяма част от планираните съвместни по проекта за двустранно сътрудничество се провалиха поради наложените пандемични ограничения от Ковид-19.

По тематиката на дисертацията има 6 защитени дипломни работи на бакалавър във ФАИО, МФ и ФИТ, ТУ-София и една защитена дисертация във ФИТ. Предстои да се защити и една дисертация във ФИТ.

9 Заключение

Поставената цел на дисертацията създаване на приложни мултифизични теоретични модели на устройства, базиран на умни материали като сплави с памет на формата и пиезоелектрици, с фокус върху влиянието на хистерезисите при управление на движението и изработването на реални устройства чрез които да се валидират на теоретичните изводи е изпълнена.

Успоредно в хода на решението на задачите по дисертацията бяха формулирани и две хипотези. Първа хипотеза, наречена физическа е, че ако съществува квазистационарно или стационарно топлинно поле с променлив температурен градиент по отношение на положението в пространството, в което се намира източникът и преобразувателят от СПФ, е възможно да се създаде осцилираща механична система, чиято енергия да се преобразува в електрическа. Втора научна хипотеза, наречена математическа е, че ако съществува функционал на качеството, е възможно да се определят параметрите му в допустимите диапазони и при наличие на ограничения, така че да се постигне минимално значение на този функционал.

Двете хипотези, както и определянето на необходимите условия за наличие на осцилиращ режим са доказани с помощта на 10 теореми и 4 лема в статиите [124,135,139] чрез посочения математически апарат и също така са подробно описани в настоящия научен труд. Тъй като за изследването и доказването на тези хипотези като теореми, основна заслуга имат колеги учени от Московския държавен университет М. В Ломоносов, в настоящият труд те са представени в приложения 1.1 и 1.2.

В поредицата от статии както и в изложението на настоящия труд са направени анализи и оптимизации на множество управляеми термомеханични енергийни системи. Разработени са първоначални прототипи и експериментални установки за техното изследване. Успоредно с експерименталните модели са създадени сложни динамични модели, описващи тяхното поведение и характеристики. Получените експериментални и теоретични данни са потвърдени с висока степен на точност. Резултатите от изследванията са публикувани на конференции и в списания с висок импакт фактор.

Проведените теоретични и експериментални дейности по дисертацията показаха, че изследването на умните материали и устройствата, в които могат да намерят приложение продължават да са предизвикателства, по който ще се продължи да се работи. Непрекъснатите изследвания и последните постижения в областта на умните материали дават надежди за постигане на качествен скок и по преодоляването на основни недостатъци като умората и относително ниските работни честоти при осцилиращите процеси.

10 Приноси на дисертационния труд

Научни приноси на дисертационния труд:

1. *Формулиране и обосновка на нови хипотези:*

Формулирана е първа хипотеза, наречена физическа е, че ако съществува квазистационарно или стационарно топлинно поле с монотонно променлив пространствен температурен градиент е възможно да се създаде осцилираща механична система, която чрез фазово-структурни кристалографски промени с хистерезис да генерира енергия, преобразуваща се в електрическа.

Формулирана е и втора хипотеза, наречена математическа е, че ако съществува и може да се дефинира функционал на качеството, на термоелектромеханичната система е възможно да се определят параметрите му в допустимите диапазони и при наличие на ограничения, така че да се гарантира устойчив осцилационен режим, чрез минимизиране на този функционал.

2. *Доказване с нови средства на съществени нови страни в съществуващи научни проблеми и теории:*

Доказано е теоретично и валидирано експериментално, че при наличие на топлинно поле с монотонно променлив пространствен температурен градиент е възможно да се създаде осцилираща механична система чрез нишка от сплав на формата.

Създадена е и валидирана експериментално нова теория за моделиране на хистерезиси в СПФ чрез коефициенти на пропорционалност, позволяващи една аналитична форма да се прилага многократно както за основен мажорен хистерезис, така и за минорни и субминорни хистерезиси.

Създадени и валидирани са оригинални математически модели (например чрез използване на обратни хиперболични функции) за описване на динамичното поведение на термоеластични елементи от СПФ в осцилиращи режими.

Чрез уравненията на Лагранж са изведени оригинални мултифизични модели, свързващи механична, пиезоелектрична и топлинна области при наличие на хистерезиси.

3. *Получаване на потвърдителни факти:*

Експериментално е потвърдена теорията за пропорционалното моделиране на основни хистерезисни и под хистерезисни явления в СПФ.

Потвърдени са експериментално оригиналните математически модели за описване на динамичното поведение на термоеластични елементи от СПФ в осцилиращи режими.

Експериментално са валидирани уравненията на Лагранж и са изведени оригинални мултифизични модели, свързващи механична, пиезоелектрична и топлинна области при наличие на хистерезиси.

Научноприложни приноси на дисертационния труд:

4. *Създаване на нови методи на изследване*

Намерени са оригинални числени решения на мултифизичните модели, които са потвърдени експериментално.

Създадени са нови експериментални методи за едновременно измерване на няколко физични величини в реално време и тяхното записване с възможности за управление на експеримента.

На основата на разработените стендове за едновременно измерване и записване на няколко физични величини с висока честота на дискретизация (семплиране) до 2 Msps и висока разделителна способност са създадени цикли от лабораторни упражнения по учебни дисциплини като „Технология и приложение на МЕМС“ във Факултета по индустриални технологии, „Основни принципи и приложение на микро и наносистеми“ във Факултета по електронна техника и технологии, „Микротехника“ във Факултета по машиностроене и в други дисциплини преподавани на английски език като „Mechanical Fundamentals of Microelectromechanical Systems“ във Факултета по английско инженерно обучение, „Microelectromechanical Systems“ в Машиностроителния факултет.

5. *Създаване на нови конструкции*

Проектирани и са изработени разновидности на енергийни харвестери със самовъзбуждащи осцилации индуцирани от източник на постоянна температура, съставен от наклонени срещуположно еластични пиезоелектрични конзоли, опъващи чрез свободните си краища нишка от СПФ.

Създаден е енергиен вибрационен харвестер с нишка от СПФ, която се нагрява от междинен ротационен елемент нагрят от източник с постоянна температура.

Проектиран е изработен стенд за изпитване на СПФ, чрез които се измерват едновременно в реално време преместване, сила, температура, ток електрическо напрежение и множество производни величини.

Създадени са опитни образци за управление на пропорционални клапани за сградна автоматизация.

Проектирани са произведени оптимизирани опитни образци за on/off управление на клапани чрез бистабилни механизми.

Литература

3. *Smart Materials*; Schwartz, M., Ed.; CRC Press, 2008; ISBN 9780429138751.
4. Bodaghi, Mahdi.; Zolfagharian, Ali. *Smart Materials in Additive Manufacturing. Volume 1, 4D Printing Principles and Fabrication*; Elsevier, 2022; ISBN 9780128240823.
5. Shaikh Anwar, M.Aadique. *Fundamental Understanding with Smart Materials*; Lap Lambert Academic Publishing, 2010; ISBN 3843356319.
6. Olabi, A.Ghani. *Encyclopedia of Smart Materials*; Elsevier, 2022; ISBN 9780128157329.
7. *Smart Materials for Science and Engineering*; Kumar, U., Sonkar, P.K., Eds.; Wiley, 2024; ISBN 9781394185818.
8. *Advances in Smart Materials and Structures*; MDPI - Multidisciplinary Digital Publishing Institute, 2023; ISBN 9783036595603.
9. Schwartz, M.M.. *Smart Materials*; CRC Press, 2009; ISBN 9781420043723.
10. Olabi, A.Ghani. *Encyclopedia of Smart Materials*; Elsevier, 2022; ISBN 9780128157336.
11. Liu, K.; Tebyetekerwa, M.; Ji, D.; Ramakrishna, S. Intelligent Materials. *Matter* **2020**, 3, 590–593, doi:10.1016/j.matt.2020.07.003.
12. Petelko, Y.S.; Lipovskyi, V.I. Review of Intelligent Materials and the Possibility of Their Use in Rocket and Space Technology. *Journal of Rocket-Space Technology* **2021**, 29, 29–40, doi:10.15421/452103.
13. Haddad, Y.M. Intelligent Materials — An Overview. In *Mechanical Behaviour of Engineering Materials*; Springer Netherlands: Dordrecht, 2000; pp. 404–421.
15. Webster, J. High Integrity Adaptive SMA Components for Gas Turbine Applications Smart Structures and Materials. In *Proceedings of the Industrial and Commercial Applications of Smart Structures Technologies*; San Diego, California., 2006; p. 6170F.
16. Duerig, T.; Melton, K.; Stöckel, D. Wide. In *Engineering Aspects of Shape Memory Alloys*; Butterworth-Heinemann, 2013.
17. Nespoli, A.; Besseghini, S.; Pittaccio, S.; Villa, E.; Viscuso, S. The High Potential of Shape Memory Alloys in Developing Miniature Mechanical Devices: A Review on Shape Memory Alloy Mini-Actuators. *Sens Actuators A Phys* **2010**, 158, 149–160, doi:10.1016/j.sna.2009.12.020.
18. Song, G.; Ma, N.; Li, H.-N. Applications of Shape Memory Alloys in Civil Structures. *Eng Struct* **2006**, 28, 1266–1274, doi:10.1016/j.engstruct.2005.12.010.
19. Wang, L.; Melnik, R.V.N. Nonlinear Dynamics of Shape Memory Alloy Oscillators in Tuning Structural Vibration Frequencies. *Mechatronics* **2012**, 22, 1085–1096, doi:10.1016/j.mechatronics.2012.09.004.
20. Duan, Y.; Ling, J.; Feng, Z.; Ye, T.; Sun, T.; Zhu, Y. A Survey of Needle Steering Approaches in Minimally Invasive Surgery. *Ann Biomed Eng* **2024**, 52, 1492–1517, doi:10.1007/s10439-024-03494-0.
22. Savi, M.A.; Pacheco, P.M.C.L. Chaos and Hyperchaos in Shape Memory Systems. *International Journal of Bifurcation and Chaos* **2002**, 12, 645–657, doi:10.1142/S0218127402004607.
48. Rami Reddy, A.; Umapathy, M.; Ezhilarasi, D.; Uma, G. Piezoelectric Energy Harvester With Shape Memory Alloy Actuator Using Solar Energy. *IEEE Trans Sustain Energy* **2015**, 6, 1409–1415, doi:10.1109/TSTE.2015.2442758.
49. Vasundhara, M.G.; Senthilkumar, M.; Kalavathi, G.K. A Distributed Parametric Model of Shape Memory Alloy-Based Resonant Frequency Tunable Cantilevered PZT Energy Harvester with Tip Mass. *ISSS J Micro Smart Syst* **2019**, 8, 13–24, doi:10.1007/s41683-019-00034-0.
56. Lebedev, G.A.; Gusarov, B.V.; Viala, B.; Delamare, J.; Cugat, O.; Lafont, T.; Zakharov, D.I. Thermal Energy Harvesting Using Shape Memory/Piezoelectric Composites. In *Proceedings of the 2011 16th International Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems Conference*; IEEE, June 2011; pp. 669–670.
57. Zakharov, D.; Lebedev, G.; Cugat, O.; Delamare, J.; Viala, B.; Lafont, T.; Gimeno, L.; Shelyakov, A. Thermal Energy Conversion by Coupled Shape Memory and Piezoelectric Effects. *Journal of Micromechanics and Microengineering* **2012**, 22, 094005, doi:10.1088/0960-1317/22/9/094005.
69. Nesis, E.I.; Nesis, S.E. Thermomechanical and Thermoacoustic Self-Excited Oscillations. *Journal of Engineering Physics* **1988**, 55, 1178–1194, doi:10.1007/BF01155230.
70. Awrejcewicz, J.; Pyryev, Yu. Thermo-Mechanical Model of Frictional Self-Excited Vibrations. *Int J Mech Sci* **2005**, 47, 1393–1408, doi:10.1016/j.ijmecsci.2005.05.001.
83. Rami Reddy, A.; Umapathy, M.; Ezhilarasi, D.; Uma, G. Piezoelectric Energy Harvester With Shape Memory Alloy Actuator Using Solar Energy. *IEEE Trans Sustain Energy* **2015**, 6, 1409–1415, doi:10.1109/TSTE.2015.2442758.
84. Todorov, T.; Nikolov, N.; Todorov, G.; Ralev, Y. Modelling and Investigation of a Hybrid Thermal Energy Harvester. *MATEC Web of Conferences* **2018**, 148, 12002, doi:10.1051/mateconf/201814812002.
85. Oudich, A.; Thiebaud, F. A Two-Way Shape Memory Alloy-Piezoelectric Bimorph for Thermal Energy Harvesting. *Mechanics of Materials* **2016**, 102, 1–6, doi:10.1016/j.mechmat.2016.08.006.
86. Mohammed, S.S.; KÖK, M.; Qader, I.N.; Dağdelen, F. The Developments of Piezoelectric Materials and Shape Memory Alloys in Robotic Actuator Systems. *European Journal of Science and Technology* **2019**, 1014–1030, doi:10.31590/ejosat.653751.
87. Wang, Q.; Wu, N. A Review on Structural Enhancement and Repair Using Piezoelectric Materials and Shape Memory Alloys. *Smart Mater Struct* **2012**, 21, 013001, doi:10.1088/0964-1726/21/1/013001.
125. Ананьев, И.В.; Колбин, Н.М.; Серебрянский, Н.П. *Динамика Конструкций Летательных Аппаратов; Машиностроение: Серебрянский*, 1972;
126. Pai, A. A Phenomenological Model of Shape Memory Alloys Including Time-Varying Stress. Thesis for the degree of Master of Applied Science, Waterloo University: Ontario, Canada, 2015.

128. Demidovich, B.P. *Lectures on Mathematical Stability Theory*;
129. Preumont, A. *Mechatronics: Dynamics of Electromechanical and Piezoelectric Systems*; Springer Science & Business Media, 2006;
130. Wark, K. *Thermodynamics*; 4th ed.; McGraw-Hill: New York, 1983;
131. Cengel, Y.; Boles, M.; Kanoglu, M. *Thermodynamics: An Engineering Approach*; 10th ed.; McGraw, USA, 2022; ISBN 1265898502.
132. Mitrev, R.; Todorov, T.; Fursov, A.; Ganev, B. Theoretical and Experimental Study of a Thermo-Mechanical Model of a Shape Memory Alloy Actuator Considering Minor Hystereses. *Crystals (Basel)* **2021**, *11*, 1120, doi:10.3390/cryst11091120.
133. Kostov, M.; Todorov, T.; Mitrev, R.; Kamberov, K.; Nikolov, R. A Study of a Bistable Reciprocating Piston Pump Driven by Shape Memory Alloys and Recuperative Springs. *Actuators* **2023**, *12*, 90, doi:10.3390/act12020090.
134. Kostov, M.; Todorov, T.; Mitrev, R.; Todorov, G.; Kamberov, K. Synthesis of a Bistable Recuperative Pump Powered by Shape Memory Alloys and a Two-Section Involute Cam. *Actuators* **2023**, *12*, 381, doi:10.3390/act12100381.
135. Fomichev, V. V.; Il'in, A. V.; Rogovskii, A.I.; Todorov, G.D.; Sofronov, Ya.P. Search for Periodic Regimes in an Energy-Harvester Model by Simulation. *Computational Mathematics and Modeling* **2020**, *31*, 293–307, doi:10.1007/s10598-020-09492-w.
136. Todorov, T.S.; Fursov, A.S.; Mitrev, R.P.; Fomichev, V. V.; Valtchev, S.S.; Ilain, A. V. Energy Harvesting With Thermally Induced Vibrations in Shape Memory Alloys by a Constant Temperature Heater. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* **2022**, *27*, 475–484, doi:10.1109/TMECH.2021.3066440.
137. Mitrev, R.; Todorov, T.; Fursov, A.; Fomichev, V.; Il'in, A. A Case Study of Combined Application of Smart Materials in a Thermal Energy Harvester with Vibrating Action. *Journal of Applied and Computational Mechanics* **2021**, *7*, 372–381.
138. Todorov, T.; Mitrev, R.; Yatchev, I.; Fursov, A.; Ilin, A.; Fomichev, V. A Parametric Study of an Electrothermal Oscillator Based on Shape Memory Alloys. In Proceedings of the 2020 21st International Symposium on Electrical Apparatus & Technologies (SIELA); IEEE, June 2020; pp. 1–4.
139. Fursov, A.S.; Todorov, T.S.; Krylov, P.A.; Mitrev, R.P. On the Existence of Oscillatory Modes in a Nonlinear System with Hystereses. *Differential Equations* **2020**, *56*, 1081–1099, doi:10.1134/S0012266120080108.
140. Mitrev, R.; Todorov, T.S. A Case Study of Experimental Evaluation of the Properties of Shape Memory Alloy Wires. In Proceedings of the AIP Conference Proceedings; 2022; p. 060010.
141. Todorov, T.; Mitrev, R.; Penev, I. Force Analysis and Kinematic Optimization of a Fluid Valve Driven by Shape Memory Alloys. *Reports in Mechanical Engineering* **2020**, *1*, 61–76, doi:10.31181/rme200101061t.
142. Митрев, Р.; Тодоров, Т. Синтез, Анализ и Управление На Пиезоелектричен Енергиен Харвестер, Базиран На Умни Материали. *Механика на машините*, **2022**, *126*.
143. Фурсов, А.С.; Тодоров, Т.С.; Крылов, П.А.; Митрев, Р.П. О Существовании Колебательных Режимов в Одной Нелинейной Системе с Гистерезисами. *Дифференциальные уравнения* **2020**, *56*, 1103–1121, doi:10.1134/S0374064120080105.

Summary

The dissertation discusses issues related to the theoretical and experimental modeling of smart materials when applied in engineering systems in vibration or cyclic action. Of the wide variety of smart materials, the subject of research here is primarily shape memory alloys (SMAs). Since some of the devices analyzed in the dissertation are vibrational generators of electrical energy and use the piezoelectric effect, the other type of smart materials discussed here to a lesser extent are piezoelectrics.

Chapter One provides a literature review of multiphysical systems for generating electrical energy using shape memory alloys. The review concludes that publications on energy harvesters based on shape memory alloys in combination with piezoelectric or electromagnetic systems rely on time fluctuations in temperature or waste vibrations to generate electrical energy. At the same time, it was found that no studies have been conducted on the use of shape memory alloys for energy conversion in the most common heat energy sources with constant heat found in nature and industry. Reports have been found on a small number of energy harvesters that convert the heat of a constant-temperature source through a thermomagnetic effect to generate self-excited vibrations. Initial research by teams from the Technical University of Sofia showed that shape memory alloys have the necessary potential under certain conditions to self-excite vibrationally from a constant temperature source. The study of these conditions, as well as many other poorly understood features in modeling, formed the basis for formulating the objective of the dissertation. Cooperation with scientists from universities abroad also contributed to the in-depth study of the tasks set. Other tasks that were set were to use the knowledge to create devices operating in oscillatory or quasi-oscillatory mode, such as digital valves and pumps. Chapter 2 analyzes the general characteristics of the thermomechanical vibration systems under study.

Chapter 3 defines the ranges of the variables so that a correct task can be formulated for analyzing the state and conditions for the existence of oscillatory modes.

Chapter 4 investigates stability and defines the conditions for the existence of a steady state. Chapter 5 reveals the details of the modeling of complex multiphysical systems combining the fields of mechanics, heat, piezoelectric effect, shape memory effects with structural-phase changes and hysteresis.

Chapter 6 is devoted to summarizing the results of the experimental studies through which the theory has been successfully validated.

Chapter 7 presents the designed and manufactured prototypes of devices such as valves and pumps.

Chapter Eight summarizes the results of the research and concludes the overall work on the dissertation.



Prof. Dr. Eng. Todor Stoilov Todorov

***Dynamics of mechatronic systems
based on smart materials***

ABSTRACT

of a dissertation for the acquisition of a scientific degree
"Doctor of Science"

Field of higher education: 5. Technical sciences

Professional field 5.1. Mechanical engineering

Scientific specialty: "Theory of mechanisms, machines and automatic lines"

Reviewers:

1. Prof. Dr. Eng. Mara Krumova Kandevea
2. Corresponding Member of BAS Prof. D.Tech.Sc. Eng. Venelin Stoyanov Zhivkov
3. Assoc. Prof. DSc. Eng. Anastas Ivanov Ivanov

Sofia, 2025

The dissertation was discussed and directed for defense by the extended Department Council of the Department of "Theory of Mechanisms and Machines" at the Faculty of Industrial Technologies of the Technical University - Sofia at a regular meeting held on 19.09.2025.

The public defense of the dissertation will take place on 02 Feb 2025 at 1 pm in the Conference Hall of the BIC of the Technical University - Sofia at an open meeting of the scientific jury, determined by order No. OЖ-5.1-96/13.11.2025 of the Rector of the Technical University - Sofia, composed of:

1. Prof. D.Sc. Eng. Ivo Krastev Malakov – Chairman
2. Prof. D.Sc. Eng. Marin Berov Marinov – Scientific Secretary
3. Prof. Dr. Eng. Mara Krumova Kandeveva
4. Corresponding Member of BAS Prof. D.Tech.Sc. Eng. Venelin Stoyanov Zhivkov
5. Prof. Dr. Eng. Yuliana Yavorova Georgieva
6. Prof. Dr. Eng. Ivan Nikolov Chavdarov
7. Assoc. Prof. D.Sc. Eng. Anastas Ivanov Ivanov

Reviewers:

1. Prof. Dr. Eng. Mara Krumova Kandeveva
2. Corresponding Member of BAS Prof. D.Tech.Sc. Eng. Venelin Stoyanov Zhivkov
3. Assoc. Prof. DSc. Eng. Anastas Ivanov Ivanov

The materials for the defense are available to those interested in the office of the Faculty of Industrial Technologies, block No. 3, room 3232 of the Technical University - Sofia.

The dissertation candidate is a professor in the Department of "Theory of Mechanisms and Machines" at the Faculty of Industrial Technologies of the Technical University - Sofia.

Author: Todor Stoilov Todorov

Title: *Dynamics of mechatronic systems based on smart materials*

Circulation: 30 pcs.

A. GENERAL CHARACTERISTICS OF THE DISSERTATION

The dissertation is dedicated to experimental and theoretical studies of the dynamics of mechatronic systems combining shape memory alloys and piezoelectrics.

Relevance of the problem

The study of the dynamic properties of mechatronic systems based on smart materials is essential for improving the performance, adaptability and reliability of modern smart systems. Smart materials combining shape memory alloys (SMAs) and piezoelectric materials (PEMs) demonstrate inherent responsiveness to external stimuli, thereby facilitating integrated actuators with sensor feedback and control in compact architectures. To gain important insights into the stability, energy efficiency and precision of the system control, it is necessary to conduct a comprehensive study of the dynamic behavior of the system, including metrics such as frequency response, hysteresis, damping characteristics and nonlinearities. These properties directly impact the design of feedback loops, real-time control algorithms and structural integration strategies in mechatronic applications ranging from robotics and aerospace to biomedical devices. Furthermore, the use of dynamic characterization facilitates the development of predictive models and simulations, thus allowing engineers to optimize performance under changing operating conditions. In the context of increasing demands for multifunctionality and miniaturization in the field of mechatronic systems, systematic investigation of the dynamic properties of smart materials has become a key element to promote innovation. This research facilitates the development of adaptive, self-regulating and high-performance devices, thus meeting the complex requirements of emerging technologies.

Scientific significance and novelty

The dissertation formulates two hypotheses, the confirmation of which leads to the development of energy harvesters using phase transformations of SMA and piezoelectric effect for the conversion of constant heat into electrical energy. In parallel with these studies, new methods for modeling and experimental study of SMA and TEM have been created. New formulations for modeling hysteresis processes in SMA and original multiphysics methods describing the dynamics of oscillating and quasi-oscillating systems have been proposed.

Practical utility and applicability

Mechatronic systems that incorporate SFPs and piezoelectric materials offer significant advantages in terms of miniaturization, multifunctionality, and adaptive control. The integration of these smart materials facilitates the development of compact, lightweight, and energy-efficient devices equipped with integrated sensing and actuation capabilities. The utility of SFPs is particularly pronounced in scenarios where silent operation and high power-to-weight ratios are of paramount importance. In this dissertation, these properties are combined with the energy-conversion functions of piezoelectric materials to study the dynamics of vibration-driven generators that convert heat into electricity. Furthermore, based on the dynamic studies, silent valve controls for smart home applications have been created.

Approbation of the results of the dissertation

A significant part of the results achieved in the dissertation work have been approved through publication in peer-reviewed international and Bulgarian journals and conferences, citations in peer-reviewed scientific publications, and also participation in scientific-research projects.

Dissertation volume

The dissertation has a total volume of 287 pages, contains 7 chapters, 215 figures, 15 tables, 148 literary sources. The conclusion defines the scientific, scientifically-the applied and applied contributions of the dissertation work. The numbers of the figures, formulas and tables in the abstract correspond to those in the dissertation work.

B. A brief summary of the dissertation work

1 Chapter Analysis of the current scientific level in the field of mechatronic energy-generating and energy-efficient systems

1.1 Analysis of the state of the art of mechatronic systems subject to modeling

1.1.1 Specifying the type of model and the characteristics to be studied

With their emergence, microelectromechanical systems (MEMS) have imposed new standards in terms of their energy sources. The challenges that accompany the small size of microsystems are related to the elimination of wires, the imposition of wireless and possibly battery-free power supply. This autonomous power supply is achieved through systems called energy harvesters, which capture waste energy of any type and under any conditions in order to convert it into electrical energy. These energy conversion systems create opportunities for the application of both new principles and conversions such as thermomechanical oscillatory self-excitation and the application of smart materials. These characteristics are suitable for research from the point of view of the goals and objectives of the dissertation.

1.1.2 Research at a previous level in the field of smart materials

Intelligent materials are those whose main property is adaptability to changes in environmental conditions. To be intelligent, the material must recognize the impact it is exposed to, prepare an appropriate response and, if possible, be self-powered. In addition, the requirement is added that after removing the external impact, the material must restore its original state [3–13]. Smart materials have more limited properties, as by definition they must respond to a certain impact and generate a certain signal. Functional materials are required to change some of their characteristics in a controlled manner under a certain magnitude of impact [11–13].

Over the past two decades, research on SMA has intensified due to alternative possibilities for solving complex engineering problems, which with their help can be solved in an original way in compact volumes, with silent operation, including in oscillating devices. [22–24].

1.1.3 Overview of energy harvesters with smart materials

Heat energy conversion harvesters are used to recover waste or unused heat from the environment, converting it into small amounts of electrical energy intended to power sensors and actuators with low energy consumption. The principles of conversion in obtaining electricity from heat energy are mainly based on pyroelectric, thermoelectric, thermomagnetic and thermoelastic effects [34–36]. Here, attention will be further focused only on heat energy harvesters with moving elements, since they are closer to the topic of the dissertation.

In 2007, Ujihara E. Et al [37] designed and investigated a thermomagnetic energy harvester, in which the operating principle is based on the change of a soft magnet from a ferromagnet to a paramagnet when it enters a cold and hot zone, respectively (Fig. 1.1).

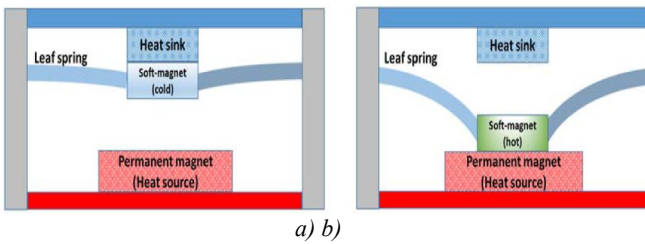


Fig. 1.1 Thermomagnetic energy harvester: a) the soft magnet is a ferromagnet; b) the soft magnet is a paramagnet [33].

Microthermoactuators based on foil or thin film of magnetic shape memory alloy (MSMA) [43]. A bistable magnetostatic and thermoelastic actuator is shown in Fig. 1.9.

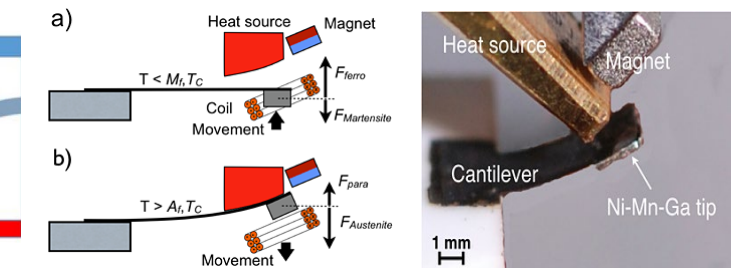
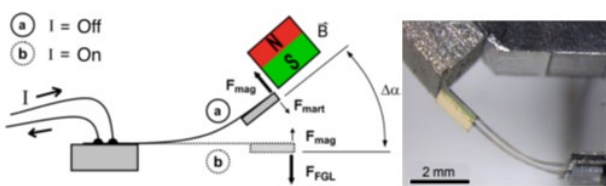


Fig. 1.3 Generating electricity from heat using a ferromagnetic cantilever MSMA Ni-Mn-Ga. (a) Initial state; (b) Final state.

Fig. 1.9 Microactuator from MSMA: a) diagram; b) photograph.

For the drive, a polycrystalline Ni-Mn – Ga was used, which is in the form of a cantilever composed of two wire beams as shown in Fig. 1.9 b). Using a model connecting the linear piezoelectric equations and the SMA effect, described by the Brinson approach [63], numerical simulations were performed, which prove that the inclusion of SMA elements can be used to expand the operating range of the system.

1.1.4 Overview of thermomechanical self-excited oscillators

The interaction between thermal and mechanical vibrations is called thermomechanical oscillations (TMO). The theoretical basis for TMO was first introduced in 1829 by A. Travelian [70] and later expanded by M. Faraday, A. Tyndal, and J. Rayleigh. Some of the first theoretical and experimental studies of the conditions for the emergence of self-excited thermomechanical oscillations were reported by Nesis E. I. [69]. Awrejcewicz and Pyryev [70] created a massless elastic element-free model of frictional self-excited vibrations and investigated the possibilities for their existence.

Oscillating systems based on shape memory alloys are widely used in energy-harvesting technologies. A number of researchers have used elastic SMA substrates on which they deposit a piezoelectric layer to generate electricity through vibrations [85–89].

From studies of self-excited thermal oscillations with shape memory alloys, it is concluded that energy harvesting primarily applies oscillations that are induced by external changes in the thermal field, as a result of which a time-varying temperature causes deformations of an elastic element of the SMA. Another interesting application of SMA in energy harvesting systems is the two-stage conversion of heat into mechanical and then mechanical into electrical energy. It is striking that there are no publications on thermal oscillators in which the self-propulsion is a source of constant heat. This is one of the reasons for choosing the topic of this dissertation.

1.1.5 A brief overview of SMA modeling methods

Methods for modeling SMA are divided into microscopic and macroscopic [90,91].

A typical model based on an analytical description of the relative martensite fraction as a function of temperature is the model of Ikuta et al. [104], 1991 where a hysteresis function was proposed to define the variation of the martensite fraction with increasing and decreasing temperature. The same model was later improved by Madill and Wang [105], 1998, which introduces minor cycles into the hysteresis model.

In the paper [106], Bekker and Brinson present a new kinetic law for modeling hysteresis in shape memory alloys using a phase diagram.

Despite the undeniable qualities of the models developed so far, they lack clarity in modeling minor and subminor hysteresis cycles, which are crucial in oscillating systems. Minor hysteresis occurs when the direction of temperature change changes within the main (major) hysteresis; subminor hysteresis occurs under the condition that the material is in a state of minor hysteresis and then a change in the direction of temperature change occurs, for example, from cooling to heating or vice versa.

1.1.6 Overview of methods for studying piezoelectric voltage generators

The piezoelectric effect was first demonstrated in 1880 by the brothers Jacques and Pierre Curie (Jacques Curie 1856–1941, Pierre Curie 1859–1906), who found that tension or pressure applied to certain materials electrically polarizes them. This is the direct piezoelectric effect [109]. The reverse

The normal directions along the coordinate axes x , y , and z are denoted by the numbers 1, 2, and 3, respectively, and the tangential directions by 4, 5, and 6, as shown in Fig. 1.24. Axis 3 is oriented in the direction of the initial polarization of the piezoelectric material, and axes 1 and 2 lie in a plane perpendicular to axis 3. The first index refers to the excitation axis and the second index is for the impact axis.

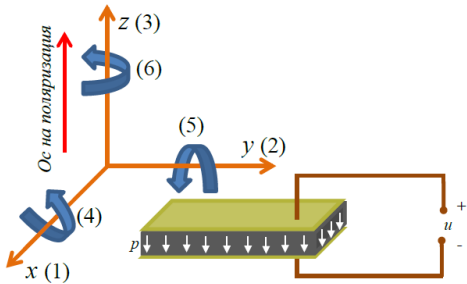


Fig. 1.24 Directional marking for piezoelectric transducers.

In crystallography, the natural coordinate system of a crystal is denoted by a , b , and c . Here, it is assumed that axes 1, 2, and 3 coincide with these axes, respectively. For the readings of (Fig. 1.24) a piezoelectric transducer,

the following formulas are valid: $S = d_{33}E + s^E T$, $D = \varepsilon^T E + d_{33}T$.

where D [C/m²] is electric displacement (electric flux or charge density per unit area), E [V/m] is the applied electric field, T [Pa] is a stress vector, S is the relative deformation, ε^T [F/m] is the dielectric permittivity, here the exponent means that it is measured at constant mechanical stress T , s^E [m²/N] susceptibility (the reciprocal of Young's modulus)

measured in a constant electric field E And d_{33} [C/N] or [m/V] piezoelectric constant. The index 33 follows from the fact that in the considered transducer the polarization and the electric field are parallel to the direction 3. Standard symbols are used for formulas (1.7) and (1.8). According to formula (1.7), the relative deformation is calculated by the expression $S = d_{33}E$.

1.2 Purpose and objectives of the dissertation

The aim of this dissertation is to create applied multiphysics theoretical models of oscillatory devices based on smart materials such as shape memory alloys and piezoelectrics, with a focus on the influence of hysteresis, and to develop real devices through which to validate the theoretical conclusions.

To achieve this goal, the following tasks have been set:

1. To study the current level of modeling of smart materials and their applications.
2. To determine the characteristics and modeling methods.
3. To create conceptual models and define variables and their allowable ranges.
4. To investigate the stability and conditions for the existence of oscillatory regimes in thermoelectromechanical systems with hysteresis.
5. To perform detailed modeling of oscillating thermoelectromechanical energy harvesters.
6. To investigate and validate theoretical results for thermoelectromechanical models of oscillating energy harvesters.
7. To apply the acquired knowledge in the design of devices with cyclic or quasi-cyclic action, such as pumps and control heads of valves with bistable action.

2 Chapter Determining the characteristics of the objects to be tested in mechatronic and micromechatronic systems

2.1.1 Description of generalized principles of operation in designs of combined energy harvesters with SMA and piezoelectric transducers

Fig. 2.1 shows a schematic diagram of a combined SMA-PE energy harvester consisting of a cantilever beam 3 with a piezoelectric transducer 2 and a shape memory alloy (SMA) filament stretched between the free end of the cantilever and a fixed stand [84]. Plate 4 is heated by a heat source 5 and is initially supported along its entire length by filament 1. The plate is heated to a certain constant temperature, which causes the SMA filament to contract. The contraction leads to the plate rotating and moving away from the filament. The above processes are then cyclically repeated. The operation is explained in Fig. 2.2 and Fig. 2.3.

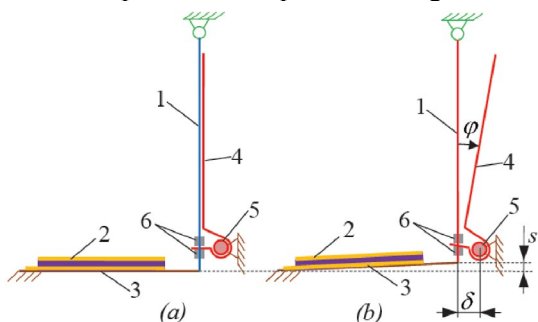


Fig. 2.1 Schematic representation of the energy harvester: (a) SMA wire 1 is cold (b) SMA wire 1 is heated.

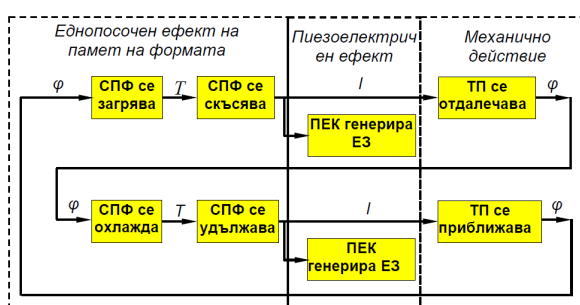


Fig. 2.2 Diagram of the operating principle of the combined harvester.

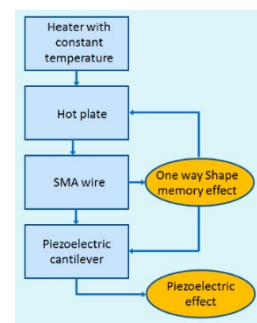


Fig. 2.3 Relationships between the main components of the SMA-PEH.

Another type of combined SMA-PE energy harvester is shown in Fig. 2.4 [118]. A piezoelectric 6 beam is bent into a bow shape with a SMA 7 strand acting as the bowstring.

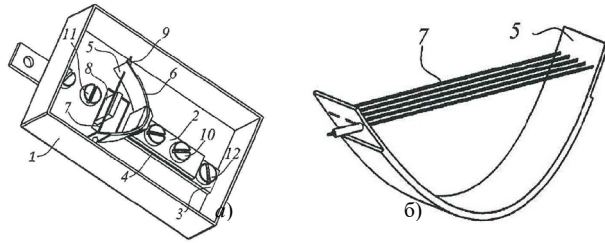


Fig. 2.4 Thermoelectric SMA-PEEH: a) overall view of the device; b) structural variation.

The operating principle of this SMA-PEEH is as follows: When the heat source is heated above a certain temperature, the SMA filament contracts and causes additional deformation in the elastic beam. Since the elastic beam is fixed in the middle symmetrically, its deformation leads to the SMA filament moving away from the heat source.

The most important advantage of the second SMA-PEEH is that it does not require an intermediate element, such as the permanently heated plate 4 (Fig. 2.1), which converts the mechanical movement of the SMA filament into a change in its temperature. Thus, the permanently heated plate 4 performs the functions of a temperature regulator. In the second variant (Fig. 2.4), the function of this thermoregulator is performed by the deformable beam 5.

2.1.2 Development of new concepts for SMA-PEEH

Option 1A: structural modification of the device in Fig. 2.4 is the thermoelectric SMA-PEEH shown in Fig. 2.5. In this device, the arcuate beam 5 is replaced by two elastic cantilever beams, on which piezoelectric layers are applied. The principle of operation is the same as in the energy harvester in Fig. 4. The constant heat source 1 heats a SMA filament 2, which is initially in a martensite state and touches the heat source. After the filament is heated above a certain temperature, an austenitic change in its structure occurs. The Young's modulus increases and the filament regains its original shape, which is equivalent to shortening. This shortening symmetrically deforms the two cantilevers 3 and causes a vertical displacement of the SMA filament. As a result of this displacement, the filament moves away from the heat source and cools.

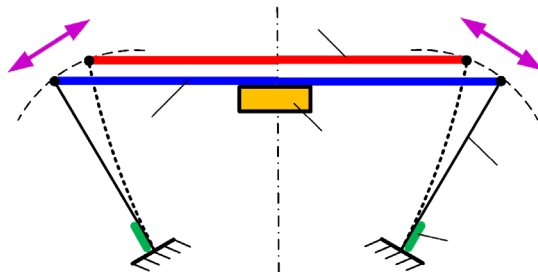


Fig. 2.5 Symmetrical SMA-PEEH with two cantilever beams: 1a and 1b SMA filament; 2. Heater; 3. Cantilever beam; 4. Piezoelectric layer.

The advantage of this harvester is the larger number of parameters and more options for choosing the optimal option.

Option 2 Fig. 2.6 shows a design variant of the SMA-PEEH with two sliders..

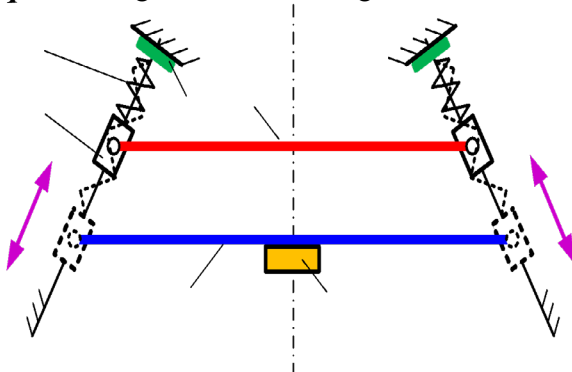


Fig. 2.6 Symmetrical SMA-PEEH with two sliders. 1a and 1b - SMA filament; 2 - Heater; 3 - Slider; 4 - Spring; 5 - Piezoelectric layer.

When heated, the filament shortens and, since it is hooked to the sliders 3, it moves upwards, overcoming the resistance of the springs 4. At the same time, when moving away from the heat source 2, the filament cools, softens, and the springs return the sliders to their original position, where a new heating of the filament begins. The variable pressure on the piezoelectric layers 5 leads to the cyclical generation of electric charges. The disadvantage of this scheme is the presence of friction forces in the sliders, as well as possible differences in their position from the point of view of symmetry.

Option 3 Fig. 2.7 shows a symmetrical SMA-PEEH with two cantilever beams 3, which is a modification of the mechanism of the variant of Fig. 2.4. Heating the filament 1b leads to its shortening (pos. 1a), deformation of the cantilever beams and moving away from the source, due to which it cools, lengthens, and returns to the starting position to the source for new heating. The deformation of the beams leads to cyclic generation of electric charges. This variant is devoid of the disadvantages of the scheme in Fig. 2.6.

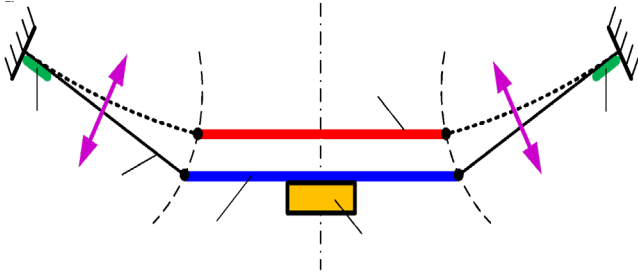


Fig. 2.7 Symmetrical SMA-PEEH with two cantilever beams: 1a and 1b - SMA filament; 2 - Heater; 3 - Cantilever beam; 4 - Piezoelectric layer.

Option 4 In the symmetrical version with two rockers (Fig. 2.8) the thread 1b in the cold state rests on the heater 2, as the elastic force of the thread is balanced by the reduced force of the spring. At this moment the rockers 3 are in position OA_1 and CB_1 . Once the SMA filament is heated, the unidirectional shape memory effect causes it to shorten and rotates the rockers to positions OA and CB, resulting in a vertical displacement of the SMA filament.

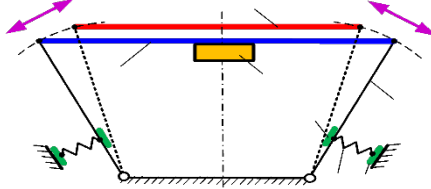


Fig. 2.8 Symmetrical SMA-PEEH with two rockers.

Option 5 Fig. 1.9 shows a diagram in which two strands of the SMA (pos. 1a and 1b) have a common point of attachment on an elastic beam 2, which is tensioned at both ends. This beam has bistable behavior because its length is greater than the distance between the fixed supports. The beam can have two stable elastic forms, shown in Fig. 2.9a and Fig. 2.9b, respectively.

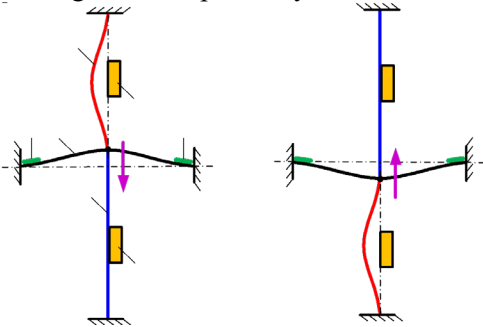


Fig. 2.9 SMA-PEEH with an elastic beam stretched at both ends and bistable action: 1a and 1b - SMA thread; 2 - Elastic beam; 3a and 3b - Heaters; 4 - Piezoelectric layer.

Option 6 Fig. 1.10 shows a variant with a rotating rocker with bistable action. The mechanism has two extreme equilibrium stable positions and one equilibrium unstable position, corresponding to the coincidence of the spring axis with the line OA. Heating the thread 1b leads to its shortening and rotation of the rocker 3 clockwise, which leads to tension and approaching the thread 1a to the heater 2a, at which it is heated.

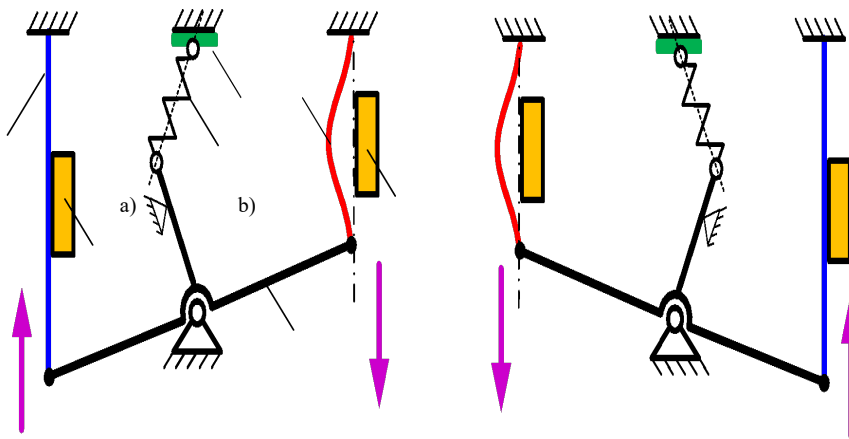


Fig. 2.10 SMA-PEEH with rocker: 1a and 1b - SMA filament; 2a and 2b - heaters; 3 - Rocker; 4 - Spring; 5 - Piezoelectric layer.

2.2 Creating a conceptual model.

2.2.1 Initial selection of a conceptual option

2.2.2 Determination of parameters to be studied and modeled

Based on the studies of the technical level of the issues, the theoretical studies carried out

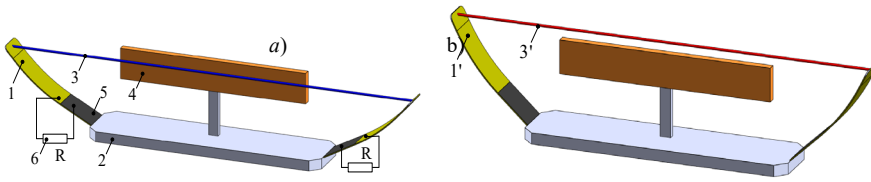


Fig. 2.11 Structural diagram of the thermoelectric energy harvester a) cold filament b) hot filament;.

And the obtained experimental results, the scientific team came to the following conclusions: The thermoelectric energy harvester from Fig. 5.2 with two inclined piezoelectric cantilevers and a shape memory alloy was adopted as the object of conceptual modeling, including theoretical and experimental studies and their validation and verification. The principle of operation and initial studies confirmed the selected constructive implementation shown in Fig. 2.11. The conceptual model of the selected thermoelectric harvester should include the areas studied so far, characteristic of the real model: mechanical, piezoelectric, and thermal.

2.2.2.1 Definition of objects, parameters, and variables in the mechanical domain

The objects that are subject to study and can be attributed to the mechanical domain are the two cantilevers, the shape memory alloy filament, and the piezoelectric layers.

The cantilevers are assumed to be elastic beams with a concentrated mass at their free end. It is assumed that the effects of temperature changes on the mechanical parameters of the cantilevers are not taken into account and, more specifically, it is assumed that the cantilevers have a constant room temperature. It is assumed that the displacements of the free ends of the cantilevers are small and occur along lines perpendicular to their undeformed upright state. The other object included in the mechanical domain is the SMA thread (string). This is always a stretched thread, which is closer in nature to the behavior of a string. The thread is assumed to have a concentrated mass at both ends and to have thermally dependent (controlled) elasticity. The third type of mechanical object is the piezoelectric layers, which can be considered as part of the piezoelectric beams, which generate electricity when deformed. The interactions of the objects from the mechanical domain are shown in Fig. 2.12.

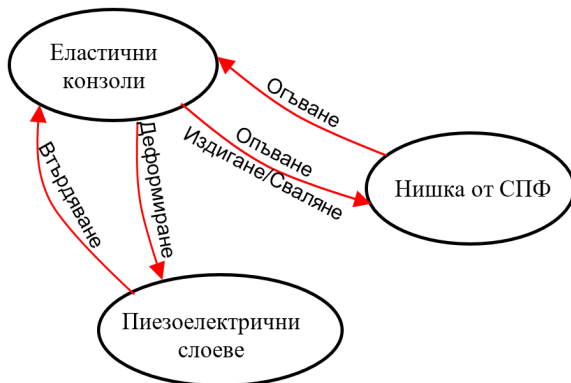


Fig. 2.12 Interactions of objects in the mechanical domain.

The mechanical regions here border or more precisely connect with the piezoelectric region in the piezoelectric layers, and in the SMA filament with the thermal region, as these two regions include electricity and structural-phase changes accompanied by hysteresis in the thermal and structural-phase planes. The change in the crystallographic structure of SMA from martensite to austenite is evaluated by the ratio of the volume of the martensite transformed crystallographic structure to the total volume of SMA. This important indicator is called the relative martensite fraction. The change in the relative martensite fraction as a function of temperature in SMA is nonlinear and occurs differently when increasing (heating) and decreasing (cooling) the temperature. This physical property is called hysteresis. The appearance of hysteresis in the relative martensite fraction leads to hysteresis in all other material characteristics such as Young's modulus, mechanical stresses, forces, displacements, and strains when defined as a function of temperature.

2.2.2.2 Definition of objects, parameters, and variables in the thermal and electrical domains

The thermal domain encompasses the following objects: a filament of SMA, a heater, and the environment (room). The interactions in the thermal domain are shown in Fig. 2.13.

In the electrical domain, after deformation of the cantilevers is applied, they generate a voltage in the load resistor due to the piezoelectric effect. The load resistor replaces a consumer, which in general would have a complex resistance. In this case, it is assumed that the consumer has only active resistance and its power supply from the piezoelectric layer leads to negligible heating.

2.2.2.3 Building a comprehensive conceptual model of the system

The overall view of the conceptual model is shown in Fig. 2.15. While the mechanical domain has two cross sections with the thermal and electrical domains respectively, the latter two have only one cross section and do not interact with each other.

Two of the thermal domain objects are outside the mechanical domain, and the electrical domain has only one object outside its intersection with the mechanical domain. The most impacts are on the elastic cantilevers and the SMA filament, with those on the cantilevers being from one domain, and the niche interacting with two domains.

There are other connections in the overall conceptual model that are ignored here. For example, maintaining a constant temperature of the heater by some external energy source such as electric current or sunlight will lead to an increase in the temperature in the room, which, after a sufficiently long time, will equalize with the temperature of the heater. This will eliminate the temperature gradient and will lead to the termination of the operation of the thermoelectric harvester.

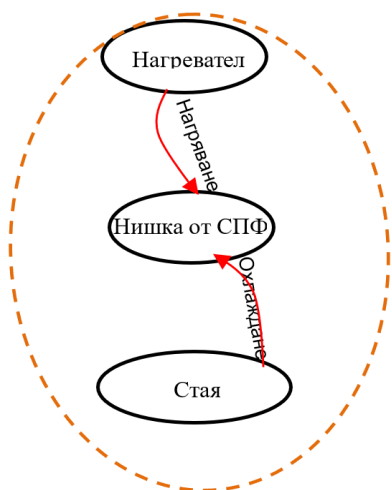


Fig. 2.13 Interactions in the thermal domain.

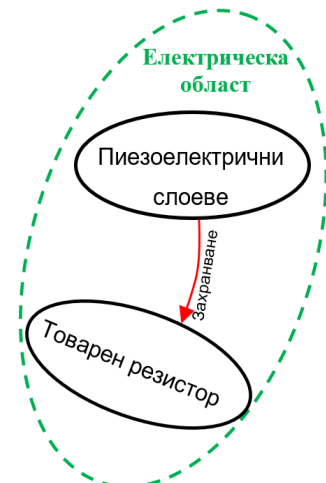


Fig. 2.14 Interactions in the electrical domain.

In reality, the functions of the harvester will also deteriorate when the difference between the room temperature and the heater temperature decreases. In this case, it is assumed that the room has an infinitely large volume and its temperature is constant and lower than the heater temperature. The conceptual model thus constructed creates opportunities for assessing the most important interactions and their connections, as well as for the selection of the modeled parameters and variables.

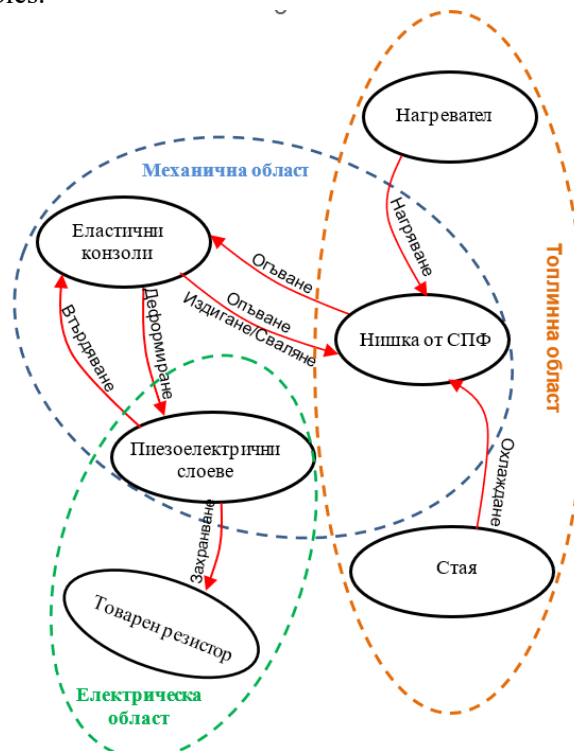


Fig. 2.15 Overall view of the conceptual model.

2.3 Converting the conceptual model into an executable model

2.3.1 Mathematical description of models

2.3.2 Compilation of a generalized flow chart of the energy harvester model

2.3.2.1 Block diagram of an energy harvester without control, converting only heat into electrical energy

Fig. Fig. 2.16 shows a block diagram of the SMA-PEEH from Fig. Fig. 2.8, which contains almost all the conversions, but does not include control units. The explanation of the block diagram is as follows: The heater temperature T_h heats the SMA filament to a temperature T and depending on the ambient temperature T_∞ causes a change in its lengths. The following is a change in the geometric parameter α , which, through an elastic element, induces a mechanical stress σ , which is converted into an electrical stress through the piezoelectric effect. Block diagram of a hybrid energy harvester without control, converting vibrational and thermal energy into electrical energy

The scheme shown in Fig. 2.17 differs from that in Fig. 2.16 by the added kinematic disturbance $X(t)$.

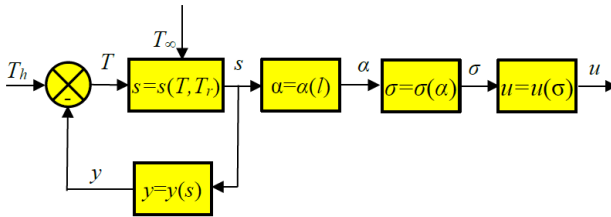


Fig. 2.16 Block diagram of SMA-PEEH, without control circuits.

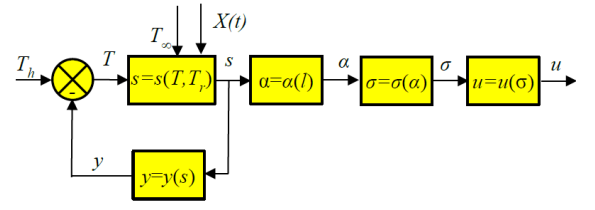


Fig. 2.17 Block diagram of a SMA_PEEH without control, converting vibration and heat into electrical energy.

2.3.2.2 Block diagram of a hybrid energy harvester with control, converting only thermal energy into electrical energy and control in the thermal part

This block diagram (Fig. 2.18) differs from that in Fig. 2.16 by the included feedback loop for regulating the heating power of the filament from the SMA, which can be controlled so that the maximum possible voltage is obtained at the output.

2.3.2.3 Block diagram of a hybrid energy harvester with control, converting vibration and thermal energy into electrical energy

The block diagram in Fig. 2.19 differs from the above by the added kinematic disturbance $X(t)$. In the general case, the energy harvester can be considered as a controllable system with two feedback loops and two inputs, thermal and kinetic or vibrational.

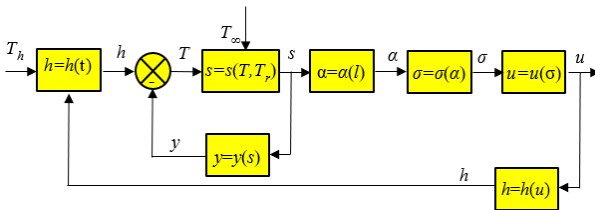


Fig. 2.18 Block diagram of a hybrid energy harvester with heater position control, converting only heat into electricity.

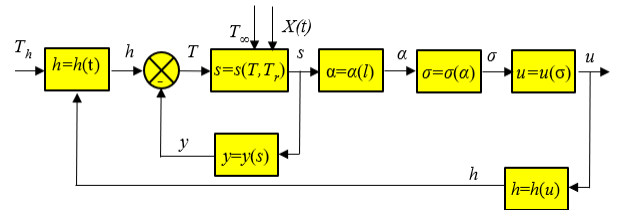


Fig. 2.19 Block diagram of a hybrid energy harvester with control, converting vibration and thermal energy into electrical energy.

The above schemes do not exhaust the diversity of such systems, as will become clearer in the following sections of this work.

2.3.3 Investigation of a thermoelectromechanical resonator to validate the SMA-PEH model

2.3.3.1 Conceptual design of the thermoelectromechanical resonator

To investigate the basic vibrational characteristics of the SMA-PEX model, a thermoelectromechanical resonator (TEMR) was built in which the shape memory alloy filament is heated by electric current, i.e. by the Joule effect. The schematic diagram of the TEMR is shown in Fig. 2.20.

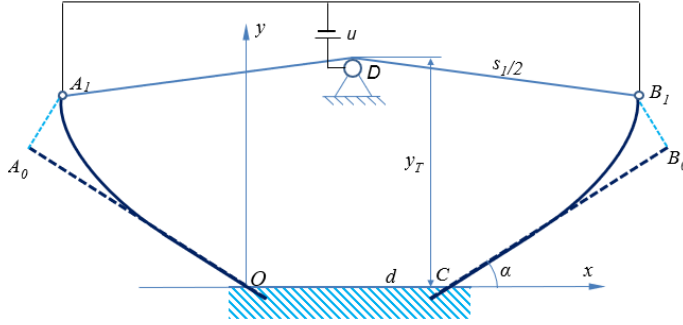


Fig. 2.20 Schematic diagram of a thermoelectromechanical resonator (TEMR).

The mechanical design is the same as the SMA-PEH in Fig. 5.2 with the difference that the heater has been removed, and instead in the middle of the SMA filament at a point D a fixed electrode is placed in electrical contact with the filament. An electrical voltage is applied to both ends and at point D of the filament, as shown in the diagram. The current flowing through the SMA filament heats it, causing it to contract (restore its original length). As a result of the contraction, the cantilevers are deformed and points A1 and B1 rise vertically. At the moment when points A1 and B1 surpass the height y_T , the contact between the SMA filament and the electrode D is interrupted. The filament of the SMA is then cooled, because no current flows through it anymore. The cooled filament is in its martensitic phase, which is why the modulus of elasticity decreases. As a result of the resulting softening of the filament, the cantilevers return to their original position and the filament again rests on the stationary electrode and turns on the contact at point D. Then the processes described above are repeated.

2.3.3.2 Mathematical model of TEMR

A detailed description of the mathematical model and its construction is given in Chapter 5, based on the previous scientific report [119]. Here, in order to avoid repetition, it will be briefly explained that the modeling is based on the Lagrange-Maxwell equations of the second kind [120–123]. For this purpose, mechanical, electrical and thermal degrees of freedom were first selected, the kinetic and potential energies of the system were determined, and the equivalent kinetic and potential electromagnetic and thermal energies were added to them. After deriving the equations for each degree of freedom, the related multiphysics equations were derived, which after lowering the order have acquired the form

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{1}{m} \left[\frac{C'}{2C^2(1-k_p^2)} q^2 - k(x + \delta x_1) - \frac{d_{33}K_a p_x C'}{C^2(1-k_p^2)} q x + \frac{d_{33}K_a p_x}{C(1-k_p^2)} q - \frac{K_a p_x}{(1-k_p^2)} x - \beta v + F_s \right] \\ \dot{x} = v \\ \dot{q} = -\frac{1}{R_L} \left[\frac{1}{C(1-k_p^2)} q + \frac{d_{33}K_a p_x}{C(1-k_p^2)} x \right] \\ \dot{T} = \begin{cases} \frac{1}{\rho_s V_s c_p} [Ri^2 + A_s h_c (T_\infty - T)], & x \leq x_T \\ \frac{1}{\rho_s V_s c_p} A_s h_c (T_\infty - T), & x > x_T \end{cases} \end{cases} \quad (1.1)$$

The parameters in the equations are positive constants, the physical meaning of which is explained in Chapter 5.

System (1.1) describes the relationship between three generalized physical coordinates: displacement x , electric charge q in the piezoelectric transducer and temperature T of the filament. Due to the reduction in order, the mechanical coordinate is described by two first-order differential equations. It is evident from system (1.1) that the equations are coupled, which means that the displacement equation includes electrical and thermal quantities, the charge equation depends on mechanical electrical and mechanical quantities, and the temperature equation includes the displacement, which is a function of the charge.

The following simplifying assumptions are made in the above model: The inclination of the SMA filament when it is resting on the electrode at point D is ignored; The change in resistance due to a decrease in the contact pressure at point D is ignored. The change in the resistance of the SMA with increasing temperature has been neglected.

2.3.3.3 Numerical solutions of the TEMR mathematical model

A numerical solution program was developed using the implicit Euler method, using initial conditions and some numerical data from Table 1. The results shown in the graphs below were obtained. Fig. 2.21 shows the graph of the

change in the horizontal displacement x of the cantilever. It is evident from the graph that after a short transient regime of about 0.4 s, (Fig. 2.22) the horizontal displacement of the system enters a steady state regime (Fig. 2.23) with a period $\tau_x = 0.5914914843$ s, which is equivalent to a frequency $f_{Tx} = 1.690641415$ Hz. This frequency f_{Tx} coincides with the temperature frequency, as can be seen from Fig. 2.25. The displacements at these frequencies are nonlinear and reflect

the temperature changes in the system. They depend on the temperature convection time constant $\tau_T = \frac{\rho_s V_s c_p}{A_s h_c}$ and the

temperature gradient $k_T = \frac{Ri^2}{\rho_s V_s c_p}$. For this reason, for f_{Tx} the term temperature frequency or macrofrequency has been adopted.

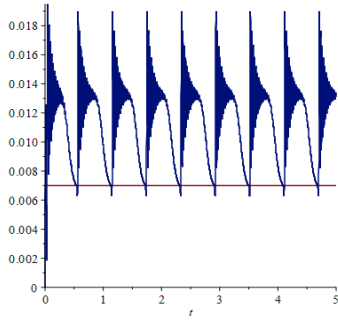


Fig. 2.21 Horizontal displacement x of the cantilever.

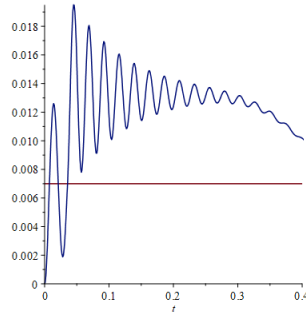


Fig. 2.22 Transient solution of the displacement x .

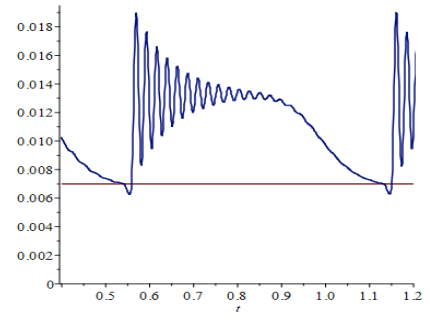


Fig. 2.23 Moving the console x in an established motion mode.

The analysis of the change in the displacement of the cantilever through the established regime (Fig. 2.23) shows that in addition to the temperature macrofrequency, there is also a microfrequency, which should depend on the mass and elastic parameters of the system. Microoscillation or mechanical oscillation in the general case is complexly modulated in both frequency and amplitude [84]. Conditions can be derived for certain cases [124], in which these oscillations are constant and damped around a constant equilibrium value of $x = x_{\text{and}}$. For the example considered (Fig.

2.23) the micro-oscillations are approximated by the function $x_m = x_e + a_m e^{-\frac{\beta}{2m}(t-t_m)} \sin[\omega_m((t-t_m))]$ where $x_e = 0.013$,

$a_m = 0.0065$, $\omega_m = 1.49 \sqrt{\frac{k_c}{m}} = 268.3 \text{ s}^{-1}$. Graphically, the approximation is shown in Fig. 2.24. Through the angular

frequency ω_m is the calculated oscillation frequency $f_m = \frac{\omega_m}{2\pi} = 42.7 \text{ Hz}$. The result shows that the frequency of micro-oscillations is 25.2 times higher than the frequency of macro-oscillations.

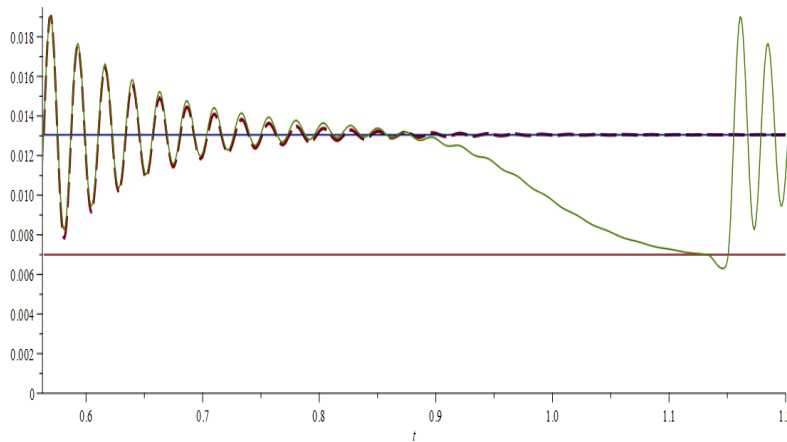


Fig. 2.24 Approximation of the cantilever micro-vibration

An important conclusion is that the damping of the micro-oscillations is constant and depends only on the parameters of the mechanical part. The hysteresis of the SMA filament has not affected or is here imperceptible, due to the small relative deformation. The amplitude modulation is observed only after a sufficiently large damping of the

micro-oscillations, but frequency modulation cannot be clearly observed from the graph Fig. 2.24. Fig. 2.25 shows the change in the temperature T [°C] of the SMA filament, and Fig. 2.26 the generated electric charge q [C]. The numerical results for the horizontal components of v_x The velocity are depicted graphically in Fig. 2.27 and Fig. 2.28, respectively. The phase $v=v(a)$ portrait for the considered state is shown in Fig. 2.29.

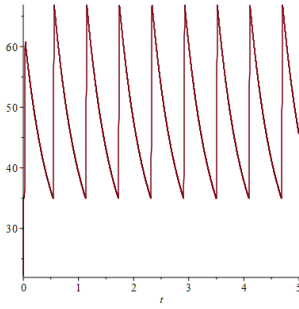


Fig. 2.25 Temperature of the SMA filament.

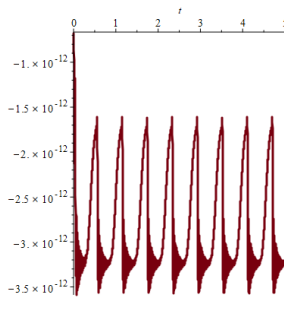


Fig. 2.26 Electric charge of TEMP.

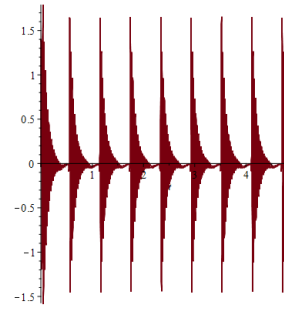


Fig. 2.27 Horizontal velocity v_x on the console.

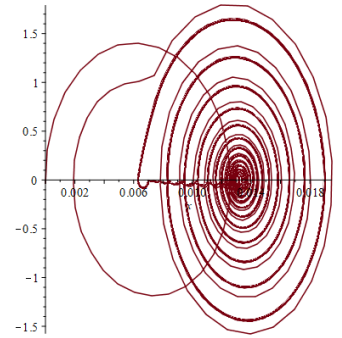


Fig. 2.29 Phase portrait $v=v(a)$.

2.3.3.4 Determination of vibration parameters

The obtained graphs confirm the expected behavior of the thermoelectromechanical oscillator. Based on the numerical results, a preliminary theoretical identification of the parameters such as: natural forced frequencies, temperature time constants, damping decrements, damping coefficient, reduced mass and specific heat can be performed.

The obtained theoretical results have another important value for analyzing and classifying the type of complex dynamic system. Since it is a question of combining a system with two natural frequencies of oscillation, the systems considered here can be classified as those with parametric resonance in the presence of large hysteresis.

2.4 Publications for Chapter 2

Publications under Chapter 2 include two international conference papers indexed in Scopus, which describe the modeling and parametric study of the thermoelectromechanical oscillator as follows:

2.5 Conclusion on the results of Chapter 2

In Chapter 2, a detailed literature analysis of publications that consider energy harvesting using smart materials was performed. Scientific reports describing energy harvesters based on permanent magnets were reviewed, which are ferromagnetic in the cold state, and when heated, they lose their magnetic properties and turn into paramagnets. Another typical type of energy harvesters uses magnetic alloys with shape memory for energy harvesting. In publications that consider SMA-based harvesters, they work only if there are temperature changes at fixed points in space, i.e. in the presence of temperature fluctuations. Based on the review, it was found that energy harvesters that use a spatial temperature gradient are not yet well developed and the principles for energy harvesting proposed here are novel.

3 Chapter Defining Variable Ranges

3.1.1 Determining the ranges of possible values of model parameters

3.1.2 List of symbols for the relevant quantities

3.2 Defining the main parameter areas. Determining the parameters of the interactions of the areas.

The definition of the parameter ranges when satisfying certain requirements of the oscillatory modes is carried out in detail below in Chapter 3.

3.3 Determining the independent parameters and the synchronization parameters of the different domains.

The need for accurate determination of the independent parameters is an important step in the refinement of the model. At this point, the goal is to determine the possible real values of the parameters based on theoretical and experimental studies. In the initial models of thermoelectromechanical oscillators, some deviations of the experimental results from the expected theoretical ones were observed, and no real reasons could be indicated. This concerned mainly some results that, in the experimental measurements, gave signs of stochastic rather than deterministic parameters. In this case, no logical basis was found for this type of behavior.

3.3.1 Determining the parameters of cantilever beams

3.3.1.1 Modal analysis of the cantilever beam

The modal analysis of the cantilever beam was performed using the finite element method in the SolidWorks Simulation program. A brass beam with the following dimensions was modeled: length 43 mm, width – 19.3 mm, thickness – 0.2 mm. Fig. 3.1 a) shows the finite element model, and Fig. 3.1 b) shows the constructed tetrahedron-type finite element network, with the number of elements being 18286 and the number of nodes being 36257.

A modal analysis of the beam was performed for two variants:

Variant 1: modal analysis of the beam without an additional attached body. The results for the first four eigenmodes are shown in Fig. 3.2, and Table 2 shows the eigenfrequencies corresponding to the eigenmodes.

Variant 2: modal analysis of the beam with an additional body attached to the end with a mass of 0.009 kg. The finite element model is shown in Fig. 3.3, with a sphere indicating the location of the attached body. The results for the first four eigenmodes are shown in Fig. 3.4, and Table 3 shows the eigenfrequencies corresponding to the eigenmodes.

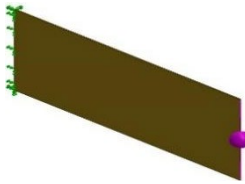


Fig. 3.3 Finite element model of a cantilever beam with a body.

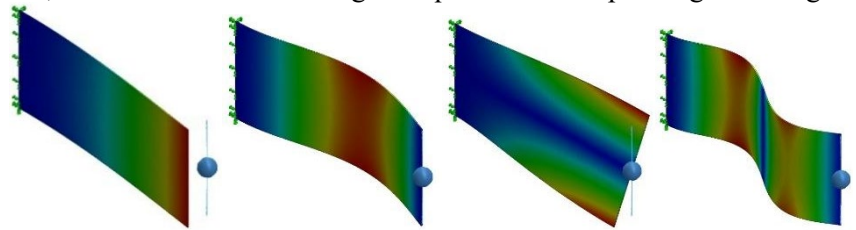


Fig. 3.4 Eigenforms of the cantilever beam with an additional attached body.

It can be seen that the addition of a body at the end of the beam greatly reduces the first natural frequency (from 61.78 Hz to 12.39 Hz), the remaining natural frequencies also decrease, but very slightly.

Verification of the obtained results was carried out by comparing the values of the first eigenfrequencies obtained through simulation with the theoretically determined ones. For the beam variant without a connected body, the first

eigenfrequencies f^I in [Hz] is determined by the following relationship [125]:
$$f^I = \frac{3.5156}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{EJ}{w}}$$
, where: L – beam length, m; E – modulus of elasticity of the beam material; J – geometric moment of inertia of the beam section, m^4 ; w – distributed mass of the beam, kg/m. With the following values of the constants $L=0.043$ m, $E=1.1 \times 10^{11}$ Pa, $J=1.287 \times 10^{-14}$ m^4 , $w=0.03279$ kg/m is obtained $f^I = 62.9$ Hz which practically coincides with the first natural frequency determined by simulation 61.8 Hz.

3.3.1.2 Study of the suspension of cantilever beams

Initial studies showed that for the correct functioning of the cantilever beams as elastic elements and sources of piezoelectric charges, the damping by the conductors of the piezoelectric layers must be minimized. For this purpose, the cantilevers were connected with thin wires to fixed terminals of the stand. The soldered shielded cable significantly increased the damping coefficient of the cantilevers and led to a change in the elastic coefficients. The modified and initial versions are shown in Fig. 3.6 b) and Fig. 3.6 a), respectively.

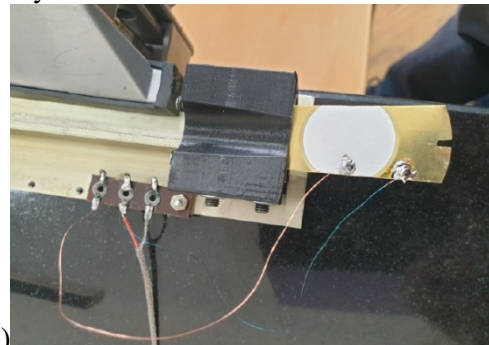
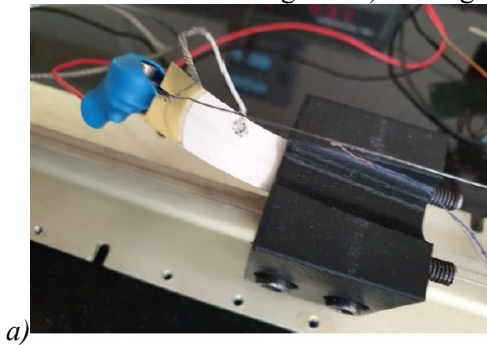


Fig. 3.6 Connecting wires of the console: a) directly via shielded cable; b) via intermediate terminals and thin leads soldered to the electrodes of the piezoelectric layer.

In the cantilever beam condition shown in Fig. 3.6 b), without a mounted SMA thread, a series of measurements were carried out of the natural frequency as the cantilever deflected and was left to oscillate freely. In the initial signals, step-like changes in amplitude were observed (Fig. 3.7). Since one of the possible reasons for this could lie in the software, it was necessary to rework the LabVIEW program and reinstall it on another laptop.

The following measurements were carried out on the left console with an added weight of 9 gr at the free end and signals with a typical shape were measured, shown in Fig. 3.8. The first few periods of the decaying oscillations were

obtained with a truncated amplitude, because the maximum value that the DAQ system can measure is 10 V. In addition to the exponential decay, it is striking that the signal does not have a harmonic shape. In order to analyze this signal in terms of frequency, an FFT analysis was performed, the results of which are shown in Fig. 3.9. From this figure it is clear that there is one dominant frequency of 16.7 Hz, and several other close low frequencies.

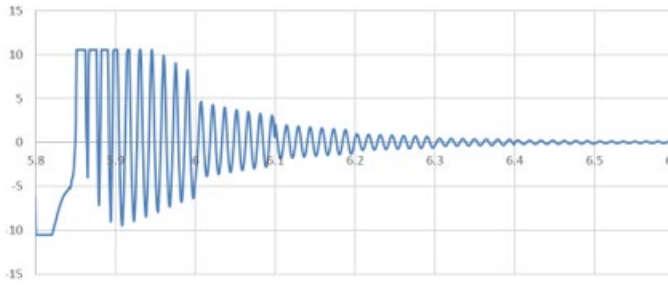


Fig. 3.7 Measured voltage from the right console without load and additional weights.

4 Chapter Study of stability and conditions for the presence of oscillating modes.

The stability of the considered thermoelectromechanical systems, as well as the conditions for the existence of oscillating regimes is the topic of this chapter. In parallel with the solution of these problems, attention was paid to the possibilities for optimization. For these purposes, two hypotheses were formulated. The first hypothesis, called physical, is that if there is a quasi-stationary or stationary thermal field with a monotonically varying spatial temperature gradient, it is possible to create an oscillating mechanical system, the energy of which can be converted into electrical energy. The second hypothesis, called mathematical, is that if there is and can be defined a quality functional of the thermoelectromechanical system, it is possible to determine its parameters in the permissible ranges and in the presence of restrictions, so as to achieve a minimum value of this functional.

4.1 System parameters in feedback and oscillation mode

Based on the research conducted above [84], it was found that an electromechanical system, in which there are interactions mainly between mechanical and thermal domains through shape memory alloys, can be described by the generalized system of equations

$$\begin{aligned} m\ddot{y}(t) + \beta\dot{y}(t) + ky(t) &= \alpha l^{-1} E(T(t))(\Delta - y(t)) - mg, \\ \alpha\gamma^{-1}\dot{T}(t) + T(t) &= u, \quad y(0) = y_0, \quad \dot{y}(0) = 0, \quad T(0) = T_0, \quad t \geq 0. \end{aligned} \quad (4.1)$$

where y is the output variable that characterizes the amount of mechanical deformation with the assumption that $0 < y_0 < D$, T is the temperature of the material that deforms at temperatures $0 \leq T_1^* \leq T_0 \leq T_2^*$, the constants m, b, k, a, l, D and α are positive and characterize the parameters of the thermal energy harvester, E is the Young's modulus of the deformable material (non-linear characteristic with hysteresis and saturation); and u is the feedback control using the variable y ($u = u(y)$).

Young's modulus E of the shape memory material used in the heat energy harvester depends on the temperature T and is described [84] by a nonlinear term with hysteresis and saturation Fig. 4.1 [126]. To describe this term mathematically, the approach proposed in the monograph [127] can be used. For this purpose, we prescribe two partially discontinuous linear characteristics for $E_{12}(T)$ and $E_{21}(T)$ with saturation through the relations

$$E_{12}(T) = \begin{cases} E_1 & \text{if } T \leq A_1; \\ \frac{T - A_1}{A_2 - A_1}(E_2 - E_1) + E_1 & \text{if } T \in (A_1, A_2]; \\ E_2 & \text{if } T > A_2, \end{cases} \quad E_{21}(T) = \begin{cases} E_1 & \text{if } T \leq M_1; \\ \frac{T - M_1}{M_2 - M_1}(E_2 - E_1) + E_1 & \text{if } T \in (M_1, M_2]; \\ E_2 & \text{if } T > M_2. \end{cases}$$

Here A_1, A_2, M_1, M_2, E_1 and E_2 are positive constants determined by the physical properties of the shape memory material and related to each other by the inequalities

$$0 < A_1 < A_2, \quad 0 < M_1 < M_2, \quad M_1 < A_1, \quad M_2 < A_2, \quad 0 < E_1 < E_2.$$

Here t_0 is the starting time, $E(T(t_0)) \in \Gamma$ is the initial state of the hysteron and $\Gamma = [E_1, E_2]$ is a set of possible hysteronic states. For arbitrary continuous inputs $T(t)$ the output $E(T(t))$ can be determined using a special boundary construction described in [4] p. 28.

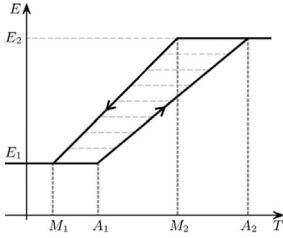


Fig. 4.1 Shape of the hysteresis characteristic.

Considering that the image $E(T)$ can also be viewed as a multi-valued image $E: \overline{\mathbb{R}}_+ \rightarrow \overline{\mathbb{R}}_+$ sets defined by relations

Each unique branch of this one-to-many mapping constructed according to (4.1), (4.3) for given t_0 and $E(T(t_0))$ will be called an admissible selector [128]. For every continuous function $T(t)$, the corresponding selector is a continuous function of the variable t , varying in the interval $[E_1, E_2]$.

Due to the design characteristics of the device under consideration, we will choose control in the form of a bistable hysteresis switch, i.e. $u = u_r(y(t)) = R(t_0, u(t_0), y_1, y_2)\{y(t)\}$,

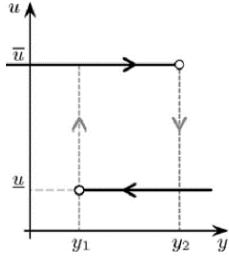


Fig. 4.2 Bistable hysteresis with feedback.

Where R is the operator controlling the operation of the switch; y_1 and y_2 are threshold values satisfying the condition $0 < y_1 < y_2 < D$; t_0 is the start time; $u(t_0) \in \Omega$ is the initial condition for the switch and $\Omega = \{u, \bar{u}\}$ is a set of possible switching states, with $u < \bar{u}$. The switching operation can be described as follows:

Stability of equilibrium positions under constant control

$u^* \leq M_1$: the bistable hysteresis switch is used as the primary feedback for the system (4.6), at each interval between two adjacent switching times of this switch, the control signal is equal to one of two constant values: $\bar{u}$ or u . Therefore, let us first examine the behavior of the closed system (4.6) under constant control. $in \equiv in^*$, assuming that the following conditions are met for the quantity u^* :

The quantity $u^* \geq A_2$. or matrix $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k + \alpha l^{-1} E(u^*)}{m} & -\frac{\beta}{m} \end{pmatrix}$ has a simple spectrum.

Thus, let $u \equiv u^*$. For this case we find the equilibrium points $x^* = (x_1^*, x_2^*, x_3^*)$ from the system (4.6) from the corresponding system of equations

$$\begin{aligned} 0 &= x_2, \\ 0 &= -\frac{k + \alpha l^{-1} E(x_3^*)}{m} x_1 - \frac{\beta}{m} x_2 - g + \frac{\Delta \alpha}{m l} E(x_3^*), \\ 0 &= -\gamma \alpha^{-1} (x_3^* - u^*). \end{aligned}$$

Because $x_1^*(k + \alpha l^{-1} E(x_3^*)) = -mg + \alpha \Delta l^{-1} E(x_3^*)$, $x_2^* = 0$, $x_3^* = u^*$; based on this it was obtained

$$x_1^* = \frac{-mg + \alpha \Delta l^{-1} E(u^*)}{k + \alpha l^{-1} E(u^*)}, \quad x_2^* = 0, \quad x_3^* = u^*, \quad x_1^* = \Delta - \frac{mg + k\Delta}{k + \alpha l^{-1} E(u^*)}, \quad x_2^* = 0, \quad x_3^* = u^*$$

I. Let the value u^* satisfies the conditions (4.11). Then the equilibrium position (4.13) of the system (4.12) is globally asymptotically stable.

$z_i = x_i - x_i^*$ ($i = 1, 2, 3$), of variables $z_i = x_i - x_i^*$ ($i = 1, 2$, can system (4.12) be switched to the variational system

$$\begin{aligned} \dot{z}_1(t) &= z_2(t), \\ \dot{z}_2(t) &= -\frac{k + \alpha l^{-1} E(u^* + z_3(t))}{m} z_1(t) - \frac{\beta}{m} z_2(t) - \frac{k\Delta}{m} - g + \frac{k + \alpha l^{-1} E(u^* + z_3(t))}{m} \frac{mg + k\Delta}{k + \alpha l^{-1} E(u^*)}, \\ \dot{z}_3(t) &= -\gamma \alpha^{-1} z_3(t). \end{aligned} \tag{4.14}$$

Since for every solution of (4.15) there exists an inequality

$$\|z(t)\| \leq \|\bar{z}(t)\| + |z_3(t)|,$$

$$\mu = \frac{mg + k\Delta}{k + \alpha l^{-1} E(u^*)} \frac{\alpha}{lm} L|z_3(0)|.$$

It is evident that estimates (4.17) and (4.25) imply that system (4.15) and hence system (4.14) are globally asymptotically stable. Thus, the equilibrium point (4.13) of system (4.12) is globally asymptotically stable. **Thus the theorem is proven.**

4.1.1 Selecting controller parameters

Suppose that the following condition is satisfied with respect to the parameters of the system (4.1).

Condition 1. Taking into account the results in Section 2.1.2, the following parameters are chosen in $\Delta - \frac{mg + k\Delta}{k + \alpha l^{-1}E_1} > 0$. system (4.7):

$\underline{u} < M_1, \quad \bar{u} > A_2, \quad y_1 > \Delta - \frac{mg + k\Delta}{k + \alpha l^{-1}E_1}, \quad y_2 < \Delta - \frac{mg + k\Delta}{k + \alpha l^{-1}E_2}$. The following designations have been introduced:

$$\underline{x}_1 = \Delta - \frac{mg + k\Delta}{k + \alpha l^{-1}E(\underline{u})}, \quad \bar{x}_1 = \Delta - \frac{mg + k\Delta}{k + \alpha l^{-1}E(\bar{u})}. \quad (4.27)$$

Theorem 2. Let condition 2.1 be fulfilled and let the controller parameters (4.4), (4.5) satisfy inequalities (4.26).

Then the state variable $x_1(t)$ for every decision $x(t)$ of system (4.7) reaches the values y_1 And y_2 infinitely many times in the interval of existence of this solution.

In the next section, we derive the conditions guaranteeing that for a given choice of the controller parameters, the solutions of system (4.7) exist along the entire positive half-line and these solutions are oscillating.

4.1.2 Presence of oscillation modes

Let $x(t)$ is an arbitrary solution of system (4.7). We consider the function

$$H(t) = H(x(t)) = mx_2^2(t) + k(x_1(t) + mgk^{-1})^2 + F(t)(x_1(t) - \Delta)^2, \quad (4.28)$$

where $F(t) = \alpha l^{-1}E(x_3(t))$ is an absolutely continuous function for a suitable one-to-many image selector $E(t)$. Let $f(t)$ is [6] p. 26 the generalized (weak) derivative of the function $F(t)$ almost everywhere continuous on the set $[0, \infty)$ and such that $\int_s^t f(\tau) d\tau = F(t) - F(s)$

for all $t \geq s \geq 0$. Then the function $h(t) = 2mx_2\dot{x}_2 + 2(kx_1 + mg)x_2 + 2F(t)(x_1 - \Delta)x_2 + f(t)(x_1 - \Delta)^2$ is a weak derivative of the function $H(t)$ In other words

Lemma 1. Let the assumptions of Theorem 2 be satisfied for system (4.7). Furthermore, it is assumed that for any solution $x(t)$ of this system the following conditions are met during $t=s_1, t=p$ and $t=s_2$:

Lemma 2. Let the assumptions of Theorem 2 and the inequality be satisfied for system (4.7). In addition, let us assume that for some solution $x(t)$ of system (4.7) we have the inequality $H(s) \geq H^*$, where $t = s$ is the time to switch control with $x_1(s) = y_1$. Here

$$H^* = \max \left\{ \left(\frac{2\beta C_3 C_4 / \bar{t}_1^*}{1 - E_2/E_1 + \beta C_3^2 / \bar{t}_1^*} \right)^2, \frac{C_4^2}{C_3^2} \right\}, \quad C_3 = \sqrt{\frac{E_1}{E_2(k + \alpha l^{-1}E_2)}},$$

Then the inequality $H(p) \leq H(s)$ holds for this solution, where $t = p$ is the next control switching time with $x_1(p) = y_2$. The proof is done.

Lemma 3. Let the system (4.7) satisfy the assumptions of Theorem 2 and the inequality (4.35). Let $x(t)$ be some solution of the system (4.7) such that $H(0) \leq H^*$ Then the estimate $H(s) \leq H^*$, where $H^{**} = \text{AND}_2 H^* / \text{AND}_1$, is valid for this solution at all control switching times $t = s_i (i = 1, 2, \dots)$ such that $x_1(s_i) = y_1$.

The proof of Lemma 3 will be done by induction on the index i .

Theorem 4. Let the assumptions of Theorem 2 and inequality (2.35) be satisfied for system (2.7). Let $x(t)$ be an arbitrary solution of system (2.7) with initial conditions (2.8). Then the function $H(t)$ is bounded by this solution and has the following estimate: for all $t > 0$, where

Lemma 4. Let $in^* \in \{\bar{u}, \underline{u}\}$. Then for every valid selector $\bar{\varphi}(t)$ the following assessment applies for all $t > s \geq 0$ for the solution of system (4.24):

$$H(t) \leq H_{\max} \quad H_{\max} = (E_2/E_1)^2 \bar{H}^*. \quad H(s_1) \leq \frac{E_2}{E_1} H(0) \leq \frac{E_2}{E_1} H^* = H^{**}.$$

$$\tilde{\rho}_* = \min\{\rho_*, \gamma/\alpha\}, \quad \theta = \max_{\substack{i \in \{1,2\} \\ u^* \in \{\underline{u}, \bar{u}\}}} \{|T_i^* - u^*|\}, \quad \tilde{\mu} = \frac{mg + k\Delta}{k + \alpha l^{-1}E_1} \frac{\alpha}{lm} \quad \|\bar{z}(t)\| \leq \left(\tilde{\eta}_* \|\bar{z}(s)\| + \frac{2\tilde{\mu}\tilde{\eta}_*\theta}{|\rho_* - (\gamma/\alpha)|} \right) e^{-\tilde{\rho}_*(t-s)},$$

and the constant $\tilde{\eta}_*$ is defined. Here the constants are defined $\tilde{\rho}_*$, ρ_* And $\tilde{\eta}_*$ depending on the value of u^* .

The theorem is proven.

Theorem 5. Let the assumptions of Theorem 2 be satisfied and inequality (4.35) holds for the closed-loop system (4.7). Then for any initial condition (4.8) the corresponding solution of system (4.7) is an oscillatory regime with parameters t_1^*, t_2^*, y_1 And y_2 .

4.1.3 Constraints on initial conditions

Let us clarify what additional constraints must be imposed on the initial conditions of the system (4.7) so as to ensure that the variable $x_l(t)$ in the corresponding solutions belongs to the interval (κ, Δ) for all $t \geq 0$ for some $\kappa \leq 0$. First, we will show that there exists $\kappa \leq 0$ such that for any initial condition $x_l(0) \in (0, \Delta)$ inequality $x_l(t) > \kappa$ holds for all $t \geq 0$. Indeed, it was shown in Section 4 that any solution $x(t)$ of system (4.7) satisfies the estimate $H(x(t)) \leq H_{\max}$. However, given the form (4.28) of the function $H(x(t))$, we conclude that there exists $c > 0$ such that $|x_l(t)| < c$ for every $t \geq 0$. Now, it is sufficient to set $\kappa = -c$.

Theorem 6. Let the assumptions of Theorem 2 be satisfied and inequality (4.35) holds for the closed system (4.7). Furthermore, let the inequality $(m^2 g^2 k^{-1} + \alpha l^{-1} E_2 \Delta^2) \nu_0 < k (\Delta + m g k^{-1})^2$, is in force where $\nu_0 = \max\{H_{\max}/H_0, 2\}$, $H_0 = 4 m g \Delta E_1 / (k + E_1)$,

And ς_+ is a positive root of the quadratic trinomial

$$p(\varsigma) \equiv k \nu_0 (\varsigma + m g k^{-1})^2 + \alpha l^{-1} \nu_0 E_2 (\varsigma - \Delta)^2 - k (\Delta + m g k^{-1})^2.$$

Then the solutions $x(t)$ of system (4.7) satisfy the estimate $x_l(t) < \Delta$ for all $t \geq 0$ under condition $x_l(0) \in (0, \varsigma_+)$.

The proof of the theorem is given in the dissertation.

Theorem 7. Let the assumptions of Theorem 2 be satisfied and let inequalities (4.35) and (4.45) hold for the closed-loop system (4.7). Then for any initial condition

$$x_1(0) = y_0, \quad x_2(0) = 0, \quad x_3(0) = T_0 \quad (0 < y_0 < \varsigma_+, \quad 0 \leq T_1^* \leq T_0 \leq T_2^*)$$

the corresponding solution of system (4.7) is an oscillatory mode with parameters t_1^*, t_2^*, y_1 and y_2 ,

4.1.4 Searching for periodic modes through numerical modeling

Here the object of study is presented in a more specific physical environment compared to the previous section. For this purpose, an idealized object (energy harvester) with properties close to real ones and specific physical quantities is studied.

In harvesters, the so-called shape memory alloys are often used - see [8], [24]. The mathematical model of such a harvester, proposed in [14], is considered. The task is to find the parameters of this model, at which the installation generates useful energy.

4.1.5 Description of the energy-generating installation and statement of the task.

A thermoelectromechanical installation for converting thermal energy into electrical energy is considered. The installation consists of a filament, a piezoelectric element, a piezoelectric console and a heating plate. (Fig. 4.3).

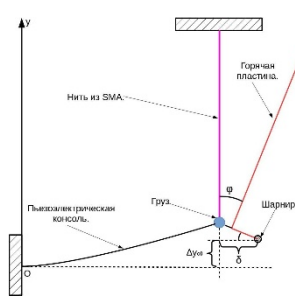
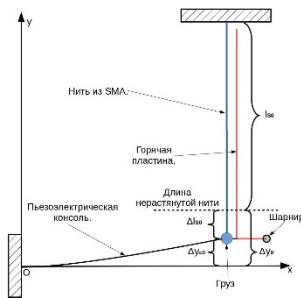


Fig. 4.3 Energy harvester: a) the filament is cooled; b) the filament is hot.

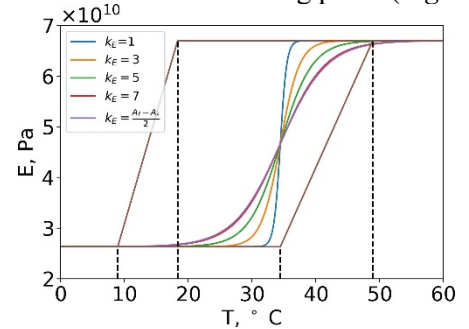


Fig. 4.4 Young's modulus for SMA.

A similar design was proposed in [49]. To generate usable energy, the system must operate in a periodic mode: first, the cold filament (see Figure 1a) is heated and contracts (due to the properties of the shape memory material), as a result of which the hot plate is deflected (see Figure 1b). The model equations are as follows:

$$\begin{cases} \dot{T} = -\frac{h_c \cdot A_c}{\rho \cdot A \cdot c_p} (T - T_\infty - T_{hp}(\varphi)) \\ \dot{y}_1 = y_2 \\ \dot{y}_2 = -\frac{1}{m} (k_c y_1 + \beta(y_1) y_2 - F_{SMA}(T, y_1) + m g). \end{cases} \quad (4.51)$$

Here T is the temperature of the filament, y_1 is the position of the load (y in Fig. 1a), y_2 is the velocity of the load. In fact, the first equation is the heat conduction equation, which describes the change in temperature of the filament, and the second is the oscillator equation, which describes the change in position of the load.

Note 1. We will only look for solutions that correspond to the continuous right-hand side, so we set $\beta = \text{const}$ and will reject solutions that do not satisfy inequality (4.56).

Note 2. When implementing inequalities

$$y_{c0} < y_1(t); \phi(y_1(t)) < \phi_m \quad \forall t \quad (4.57)$$

the right-hand side of equations (1) is smooth (see (4.53)). We will consider only such solutions.

Note 3. The M parameters, M_i are not used in the model, as the hysteresis loop is replaced by a nonlinear characteristic (see above).

The goal is to determine the values of the parameters at which self-oscillations occur in the system (4.51).

Here the value of the parameter Δy_0 is chosen in accordance with the maximum recoverable elongation, which for nitinol is $\varepsilon = 0.067$, see [18] (since the elongations of the filaments are assumed to be small, we consider less than half of the maximum allowable elongation range).

The following restrictions are imposed on the varied parameters: $0.01 \leq d \leq 0.3$, $10 \leq k_c \leq 300$, $0.005 \leq b \leq 10$

$$10^{-4} \leq r \leq 10^{-3}, 0.01 \leq m \leq 1, 0.1 \leq l_{s0} \leq 1$$

The initial conditions for the system are as follows: $T(0) = T_\infty$, $y_1(0) = \Delta y_{c0}$, $y_2(0) = 0$.

This brings us to the formal formulation of the problem:

Task. Given a system of equations (4.51), (4.52), (4.53), (4.54), (4.55), the values of the parameters are known. It is necessary to find the values of the parameters δ , k_c , β , r , m , l_{s0} , satisfying the constraints (4.58), for which there are self-oscillations in the system (i.e. orbitally asymptotically stable periodic solutions), and under the initial conditions (4.59) the solution satisfies inequalities (4.56), (4.57).

4.1.6 Evolutionary search

Let us find the values of the parameters that provide self-oscillations. For this, we use numerical simulation and the particle swarm method [28]. As a method for numerical modeling, we will use the explicit Runge-Kutta method of the fourth order with a constant step. The numerical integration will be performed on the interval $[0, 100]$ s with a step of 10^{-3} s. The particles will be a set of parameter values d , k_c , b , r , m , l_{s0} . Hereafter, the particles will be denoted by P , that is, $P = (\delta, k_c, b, r, m, l_{s0})$.

Let N_{max} is the number of points of the local maximum $d^P(t_k)$ in the integration interval $[0, 100]$, N_{min} - the number of points of the local minimum; $M_1, \dots, M_{N_{max}}$ - maximums, $m_1, \dots, m_{N_{min}}$ are minima. Let's look at the functional:

$$J(y^P(\cdot)) = - \left(\frac{\sum_{i=1}^{N_{max}} M_i}{N_{max}} - \frac{\sum_{i=1}^{N_{min}} m_i}{N_{min}} \right) \cdot N_{max}.$$

In fact, the functional J is analogous to the product of the average amplitude of vibrations and the frequency. The functional J represents the fitness function. In this case, it is necessary to take into account the requirement for smoothness of the right side (see Note 2), as well as the maximum allowable stretching of the thread. According to Note 1, the right side will be continuous if $d_1(t) < \Delta y_0$. To keep the thread constantly taut, we introduce an additional threshold value and look only for those solutions for which Δy_0 and $d_1(t) > \varepsilon_1 l_{s0}$, where $\varepsilon_1 > 0$. In this case, the maximum stretch of the thread is limited, i.e. the position of the load must satisfy the inequality Δy_0 and $d_1(t) \leq \varepsilon_2 l_{s0}$.

Using the particle swarm method with the specified fitness function, it was possible to find the values of the parameters that ensure the periodic motion of the system. These parameters are as follows: $d = 0.0186$, $k_c = 300$, $b = 0.065$, $r = 10^{-4}$, $m = 0.1$, $l_{s0} = 1$. The results of modeling the system with these parameters are shown in Fig. 4.5, Fig. 4.6, Fig. 4.7, Fig. 4.8.

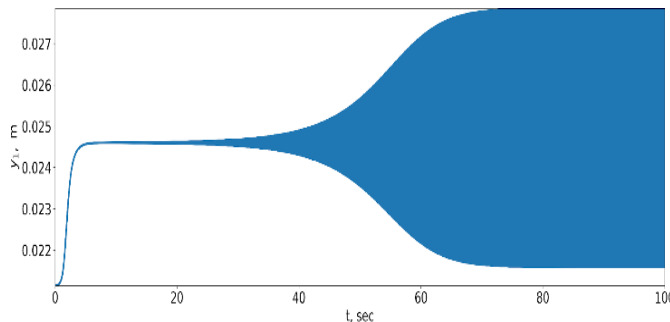


Fig. 4.5 Load oscillations for the entire integration interval.

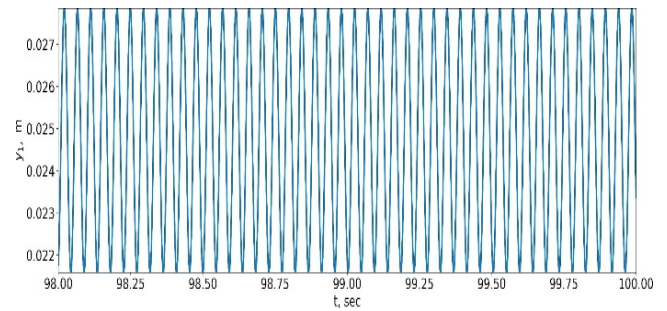


Fig. 4.6 Load oscillations in steady state.

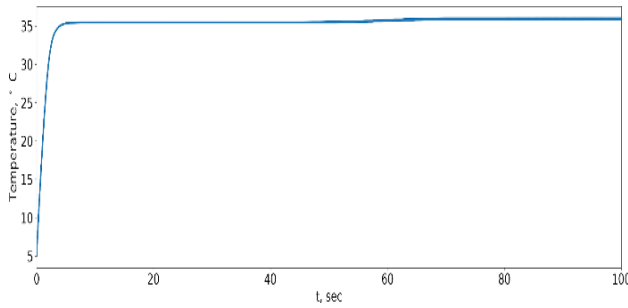


Fig. 4.7 Temperature fluctuations in the integration interval.

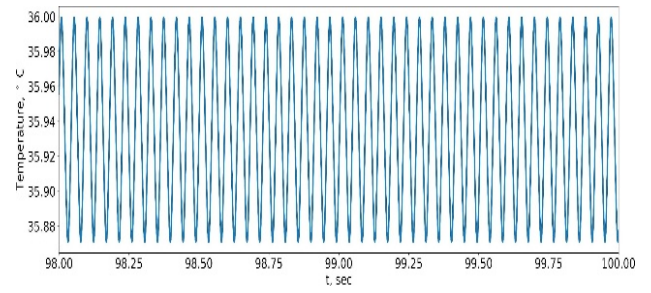


Fig. 4.8 Temperature fluctuations in established regime.

The solution satisfies the inequality from Remark 2, so the smoothness of the right-hand side is not violated.

4.1.7 Minimizing vibration frequency.

Above we determined the values of the parameters at which self-oscillations occur in the system. However, these vibrations have a frequency of about 21 Hz and an amplitude of the angle about 17° . In this case, the length of the thread is 1 m and this length coincides with the length of the hot plate. In practice, it is difficult to use such a mode of operation of the installation. For practical application of the installation, it is desirable to provide a frequency of 1-2 Hz. On the other hand, the high frequency of oscillations at the specified parameters is expected, since the value of the fitness function decreases with increasing frequency. We can consider another fitness function that has a minimum at the required frequency of vibrations:

$$J(y^P(\cdot)) = - \left(\frac{\sum_{i=1}^{N_{max}} M_i}{N_{max}} - \frac{\sum_{i=1}^{N_{min}} m_i}{N_{min}} \right) \cdot e^{-[f_d(t_{end}-t_{start})-N_{max}]^2}, \quad (5.61)$$

Where f_d is the desired oscillation frequency in Hz, t_{start} and t_{end} are the beginning and end of the time interval during which the numerical integration is performed. The functional (4.61) takes a minimum value at a frequency coinciding with f_d (if the values of M_i , m_i are fixed). It should be noted that the equations for the load position (4.51) are actually the equations of a harmonic oscillator with the difference that the coefficient of $\ddot{y}$ on the right side for γ (which corresponds to the natural frequency of the system) is not constant and depends on the temperature T .

Statement 1. For the function (4.63) under constraints (4.64) and $0 \leq \gamma \leq \varepsilon_2$, $\varepsilon_2 > 0$ is inequality fair

$$\Phi(m, k, r, l) \geq \frac{g}{\varepsilon_2 l}.$$

Proof of statement 1 has been made.

Proposition 2. Let in problem (4.63), (4.64) the coefficients $\gamma < 0$, $\varepsilon_2 > 0$. Then for every m, k, r, l satisfying constraints (4.64) the inequality holds:

$$\Phi(m, k, r, l) \geq \frac{g}{l(\varepsilon_2 - \gamma)} + \frac{\pi r^2}{l \bar{m}} \left(E_a - E_m \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_2 - \gamma} \right) = \Phi^*. \quad (4.65)$$

This means that negative values of γ to minimize the vibration frequency. Since by definition of γ , $\Delta y_0 = \gamma l_{s0}$, physically this corresponds to the attachment of an unstretched thread to the cantilever. In this case, the load is carried by the cantilever, not the thread (see Fig. 4.9).

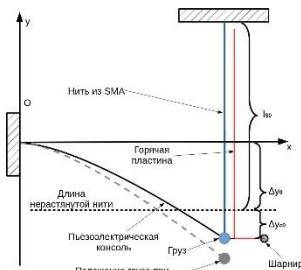


Fig. 4.9 Energy harvester at $\Delta y_0 < 0$.

This is how the values of the model parameters are determined, which provide self-oscillations with the required frequency.

4.1.8 Optimization implementation details

To find an approximate solution to the system of differential equations, the classical fourth-order Runge-Kutta method with a constant step was used.

In conclusion, it can be said that the model of a thermoelectric harvester has been considered. For this model, the values of the parameters at which self-oscillations occur have been established. In this case, the values of the filament parameters correspond to the real nitinol alloy.

4.1.9 Introduction and statement of the specified type of task

In the article [29] a nonlinear control system is considered:

$$\begin{aligned} m\ddot{y}(t) + \beta\dot{y}(t) + ky(t) &= \alpha l^{-1}E(T(t))(\Delta - y(t)) - mg, \\ \alpha\gamma^{-1}\dot{T}(t) + T(t) &= u \end{aligned} \quad (4.71)$$

System (4.71) is a simplified model of a thermal energy harvester [8], where the following notations are used: y is an output variable characterizing the deformation of a shape memory material [30] with $0 < y < \Delta$; T is the temperature of the material with $T_0 > 0$; positive numbers m, b, k, a, l, D and α are physical parameters of the thermal energy harvester; g is the gravitational acceleration; u is the output feedback control ($u = u(y)$); and E is Young's modulus, which is described by a nonlinear characteristic with hysteresis and saturation (Fig. 4.15).

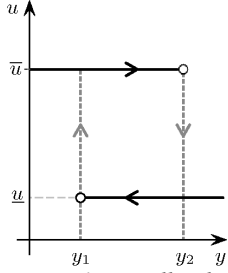


Fig. 4.14 Feedback control.

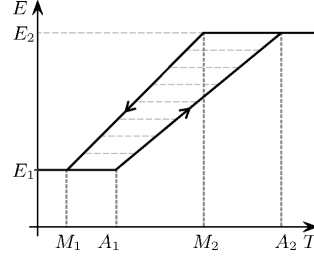


Fig. 4.15 Characteristic on $E(T)$ with hysteresis.

Task. It is necessary to find constraints on the numerical parameters m, k, a, l, b, D and α of system (4), as well as for the parameters y_1, y_2, u and $\bar{u}$ of the controller (4.73), for which there exists a periodic solution (periodic mode) in the closed system (4.75).

Periodic mode in a system with programmed control

We divide the solution of the problem of the existence of a periodic solution in system (4.75) into several steps. First, we investigate the existence of a periodic solution to system (4.74) with the programmed control:

$$u_p(t) = \begin{cases} \bar{u} & \text{if } t \in [q\Theta, q\Theta + \Theta_1) \\ \underline{u} & \text{if } t \in [q\Theta + \Theta_1, q\Theta + \Theta_1 + \Theta_2) \end{cases}, \quad q = 0, 1, 2, \dots; \quad \Theta_1 + \Theta_2 = \Theta. \quad (4.78)$$

Here u, I_1 and I are positive parameters of the programmed control. Let us consider the problem of finding values of control parameters that guarantee the existence of a periodic solution of the closed-loop system (4.74), (4.79). First, this control $u(t)$ is part-continuous constant I -periodic function. Let us show that the equation:

$$\dot{x}_3(t) = -\frac{\gamma}{\alpha}(x_3(t) - u_p(t)) \quad (4.80)$$

Fig. 4.16 And Fig. 4.17 schematically depict the functions $x^I(t)$ and $f(t)$ for $t \in [0, \Theta]$.

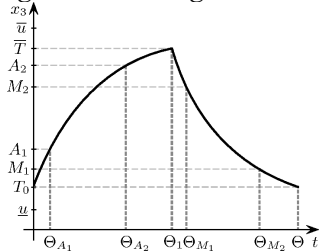


Fig. 4.16 Graph of the function $x(t)$.

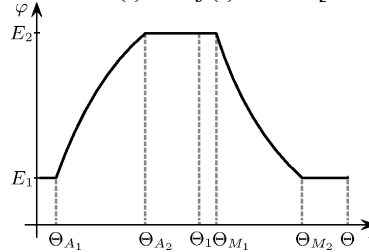


Fig. 4.17 Graph of the function $\varphi(t)$.

Theorem 8. Let the parameters $\sin, \underline{u}, \underline{I}, \underline{L}$, and I of the programmed control (4.69) for the system (4.64) satisfy the following conditions:

We have the inequalities

$$\begin{aligned} M_1 < \underline{T} &= \frac{\underline{u}(1 - e^{-\gamma(\Theta - \Theta_1)/\alpha}) + \bar{u}(1 - e^{-\gamma\Theta_1/\alpha})e^{-\gamma(\Theta - \Theta_1)/\alpha}}{1 - e^{-\gamma\Theta/\alpha}}, \\ A_2 > \bar{T} &= \frac{\bar{u}(1 - e^{-\gamma\Theta_1/\alpha}) + \underline{u}(1 - e^{-\gamma(\Theta - \Theta_1)/\alpha})e^{-\gamma\Theta_1/\alpha}}{1 - e^{-\gamma\Theta/\alpha}}. \end{aligned}$$

Condition (4.93) is fulfilled.

Then there exists only a periodic solution $x^l(t) = (x^l(t), x^l(t), x^l(t))^T$ of the system (4.74) with programmed control (4.79). In addition, $x^l(0) = \underline{T}$.

4.1.10 Periodic mode in a feedback system

Theorem 8 and the periodic solution $x^l(t)$, obtained from this control. Therefore, the following statement is based on Theorem 8 and sufficient conditions obtained in [29] for the existence of oscillating modes.

Theorem 9. Let us assume that: The parameters of system (4.74) satisfy the inequality:

$$\Delta - \frac{mg + k\Delta}{k + \alpha E_1 / l} > 0, \quad \text{the spectrum of each of the matrices } \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{kl + \alpha E_1}{m} & -\frac{1}{m} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{kl + \alpha E_2}{m} & -\frac{1}{m} \end{pmatrix}$$

lies on the negative semi-axis.

Theorem 10. Let the assumptions of Theorem 9 and the inequalities (4.95), (4.96) be fulfilled. Then there exists a periodic regime with initial conditions (4.94) in the closed system (4.75).

Simulation results

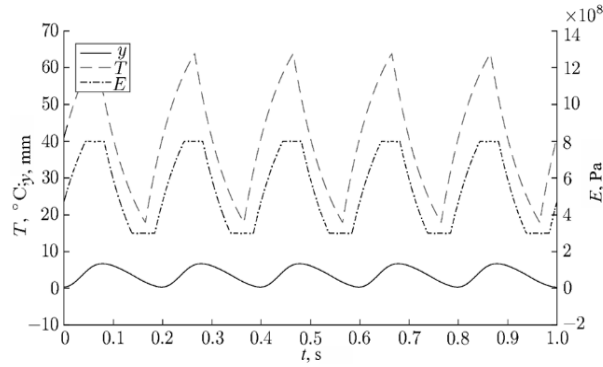


Fig. 4.18 Function graphs $y(t)$, $T(t)$ and $E(t)$, corresponding to a periodic mode of the system (4.71).

A mathematical model of a thermal energy harvester was obtained in the form of a controlled nonlinear dynamic system (4.71), whose coefficients are positive numerical parameters.

5 Chapter Modeling of Thermoelectromechanical Systems

5.1 Conducting mathematical modeling of the related thermal mechanical and electrical processes.

5.1.1 Building a model of an energy harvester with two inclined cantilever beams

5.1.1.1 Geometric and kinematic dependencies

An energy harvester with a symmetrical structure was considered, consisting of two inclined cantilever beams connected at their free end by a strand of SMA as shown in Fig. 5.1.

To determine the forces and deformations, it is assumed that before the SMA strand is installed, the undeformed consoles are in the positions OA_0 and B_0C (Fig. 1). Provisions A_l and B_l correspond to the initially mounted thread in a cold, martensitic state.

For cantilever beams, the following simplifying assumptions are made: 1. The deformations of the cantilevers are small. 2. The free end of the cantilever during deformation moves perpendicular to its upright unloaded position; 3. The loading in the cantilever is pure bending and the deformations are the result of the force action only. F_{s1}^t It is assumed that the initial, undeformed length of the thread is S_0 , In order for the tension thread to be deformed during installation, it must $S_0 < A_0 B_0$.

cantilever and half of the mass of the filament are concentrated at the free end point A , in one conditional equivalent mass m . The electrical circuit is composed of a piezoelectric element and a load resistor R_L .

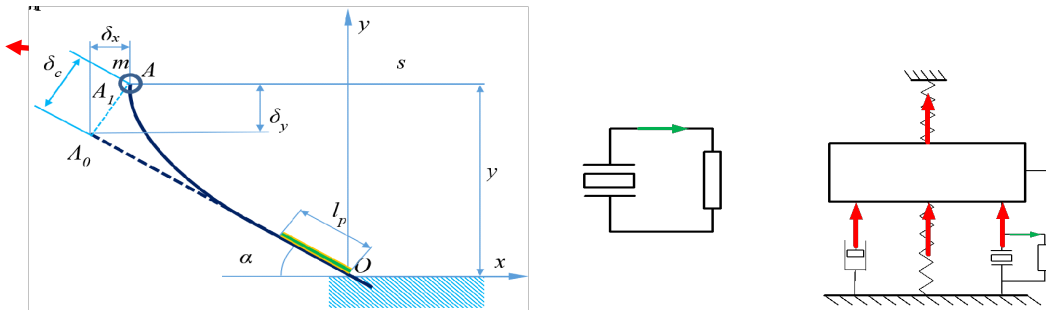


Fig. 5.3 Dynamic model of the piezoelectric cantilever: a) mechanical part; b) electrical circuit; c) electromechanical model; c) electromechanical model.

On the cantilever beam on the side of the tensioned end, three thin layers of a lower electrode, a piezoelectric film and an upper electrode are sequentially applied. Here, it is assumed that the two electrodes are connected by a load resistor. In addition, it is assumed that the polarization of the piezoelectric layer is in the direction of the longitudinal axis of the cantilever. Since the relative elongation of the piezoelectric layer is along the same axis, the operation mode of the piezoelectric transducer is d_{33} .

The combined forces are $F_d = -\beta \dot{x}$ and the power of SMA $F_s = F_s(T, x)$, which depends on the displacement and temperature and will be determined in the next section. Here $\dot{x} = v$ is the velocity of the generalized mass. The generalized electric force is taken to be the voltage drop across the resistor $u_L = -R_L \dot{q}$, where $\dot{q} = i$ is the current in the electrical circuit. The interaction of the mechanical and electrical variables is expressed by the Lagrangian, which in this case has the form $W_L = W_K - W_{\Pi} - W_{PT}$, where $W_K = \frac{\dot{m}x^2}{2}$ is the kinetic energy of the cantilever, $W_{\Pi} = \frac{kx^2}{2}$

(5.36) is the potential energy, k the reduced elastic constant of the cantilever. The third term W_{PT} in (5.34) is the total energy of the piezoelectric transducer, which according to [129] can be represented in the form $W_{PT} = \frac{q^2}{2C(1-k_p^2)} - \frac{d_{33}K_a}{C(1-k_p^2)}q\Delta + \frac{K_a}{1-k_p^2}\frac{\Delta^2}{2}$, where K_a is the elastic constant of the piezoelectric transducer with short-circuited electrodes, k_p^2 is the electromechanical conversion coefficient of the piezoelectric material, d_{33} is the piezoelectric coefficient, C is the equivalent capacity, Δ is the deformation of the piezoelectric layer, which is proportional to the horizontal projection of the free-wheel displacement and can be expressed as $\Delta = p_x x$ where p_x is the ratio of the longitudinal deformation Δ of the piezoelectric layer versus the displacement of the free end projected along x .

After the Lagrangian is differentiated according to the Lagrange equations of the second kind, the system of differential equations is obtained

$$\begin{cases} \ddot{m}x + kx - \frac{C'}{2C^2(1-k_p^2)}q^2 + \frac{d_{33}K_a p_x C'}{C^2(1-k_p^2)}qx - \frac{d_{33}K_a p_x}{C(1-k_p^2)}q + \frac{K_a p_x}{(1-k_p^2)}x = -\beta \dot{x} + F_s \\ \frac{1}{C(1-k_p^2)}q + \frac{d_{33}K_a p_x}{C(1-k_p^2)}x = -R_L \dot{q} \end{cases} \quad (5.42)$$

Where $C' = \frac{dC}{dx} = \frac{\varepsilon w_p p_x}{g_p}$.

5.1.1.2 Modeling the force in the SMA filament

To determine the strength of the SMA filament, it is necessary to model the SMA, which changes its crystallographic structure at different temperatures and loads. At a value of the parameter $\xi_M = 1$ the alloy is in a fully

martensitic state, and at a value of 0 – in a fully austenitic state. If the alloy is in a martensitic state and starts to heat up, at temperature A_s the beginning of austenitic transformation is observed. Between points A_s and A_f the material is in both martensitic and austenitic phases. After point A_f the alloy has completely transformed into the austenitic state. Conversely, if the alloy is completely in the austenitic state and begins to cool, at point M_s the martensitic transformation occurs and it will continue until point M_f , where the entire volume of the alloy has transformed into martensite. The graph shows that before the temperature A_s has a completely martensitic phase, and after the temperature M_s there is only austenite phase. Mixed fractions are present in different temperature ranges A_sA_f , when heated and M_sM_f , during cooling. Between temperatures M_s and A_s the alloy can be entirely in either the martensite or austenite state depending on whether it is heated or cooled. Fig. 5.5 illustrates the hysteresis behavior of the SSF, which is complex to model. When the crystallographic transformation is in an intermediate state at some point on the M curves M_sM_f or A_sA_f and a change in the temperature gradient occurs, minor hysteresis loops are observed, shown in Fig. 5.6. The change in the sign of the temperature gradient causes an immediate reversal of the martensite fraction R_m . If a SMA material is in the martensitic phase and the temperature is increased so as to completely transform the SMA to austenite and then the material is cooled so as to completely transform back to martensite, the hysteresis loop is called a major loop. If the temperature of the SMA material is partially cyclic between the transformation temperatures, internal branching behavior is observed. If the SMA material is in a temperature branch with increasing temperature so that the SMA is initially in martensite, it begins to transform to austenite, but before the material is completely austenite, the temperature gradient reverses on cooling. In such a case, the graph of the martensite fraction of the SMA will follow **secondary branch** at the closing, which results in **minor hysteresis**. A similar branch of the second cycle will occur when the temperature profile switches from cooling to heating before the material is completely martensite given that it was initially austenite. The major and minor hysteresis loops are closed. The major and minor behavior is shown in Fig. 5.6.

With increasing mechanical load, the hysteresis temperatures increase as shown in Fig. 5.7 and Fig. 5.8.

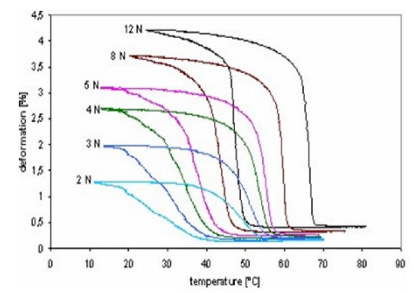
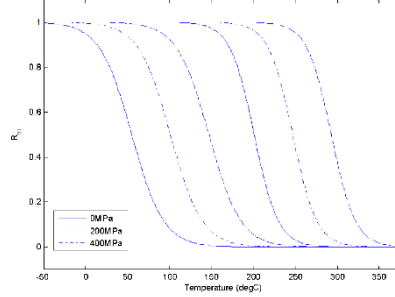
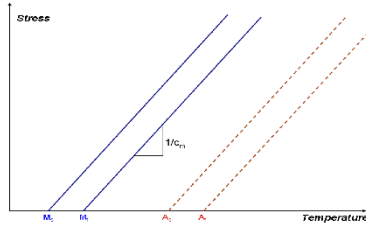


Fig. 5.7 Dependence of hysteresis temperatures on mechanical stress in SMA [30].

Fig. 5.8 Displacement of hysteresis loops at different mechanical stresses in SMA [30].

Fig. 5.9 Hysteresis loops ε - T obtained experimentally [30].

The constant C_m [$^{\circ}\text{C}/\text{Pa}$] expresses the slope of the transformation temperature lines.

Thermal model of SMA with Joule heating by electric current

The change in temperature that is heated by a current flowing through it is

$$c_p V_w \rho \frac{dT}{dt} = i(t)^2 R_w - h_c A_w (T(t) - T_{\infty}) \quad (5.52)$$

where c_p is the specific heat of the SMA, V_w is the volume of the SMA wire, ρ is the density of the SMA material, A_w is the area of the surrounding surface of the wire, h_c is the heat convective transfer coefficient, T_{∞} is the ambient temperature, R_w is the electrical resistance of the wire.

By laying the $\theta(T) = T(t) - T_{\infty}$, $P(t) = i(t)^2 R_w$ (5.54)

and applying the Laplace transform we obtain

$$c_p V_w \rho [s\theta(s) - \theta(0)] = P(s) - h_c A_w \theta(s) \quad (5.55)$$

Taking into account that

$$T(0) = T_{\infty} \Rightarrow \theta(0) = T(0) - T_{\infty} = 0 \quad (5.56)$$

the transfer function is derived

$$\frac{\theta(s)}{P(s)} = \frac{\frac{1}{c_p V_w \rho}}{s + \frac{h_c A_w}{c_p V_w \rho}} \quad (5.57)$$

A similar equation can be used when heating the filament by a heater via conduction, convection, and radiation, if the source power function (5.54) is correctly described mathematically.

Phase-kinetic model

like if the filament only cools or only heats the functions $R_{ma}^C(t)$, $R_{mb}^C(t)$, $R_{ma}^H(t)$ And $R_{mb}^H(t)$ remain constants (???). Only when there is a change from cooling to heating or vice versa do these functions change. The time when such a transition occurs is called the switching time. The constant k_m^C determines the slope of $R_m^C(\theta, t)$ at an "average" transformation temperature $\theta = \beta^C$. Similarly, the constant k_m^H determines the slope of $R_m^H(\theta, t)$ at "average" transformation temperature $\theta = \beta^H$.

Initial conditions

$$R_{ma}^C(0) = R_{ma_0}(t) \left[1 + e^{k_m^C \beta^C} \right]; \quad R_{mb}^C(0) = R_{mb_0}, \quad (5.66)$$

$$R_{ma}^H(0) = R_{ma_0}(t) \left[1 + e^{k_m^H \beta^H} \right]; \quad R_{mb}^H(0) = R_{mb_0}, \quad (5.67)$$

where R_{ma_0} And R_{mb_0} are positive constants chosen so that $R_m^C(\theta, 0)$ And $R_m^H(\theta, 0)$ to describe a major hysteresis loop. At the boundary temperatures $\theta = 0$ And $\theta \rightarrow \infty$ from (5.64) – (5.67) it follows

$$R_m^C(0, 0) = R_m^H(0, 0) = R_{m_0} + R_{m_0}, \quad (5.68)$$

And

$$\lim_{\theta \rightarrow \infty} R_m^C(\theta, 0) = \lim_{\theta \rightarrow \infty} R_m^H(\theta, 0) = R_{mb_0}, \quad (5.69)$$

For the alloy to be in 100% martensite at ambient temperature it is necessary $R_{m_0} + R_{mb_0} = 1$ and to be 100% austenite at high temperatures - $R_{mb_0} = 0$ Madil points out that the values of R_{m_0} , R_{mb_0} it is good to specify them to match the empirical data.

Switching conditions for heating - cooling

While the SMA heats up $R_m(\theta, t) = R_m^H(\theta, t)$. When the filament cools $R_m(\theta, t) = R_m^C(\theta, t)$ When a transition from heating to cooling occurs, the continuity of the $R_m(\theta, t)$ There cannot be a sudden change in the martensite fraction. Because the absolute longitudinal strain ε_s is a function of $R_m(\theta, t)$ the instantaneous change in the martensite fraction will also cause an instantaneous change in ε_s This natural constraint is called the continuity condition expressed as

$$R_m^C(\theta_s, t_s) = R_m^H(\theta_s, t_s). \quad (5.70)$$

where t_s is the time at which the transition is switched.

Since all hysteresis curves must end at the same point, a condition for a common origin is also introduced.

$$R_m^C(0, t_s) = R_m^H(0, 0), \quad (5.71)$$

Through the conditions for a common origin and the continuity condition, the dependencies (5.66) and (5.67) are transformed into

$$R_{ma}^C(t_s) = \left[R_{ma_0} + R_{mb_0} + R_m^H(\theta, t_s) \right] \left[\frac{\left(1 + e^{-k_m^C \beta^C} \right) \left(1 + e^{k_m^C (\theta - \beta^C)} \right)}{e^{k_m^C (\theta - \beta^C)} - e^{-k_m^C \beta^C}} \right], \quad (5.72)$$

$$R_{mb}^C(t_s) = R_{ma_0} + R_{mb_0} + \frac{R_{ma}^C(t_s)}{1 + e^{-k_m^C \beta^C}}, \quad (5.73)$$

Switching conditions for –cooling- heating

Similarly, a continuity condition and a common boundary condition are defined for this transition. By analogous reasoning, the formulas for this transition are derived

$$R_{ma}^H(t_s) = [R_m^C(\theta_s, t_s) - R_{mb_0}] \left(1 + e^{k_m^H(\theta - \beta^H)} \right), \quad (5.74)$$

$$R_{mb}^H(t_s) = R_{mb_0}, \quad (5.75)$$

Mechanical model

$$\varepsilon_s = \begin{cases} \frac{\sigma}{[E_a - (E_a - E_m)R_m]}, & 0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_m^y \\ \frac{\sigma + (E_T - E_m)R_m \varepsilon_m^y}{[E_a - (E_a - E_T)R_m]}, & \varepsilon_m^y \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_m^d \\ \frac{\sigma + (E_T - E_m)R_m \varepsilon_m^y + (E_d - E_T)R_m \varepsilon_m^d}{[E_a - (E_a - E_d)R_m]}, & \varepsilon_m^d \leq \varepsilon_s \end{cases}, \quad (5.76)$$

For the power to be expressed F_s in the SMA thread (5.76) is solved with respect to σ and it is taken into account

that $\sigma = \frac{F_s}{A_s}$ and is derived

$$F_s = \begin{cases} [E_a - (E_a - E_m)R_m] \varepsilon_s A_s, & 0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_m^y \\ [E_a - (E_a - E_T)R_m] \varepsilon_s A_s - (E_T - E_m)R_m \varepsilon_m^y A_s, & \varepsilon_m^y \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_m^d \\ [E_a - (E_a - E_d)R_m] \varepsilon_s A_s - (E_T - E_m)R_m \varepsilon_m^y A_s - (E_d - E_T)R_m \varepsilon_m^d A_s, & \varepsilon_m^d \leq \varepsilon_s \end{cases}, \quad (5.77)$$

In the third equation in the first bracket is E_d instead of what was written before E_T

In the above dependences, it should be taken into account that the martensite fraction is a function of temperature,

i.e. $R_m = R_m(\varepsilon_s)$, and the relative deformation is $\varepsilon_s = \frac{s - s_0}{s_0}$. It is assumed that at the initial moment at $t = 0$, the deformation of the thread is $\Delta s_1 = s_1 - s_0$. When at $t > 0$ the console moved horizontally to a random position x , the deformation in the thread will be

$$\Delta s = \Delta s_1 - 2x = s_1 - s_0 - 2x, \quad (5.78)$$

because two cantilevers at both ends of the thread are deformed simultaneously.

Thermal conductivity modeling

It is assumed that the SMA filament is heated along its entire length. The heater has a temperature T_h . The filament has a circular cross-section and when it is touched to the heater it can be represented by the diagram in Fig. 5.12.

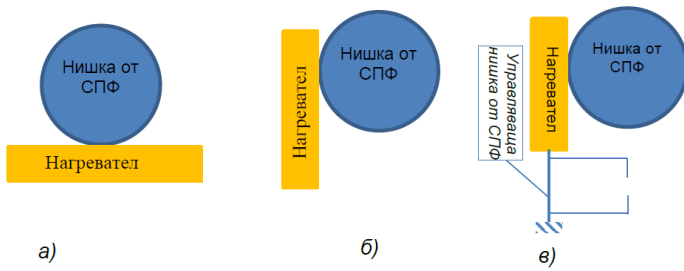


Fig. 5.12 Thermal conductivity diagrams: a) bottom position of the heater; b) side position of the heater; c) side position of the heater with position control.

Heating from the heater, which has a constant temperature T_h when the wire is glued to it is,

$$\dot{Q}_{in} = \alpha_s A_c (T_h - T), \quad \text{where } \alpha_s \text{ thermal}$$

conductivity, W/(m.K) "metal-metal", A_c is the surrounding surface of the wire in contact with the heater [32]. The surrounding contacting surface A_c can be determined by Hertz's theory if the pressure with which the filament is pressed against the heater is known.

In shape memory alloys, the thermal conductivity coefficient varies depending on the phase state. Reference books give the thermal conductivity values for the fully martensitic phase. $\alpha_s = \alpha_{sM} \quad T < M_f^f$, (5.81) and fully austenitic phase $\alpha_s = \alpha_{sA} \quad T > A_f^f$, (5.82)

When the SMA is in an intermediate phase, it is customary to calculate the thermal conductivity coefficient using the formula $\alpha_M = \alpha_{SM} + (\alpha_s - \alpha)R$

It is evident that the above formula reflects the change in the thermal conductivity coefficient for the entire temperature range including (5.80) and (5.81).

In more detail, the thermal conduction process can be described by the equation [130,131]:

$$T_g - T_w = \frac{\rho_w c_w d}{4h} \frac{\partial T_w}{\partial t} + \frac{k_w d}{4h} \frac{\partial^2 T_w}{\partial x^2} + \frac{\varepsilon_w \sigma}{h} (T_w^4 - T_{wat}^4)$$

Radiation modeling

When the filament is far from the heater $\dot{Q}_{in} = A_r \varepsilon_h \sigma_B (T_h^4 - T^4)$ where $\sigma_B = 5,67 \cdot 10^{-8} [W / m^2 \cdot K^4]$ is the Stefan-Boltzmann constant for radiation, and ε_h is the “emission” coefficient of the heater and filament materials, $A_r \approx A_s / 2$ is the surrounding surface of the filament that is exposed to radiation [7].

Convection modeling

In convection, the heat flux leaving the wire (or entering the wire, if $T_\infty - T > 0$) is the heat transferred by it to the environment: $\dot{Q}_{out} = (A_s - A_c) h_c (T_\infty - T)$ where h_c is $[W / (m^2 \cdot ^\circ C)]$ metal-air convective heat transfer coefficient A_s . From equation (5.78), after taking into account (5.78) – (5.81) it is obtained

$$\rho_s V_s c_p \frac{dT}{dt} = \begin{cases} \alpha_s A_c (T_h - T) + (A_s - A_c) h_c (T_\infty - T), & y \leq 0 \\ A_r \varepsilon_h \sigma_B (T_h^4 - T^4) + A_s h_c (T_\infty - T), & y > 0 \end{cases}, \quad (5.86)$$

5.1.2 Design of SMA-PEH with two inclined beams

5.1.2.1 Determination of forces in the thread and cantilevers

To cool quickly, we initially choose a 0.01mm diameter SMA filament from Dynalloy. For this type of filament, Flexinol (trade name for nitinol) is available in its catalog [33]

We assume that this force is applied to the console in the assembled state, at martensitic temperature.

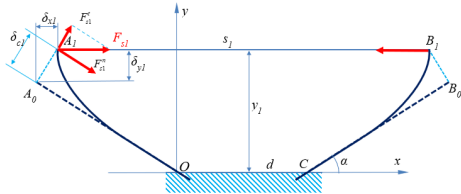


Fig. 5.13 Distribution of forces in SMA-PEH

The dynamic model consists of three differential equations. The first two equations describe the mechanical and electrical parts through the system (5.42), and the third equation (5.82) is for temperature changes. This leads to the system of differential equations

$$\begin{cases} \ddot{m}x + kx - \frac{C'}{2C^2(1-k_p^2)} q^2 + \frac{d_{33}K_a P_s C'}{C^2(1-k_p^2)} qx - \frac{d_{33}K_a P_s}{C(1-k_p^2)} q + \frac{K_a P_s}{(1-k_p^2)} x = -\beta x + F_s \\ \frac{1}{C(1-k_p^2)} q + \frac{d_{33}K_a P_s}{C(1-k_p^2)} x = -R_L \dot{q} \\ \rho V c_p \dot{T} = \begin{cases} \alpha_s A_c (T_h - T) + (A_s - A_c) h_c (T_\infty - T), & y = 0 \\ A_r \varepsilon_h \sigma_B (T_h^4 - T^4) + A_s h_c (T_\infty - T), & y > 0 \end{cases} \end{cases} \quad (5.89)$$

in which the unknown functions of time are $x(t)$, $q(t)$ And $T(t)$.

Since at $x=0$ the vertical displacement of the thread is $y=0$ and at $x>0$ we have respectively $y>0$, the above system after lowering the order of the first equation is written in the form

$$\begin{aligned}
\dot{v} &= \frac{1}{m} \left[\frac{C'}{2C^2(1-k_p^2)} q^2 - kx - \frac{d_{33}K_a p_x C'}{C^2(1-k_p^2)} qx + \frac{d_{33}K_a p_x}{C(1-k_p^2)} q - \frac{K_a p_x}{(1-k_p^2)} x - \beta v + F_s \right] \\
\dot{x} &= v \\
\dot{q} &= -\frac{1}{R_L} \left[\frac{1}{C(1-k_p^2)} q + \frac{d_{33}K_a p_x}{C(1-k_p^2)} x \right] \\
T &= \begin{cases} \frac{1}{\rho_s V_s c_p} [\alpha_s A_c (T_h - T) + (A_s - A_c) h_c (T_\infty - T)], & x = 0 \\ \frac{1}{\rho_s V_s c_p} [A_r \varepsilon_h \sigma_B (T_h^4 - T^4) + A_s h_c (T_\infty - T)], & x > 0 \end{cases}
\end{aligned} \tag{5.92}$$

5.1.2.2 Determining initial conditions

At the initial moment when $t = 0$, the console is stationary, therefore $v(0) = 0$. The temperature of the filament is equal to the room temperature $T(0) = T_\infty$.

The position of the mass is assumed to be $x=0$ when the SMA thread has a length S_1 . The preliminary deformation of the cantilever at $x=0$ is calculated by formula (5.9)

$$\delta_{x1} = \frac{l^2 \sin 2\alpha \sin \alpha + dl \sin^2 \alpha}{2l \sin^2 \alpha + s_0 A_l}, \text{ where } A_l \text{ is calculated by formula 1.11.}$$

This preliminary deformation must be added to the model for the elastic force of the cantilever, and the first equation in (5.42) and (5.92) respectively takes the form

$$\ddot{m}x + k(x + \delta_{x1}) - \frac{C'}{2C^2(1-k_p^2)} q^2 + \frac{d_{33}K_a p_x C'}{C^2(1-k_p^2)} qx - \frac{d_{33}K_a p_x}{C(1-k_p^2)} q + \frac{K_a p_x}{(1-k_p^2)} x = -\beta x + F_s \tag{5.94}$$

respectively in (5.92) the first equation is rewritten as

$$\dot{v} = \frac{1}{m} \left[\frac{C'}{2C^2(1-k_p^2)} q^2 - k(x + \delta_{x1}) - \frac{d_{33}K_a p_x C'}{C^2(1-k_p^2)} qx + \frac{d_{33}K_a p_x}{C(1-k_p^2)} q - \frac{K_a p_x}{(1-k_p^2)} x - \beta v + F_s \right] \tag{5.95}$$

The charge at the initial time follows from the third equation of (5.86) after applying $\dot{q} = 0$

$$q(0) = -d_{33}K_a p_x x(0), \tag{5.94}$$

5.1.2.3 Simulation results of the dynamic model of SMA-PEH with two inclined beams

A Maple program was compiled (Appendix 2), through which the results described as follows were obtained. The modeled martensite fraction according to the pre-selected parameters shown in Fig. 5.14.

The thermal conductivity of the SMA is also modeled with a similar shape (Fig. 5.15).

Fig. 5.16 shows the graphs of the forces in the SMA filament during heating and cooling.

Solution of the system of differential equations for the displacement of the free end of the console along the x axis shown in Fig. 5.17 for a vertical position of the heater corresponding to the coordinate $x_T = 0,0085$ m.

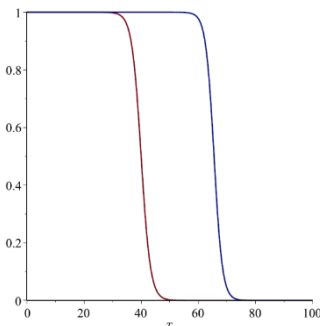


Fig. 5.14 Martensitic fraction of SMA.

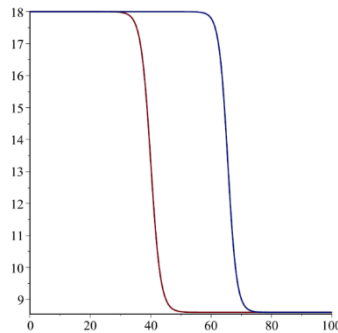


Fig. 5.15 Thermal conductivity coefficient of SMA.

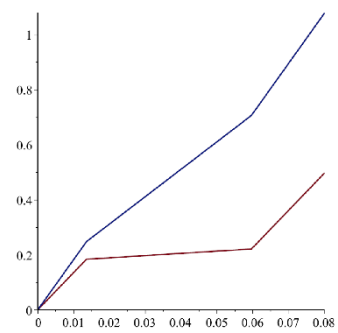


Fig. 5.16 Forces in the SMA filament at 39°C during heating and cooling.

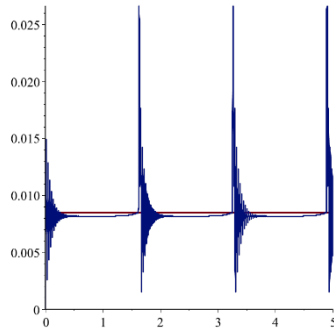


Fig. 5.17 Moving the free end of along the x-axis.

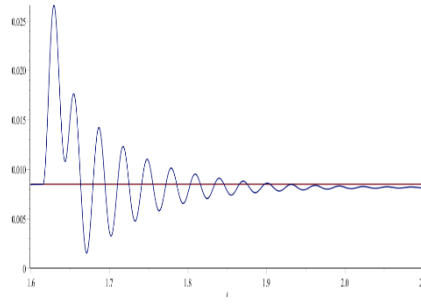


Fig. 5.18 Moving the free end for the first heat pulse.

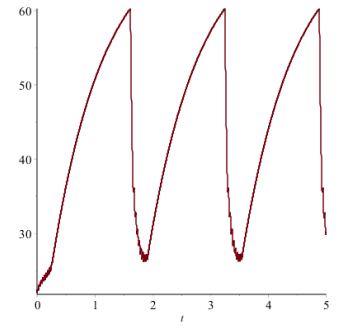


Fig. 5.19 Temperature of the SMA filament for an interval from 0 to 5 s.

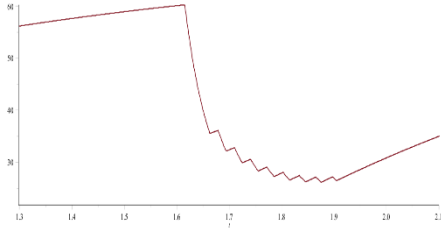


Fig. 5.20 Change in temperature of the SMA filament in the interval 1.3 to 2.1 s.

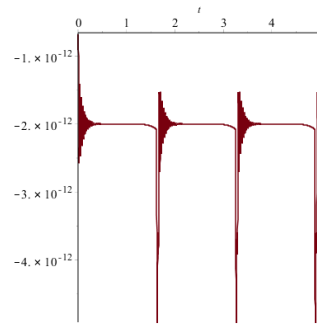


Fig. 5.21 Results for the generated electric charge.

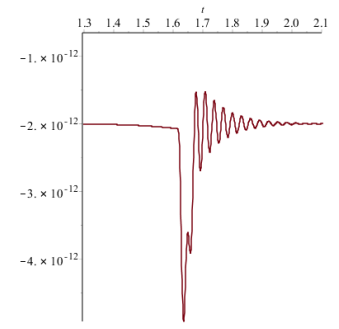


Fig. 5.22 Generated electric charge for the time interval t from 1.3 to 2.1 s.

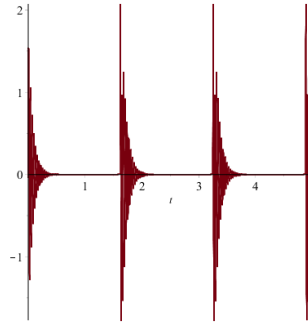


Fig. 5.23 Speed of the free end of the cantilever

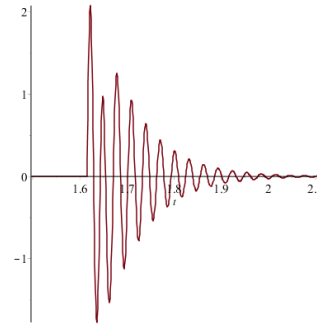


Fig. 5.24 Freewheel speed of the console for the time interval 1.5 to 2.1 s.

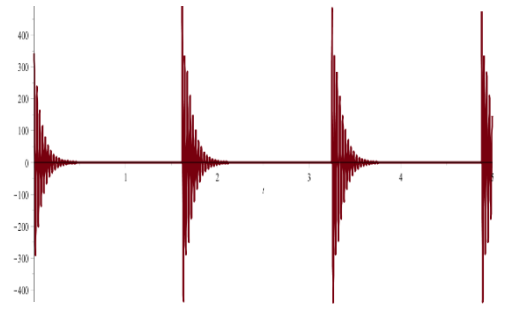


Fig. 5.25 Acceleration of the freewheel on the cantilever.

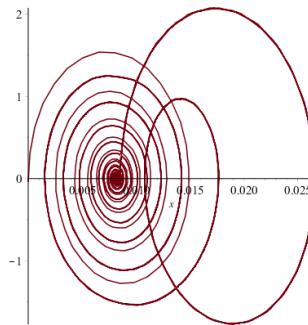


Fig. 5.26 Phase portrait $x=x(v)$.

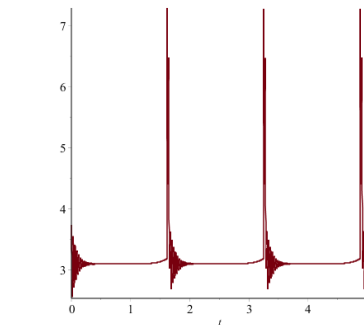


Fig. 5.27 Change in force in SMA.

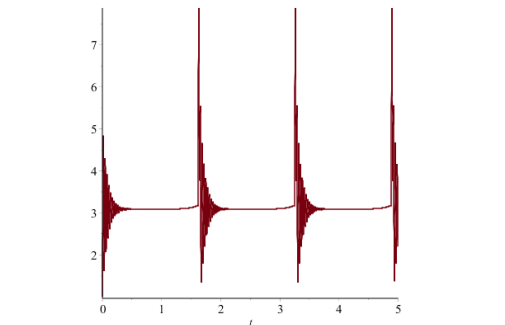


Fig. 5.28 Change in force in the console

5.1.3 Building a model of an energy harvester with two inclined cantilever beams and a suspended mass in the middle of the SMA string

5.1.3.1 Justification

It is assumed that the energy harvester with added mass may have the highest efficiency of all those studied so far, which is why it was included in the research of this chapter.

5.1.3.2 Task statement

As already clarified, the task here differs from the one considered above in that in the energy harvester of Fig. 5.1, a mass has been added in the middle of the SMA filament as shown in Fig. 5.29. To ensure optimal heating of the filament, the heater is composed of two parts, which allows the mass to move without restrictions.

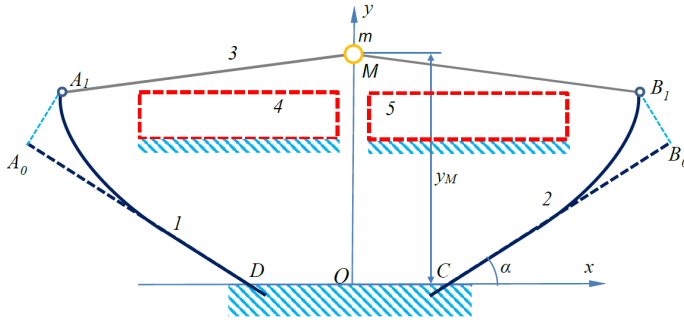


Fig. 5.29 Schematic of an energy harvester with two inclined beams and a mass in the middle of the SMA filament: 1. 2. Cantilever beams with piezoelectric layers; 2. SMA filament; 3. Mass; 4. 5. Heater.

5.1.3.3 Geometric and kinematic dependencies for an energy harvester with two

inclined cantilever beams and a suspended table in the middle of the SMA thread

Initially, the energy harvester was considered with the thread in a horizontal position, ignoring the weight of the mass and assuming that the thread is not deformed under the action of its weight.

Similar to the previous models, it is assumed that the initial, undeformed length of the thread is s_0 . In order for the tension thread to be deformed during its installation, in this case it is also necessary to satisfy the inequality

$$s_0 < A_0 B_0.$$

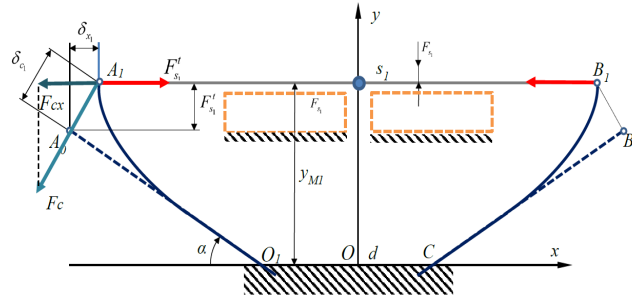


Fig. 5.30 Symmetrical SMA-PEEH with two inclined cantilever beams and a table in the initial installation position at low temperature.

It is assumed that, during cold mounting, when the shape memory alloy is in the martensitic state, the thread has deformed in length $s_1 = A_1 B_1$.

Because the strength of the SMA thread F_{s1} is balanced by the horizontal component of the cantilever force, it follows $F_{s1} = F_{cx}$, where in the martensitic state ($R_m = 1$), the longitudinal force in the shape memory alloy is calculated

$$F_{s1} = \begin{cases} E_m A_s \varepsilon_{s1} & \varepsilon_{s1} < \varepsilon_m^y \\ (E_m - E_T) A_s \varepsilon_m^y + E_T A_s \varepsilon_{s1} & \varepsilon_m^y \leq \varepsilon_{s1} \leq \varepsilon_m^d \\ (E_m - E_T) A_s \varepsilon_m^y + (E_T - E_d) A_s \varepsilon_{s1} + E_d A_s \varepsilon_{s1} & \varepsilon_m^d \leq \varepsilon_{s1} \end{cases}, \text{ where } \varepsilon_{s1} = \frac{s_1 - s_0}{s_0} \text{ is the relative}$$

longitudinal deformation and A_s is the cross-sectional area of the thread, ε_m^y is the “limit” relative longitudinal strain of twinned martensite, ε_m^d is the minimum relative longitudinal deformation of twinned martensite, E_a is modulus of longitudinal deformation of the SMA in the austenitic phase [Pa], E_T is modulus of longitudinal deformation of the SMA in partially twinned martensitic phase [Pa], E_d is modulus of longitudinal deformation of the SMA in the fully detwinned martensitic phase [Pa], E_m is the modulus of longitudinal deformation of the SMA in the fully martensitic phase [Pa] [6].

The resulting system of equations (5.101) and (5.102) has a solution similar to (5.9) and (5.10)

$$\varepsilon_{s_1} = \begin{cases} \frac{3EIL_m}{D_m} & \varepsilon_{s_1} \leq \varepsilon_m^y \\ \frac{3EIL_m - 2N_s \Delta E_{mT} \varepsilon_m^y}{D_T} & \varepsilon_m^y \leq \varepsilon_{s_1} \leq \varepsilon_m^d \\ \frac{2N_s (\Delta E_{Td} \varepsilon_m^d + \Delta E_{mT} \varepsilon_m^y) - 3EIL_m}{D_d} & \varepsilon_{s_1} \geq \varepsilon_m^d \end{cases}, \quad \delta_{x_1} = \begin{cases} \frac{N_s L_m}{D_m} & \varepsilon_{s_1} \leq \varepsilon_m^y \\ \frac{N_s (\Delta E_{mT} \varepsilon_m^y s_0 + L_m E_T)}{D_T} & \varepsilon_m^y \leq \varepsilon_{s_1} \leq \varepsilon_m^d \\ \frac{N_s [(\Delta E_{Td} \varepsilon_m^d + \Delta E_{mT} \varepsilon_m^y) s_0 + L_m E_d]}{D_d} & \varepsilon_{s_1} \geq \varepsilon_m^d \end{cases},$$

where it is laid: $N_s = A_s l^3 \sin^2 \alpha$; $L_m = 2l \cos \alpha + d$; $D_m = 2N_s E_m + 3EIs_0$; $D_T = 2N_s E_T + 3EIs_0$; $D_d = 2N_s E_d + 3EIs_0$. Fig. 5.31 shows the general layout of the energy harvester.

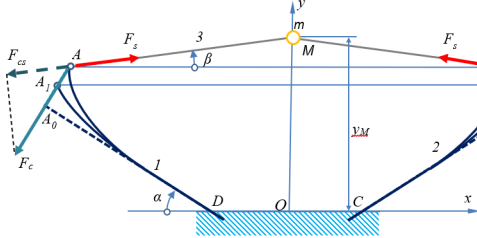


Fig. 5.31 General position of SMA_PEEHM.

In the general case, at any temperature, the force in the filament from the SMA F_s is defined by (5.77), which is the partially discontinuous function.

$$F_s = \begin{cases} [E_a - (E_a - E_m)R_m] \varepsilon_s A_s, & 0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_m^y \\ [E_a - (E_a - E_T)R_m] \varepsilon_s A_s - (E_T - E_m) \varepsilon_m^y R_m A_s, & \varepsilon_m^y \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_m^d \\ [E_a - (E_a - E_d)R_m] \varepsilon_s A_s - (E_T - E_m) R_m \varepsilon_m^y A_s - (E_d - E_T) R_m \varepsilon_m^d A_s, & \varepsilon_m^d \leq \varepsilon_s \end{cases}, \quad (5.105)$$

$$\varepsilon_s = \frac{s - s_0}{s_0}$$

where ε_s is the relative longitudinal deformation of the SMA filament, ε_m^y is the “limit” relative longitudinal deformation of the SMA thread in twinned martensite, ε_m^d is the minimum relative longitudinal deformation of the SMA filament in twinned martensite, E_a is modulus of longitudinal deformation of the SMA in the austenitic phase [Pa], E_T is modulus of longitudinal deformation of the SMA in twinned martensitic phase [Pa], E_d is modulus of longitudinal deformation of the SMA in the twinned martensitic phase [Pa], E_m is the modulus of longitudinal deformation of the SMA in the martensitic phase [Pa].

Exactly the power F_s is balanced by the projection of the force reaction at the free end of the cantilever $F_{cs} = F_c \cos(\alpha + \beta)$ on the direction of the thread, from which the equation follows $F_c \cos(\alpha + \beta) = F_s$.

The obtained expression (5.117) for the deformation of the cantilever is substituted into (5.116) and the equation for the relationship between the length of the SMA thread and s and the vertical coordinate of the mass is derived. y_M implicitly:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{s l^3} \{ 3EI [\cos \alpha (2 \cos \alpha y_M + d_{\alpha c} \sin \alpha + S_q) S_{q1} - 8 y_M d_{\alpha c} \cos^4 \alpha + \\ & + [(8 y_M^2 - 2 d_{\alpha c}^2) \sin \alpha - 2 d_{\alpha c} S_q - 12 l y_M] \cos^3 \alpha + [(4 S_q y_M - 6 l d_{\alpha c}) \sin \alpha - 2 l S_q + 10 y_M d_{\alpha c}] \cos^2 \alpha + \\ & + [(d_{\alpha c}^2 - 8 y_M^2 - 4 l^2 + s^2) \sin \alpha + 2 d_{\alpha c} S_q + 12 l y_M] \cos \alpha + (2 l d_{\alpha c} - S_q y_M) \sin \alpha + 2 l S_q - 2 y_M d_{\alpha c} \} = \\ & = \begin{cases} [E_a - (E_a - E_m)R_m] (s - s_0) A_s / s_0, & 0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_m^y \\ [E_a - (E_a - E_T)R_m] (s - s_0) A_s / s_0 - (E_T - E_m) \varepsilon_m^y R_m A_s, & \varepsilon_m^y \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_m^d \\ [E_a - (E_a - E_d)R_m] (s - s_0) A_s / s_0 - (E_T - E_m) R_m \varepsilon_m^y A_s - (E_d - E_T) R_m \varepsilon_m^d A_s, & \varepsilon_m^d \leq \varepsilon_s \end{cases}, \quad (5.118) \end{aligned}$$

where

$$S_q = \sqrt{4 y_M d_{\alpha c} \sin \alpha \cos \alpha - d_{\alpha c}^2 \cos^2 \alpha + 4 \cos^2 \alpha y_M^2 + 8 l y_M \sin \alpha - 4 l d_{\alpha c} \cos \alpha - 4 y_M^2 - 4 l^2 + s^2}, \quad (5.119)$$

$$S_{q1} = \left[\left(2d_{oc}^2 - 8y_M^2 \right) \cos^4 \alpha - 2 \left(8 \cos^2 \alpha - 2S_q \cos \alpha - 4y_M \right) \left(d_{oc} \cos \alpha + 2l \right) \sin \alpha + \right. \\ \left. + \left(8ld_{oc} - 4y_M S_q \right) \cos^3 \alpha + \left(8l^2 - d_{oc}^2 - 12y_M^2 - s^2 \right) \cos^2 \alpha + 4 \left(y_M S_q - ld_{oc} \right) \cos \alpha - \right. \\ \left. - 4l^2 + s^2 - 4y_M^2 \right]^{1/2} \quad (5.120)$$

Geometric analysis of displacements and deformations

Let us consider an elastic mechanism with the same structure, which contains an inextensible thread in place of the one from the SMA (Fig. 5.32a). If we assume that the mass oscillates with a constant amplitude, three positions are characteristic in the positions of the mechanism: middle position $ABMCD$, where the distance between the free ends of the consoles AB is maximum; upper position with maximum amplitude, corresponding to point M_1 ; lower position with maximum amplitude when the table is in position M_2 . The two positions with maximum amplitudes are symmetrical on the segment B_1C_1 , which is located higher than the segment at the middle position AB . All these positions can be described with precise mathematical relationships, but for the case the findings made are sufficient.

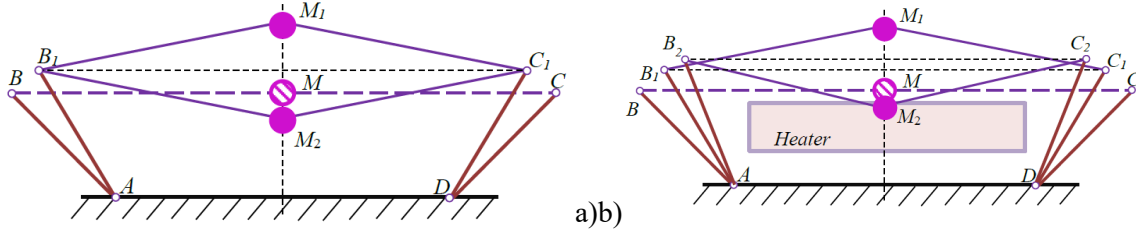


Fig. 5.32 Geometric analysis: a) of a mechanism without a SMA thread; b) of a mechanism with a SMA thread and a heater.

Fig. 5.32 b) shows an analogous geometric analysis of the mechanism considered here, i.e. the filament is made of SMA and its length changes under the action of the temperature gradient created by a heater. To obtain the configuration shown in the figure, we assume that the temperature time constant of the SMA filament is small enough for the filament in the lower position M_2 on the table, heat it to austenite (or some mixed fraction of martensite and austenite) and shorten it. From the same assumption for the above situation M_1 we assume that the filament has the lowest temperature and, accordingly, its length is the greatest

Based on the initial observations of the real model, it was found that the oscillations in the thermoelastic system are excited sufficiently effectively even when there is no direct contact between the filament and the heater. This shows that in order to compile a more accurate model, it is necessary to study the temperature field around the heater in advance, taking into account the influence of the air temperature. The temperature field around the heater can be described quite accurately using the moving air as a function of the temperatures of the heater and the room. In the new model, it is more correct to assume that the filament mainly receives heat from the heat exchange with the air, and other sources of heat such as conductive and radiant heat from the heater are neglected.

5.1.3.4 Modeling 2D convection heat transfer and thermal deformation

The movement of the SMA thread in a wound with a variable temperature gradient leads to the solution of the following problem:

Straight cylindrical conductor with density ρ , diameter d and length $AB = l$ moves in a plane Oxy with hot air with an uneven heat field (Fig. 5.33). The speed of the center of mass of the thread is u and ω is the angular velocity of the conductor. The temperature distribution along the axis z and increases non-linearly. The isothermal lines are parallel to the axis x . The initial temperature of the conductor T_{in} is constant along its length. What is the temperature distribution in the conductor after time t . What is the thermal elongation of the conductor at the same time?

In the general case, the three-dimensional heat transfer in the filament can be described in a cylindrical coordinate

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\rho c_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)$$

system by the relation

After calculating the temperature distribution T in the wire, the longitudinal thermal elongation is calculated using the formula

$$\Delta l|_{r=0} = \int_{-l/2}^{l/2} \int_0^t \alpha \frac{\partial (T - T_w)}{\partial t} dt dz \quad (5.126)$$

All this indicates that the overall dynamic model of such a system will be significantly complicated, which will require a large amount of time for its study.

5.1.3.5 Geometric and kinematic dependencies for an energy harvester with two inclined cantilever beams and two tables in the middle of the SMA thread

The heat transfer model can be greatly simplified if we consider a symmetrical energy harvester with two masses located on the filament outside the heater (Fig. 5.35). Under certain conditions, the two masses can oscillate in single phase, with the filament above the heater moving horizontally.

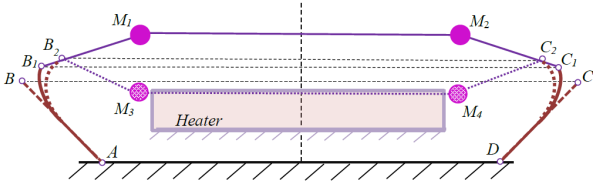


Fig. 5.35 Two-mass symmetric energy harvester.

In this case, the modeling of the thermal system can be performed based on the adopted simplifying assumptions in section 3.1.2.

5.2 Creating a real prototype and experimental system

During the research process for the dissertation, numerous prototypes were created. Some of the results obtained through these prototypes are included in the dissertation publications.

Fig. 5.36 shows a photograph of the initial prototype of an energy harvester with a copper heater, two inclined cantilevers with piezoelectric layers, a laptop data acquisition and processing system, and a power supply. A miniature thermocouple is attached to the SMA filament Fig. 5.37.

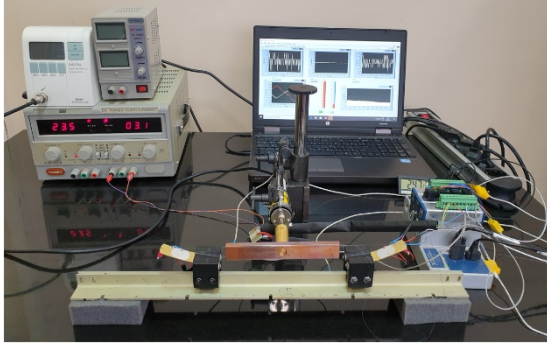


Fig. 5.36 Prototype of energy harvester with copper heater and inclined piezoelectric cantilevers.

A photograph of the energy harvester with two bronze rings on the filament is shown in Fig. 5.38. This prototype demonstrates interesting behavior that will be the subject of further research and publications.



Fig. 5.38 Energy harvester with two weights on the string.

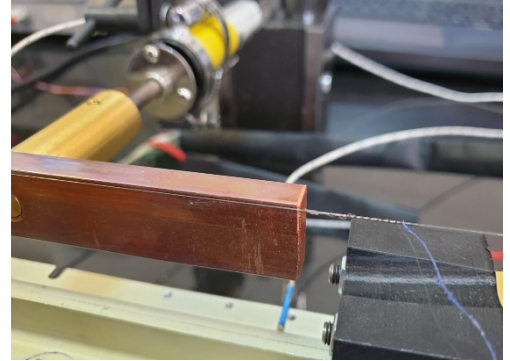


Fig. 5.37 Thermocouple, SMA filament and heater.



Fig. 5.39 Prototype of energy harvester with improved metal support structure.

Fig. 5.39 shows a photograph of a prototype with improved cantilever supports.

6 Chapter 4 Experimental studies

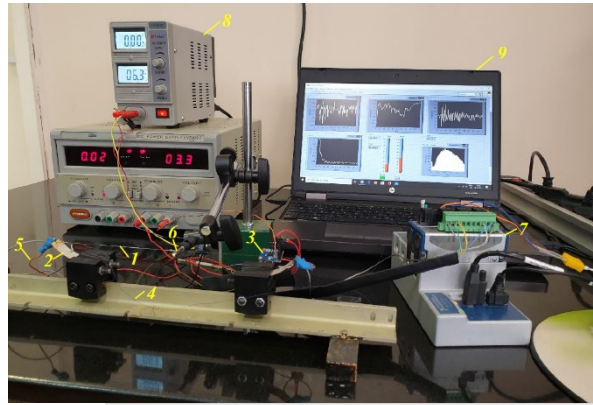
6.1 Conducting test trials on the real prototype

6.1.1 Thermoelectromechanical resonator experiments

As explained above, a thermoelectromechanical resonator (TEMR) is a device designed to generate oscillations with a constant frequency. In technology, such devices in miniaturized versions, in which the natural frequencies are many times higher than their macroanalogues, are used for frequency filters.

One of the goals of the research on TEMO in this dissertation is to improve the modeling of multiphysics systems in which there is an interaction of thermal, mechanical, and electrical systems.

Fig. 6.1 Experimental stand for studying the thermoelectromechanical oscillator: 1. A filament of elastic beam with a piezoelectric layer; 2. A three-axis accelerometer; 3. Thermocouple; 4. Fixed electrodes; 5. Electrode; 6. Moving supplies; 7. Data acquisition system; 8. Power Laptop.



SMA; 2. An
6. Moving
supplies; 9.

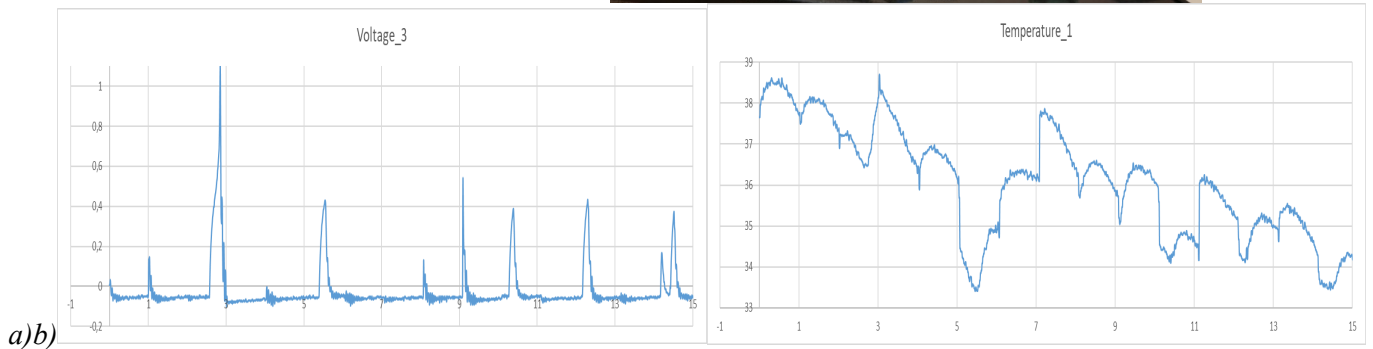


Fig. 6.2 Experimental results for $u=6$ v, $x=2$ mm: a) voltage of the piezoelectric transducer; b) temperature of the SMA wire.

6.1.2 Parametric study of the thermoelectromechanical resonator

Further study of the system by performing multiple numerical solutions for different values of the input parameters shows that the system is extremely sensitive, i.e. a small change in the input parameters within certain limits causes a noticeable change in the output characteristics of the generator, namely the macrofrequency. This fact is a prerequisite for the emergence of a wide variety of dynamic operating modes and the conduct of parametric research. In figures Fig. 6.10 a) ÷ d) the horizontal displacement is shown when increasing the values of x_T , obtained by additional numerical solutions. It can be noted that the shape, as well as the amplitude and macrofrequency, strongly depend on the pre-tension of the filament by the SMA, and also that even vibration-free modes are possible - Fig. 6.10a).

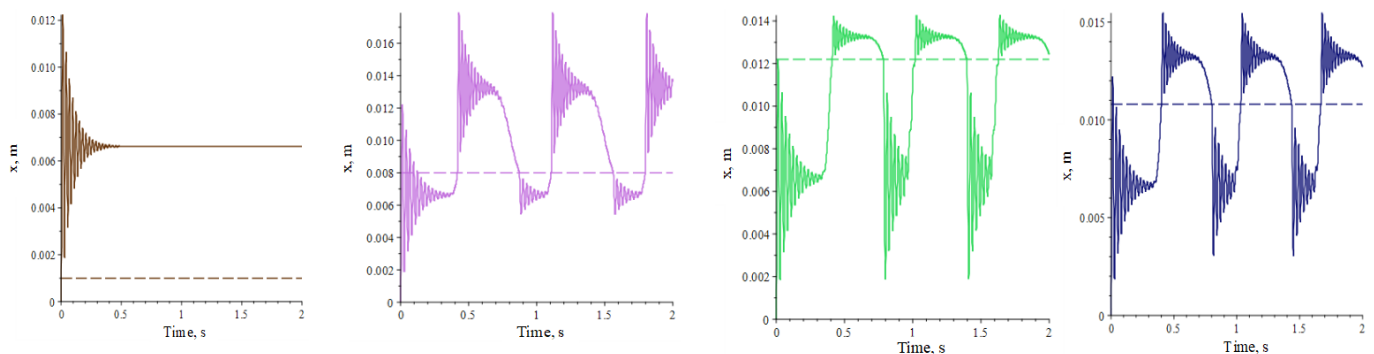


Fig. 6.10 Horizontal displacement graphs for increasing values of x_T

In order to study in more detail the influence of input parameters on the output characteristics of the system, parametric studies have been carried out. Although the system includes a significant number of input parameters, some of them are difficult to adjust in the real device, therefore here only the bias voltage x_T and the current i vary within certain limits. Numerical experiments are performed using the derived mathematical model.

Fig. 6.11 shows the results of the parametric study of the macrofrequency f as a function of the change in the parameter x_T , which varies from 0.0045 m to 0.015 m with a step of 0.0007 m. The experiments are performed for four values of the current i – 0.1 A, 0.4 A, 1 A and 2 A. As can be seen, not for all values of x_T vibrations occur. When a

certain threshold value of x is reached vibrations with macrofrequency occur, also, when reaching another threshold value the vibrations stop. For the considered case, these values are 0.0068 m and 0.0129 m, respectively. It can be noted that these values are the same for all values of the current i . In addition, it can be seen from the figure that the increase in x_T leads to a decrease in the macrofrequency for all current values, the curves are almost identical and f changes linearly from $1.5 \div 1.8$ Hz to $0.7 \div 0.8$ Hz. The only exception is the macrofrequency graph for the lowest current value, but this case is inapplicable in real practice due to the small deformation of the cantilever beam. To carry out further investigation, the current i is changed in the interval $[0, 1.4]$ A with a step of 0.13 A and the experiment is repeated for three different values of x_T — 0.007 m, 0.01 m and 0.012 m - Fig. 6.11 b). As can be observed, for current values greater than 0.6 A, the macrofrequency f depends weakly on the magnitude of the current for all values of x_T , which further confirms the results of Fig. 6.11 a). For current values less than 0.6 A, the macrofrequency decreases intensively as the current increases.

Taking into account the type of the temperature graph T of the SMA filament from Fig. 1.76 b), Fig. 6.11 c) shows the graphs of the maximum, average and minimum temperatures in the conductor as a function of x_T for the current value $i = 0.4$ A. It can be seen that they grow exponentially, which can be explained by an increase in the heating duration with increasing value of x_T , i.e. due to the longer duration of contact between the electrode and the filament.

The analysis of the simulation results allows to determine the limits of change of the input parameters at which vibrations are possible in the system, as well as to identify the parameters that most strongly influence the output characteristics. One particular result is that the change of the pre-tension of the thread by changing the height y_T of the electrode affects one of the most important characteristics of the resonator, namely the value of the macrofrequency, as well as the amplitude of the vibration.

6.1.3 Experimental study of an energy harvester with shape memory alloys and a piezoelectric transducer.

The initial experiments were carried out using the experimental setup shown in Fig. 6.12. The SMA filament 1 is symmetrically fixed between two elastic cantilever beams 2 made of PMZ type discs. The filament is heated by a heater 3. A triaxial accelerometer 4 type ADXL356 is mounted at one end of the filament.

Since the simplified model did not take into account the movement of air due to heating by the heater, in order to eliminate its effect on the heater, the cantilever beams were turned over. Thus, the heater can operate with its lower part, where the swirl of hot air is less. The heater and the accelerometer receive voltage from the power supply units 5.

All signals are processed in the data acquisition system 6 and are supplied in digital form to a laptop 7.

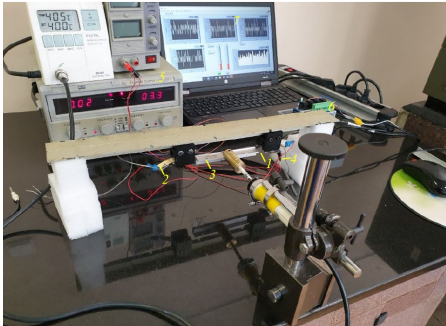


Fig. 6.12 Experimental setup for studying SMA-PEH in the inverted position of the cantilever beams: 1. SMA filament; 2. Piezoelectric cantilever; 3. Heater; 4. Accelerometer; 5. Power supply units; 6. Data acquisition system; 7. Laptop.

Experiments were conducted with three types of SMA filaments, all 234 mm long and with diameters of 0.36 mm, 0.1 mm and 0.076 mm. The first two filaments have a final austenite temperature $A_f = 70$ °C, the third with $A_f = 90$ °C. The distance between the free ends of the undeformed cantilevers is 243 mm.

The data acquisition system consists of two input/output modules Ni9234 and Ni9219, mounted on a National Instruments cDAQ 9174 chassis with 4 slots. All data is processed in real time using a LabVIEW program, the block diagram of which is shown in Fig. 6.14, and the front panel in Fig. 6.15.

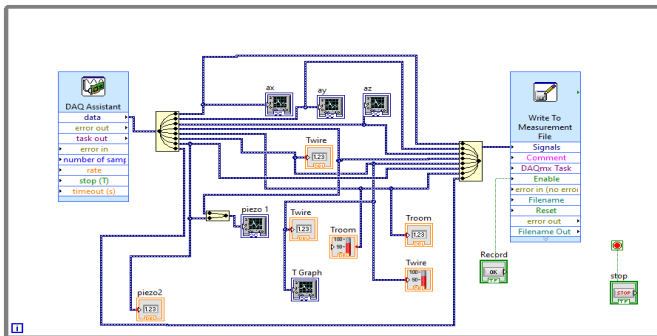


Fig. 6.14 Block diagram of the LabVIEW program

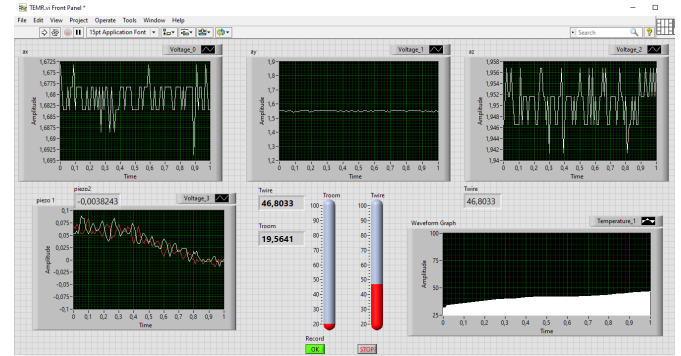


Fig. 6.15 Front panel of the program the LabVIEW program

In these experiments, after a long and laborious positioning of the filament relative to the heater, vibrations imperceptible to the human eye were achieved, which were registered only by the change in the measured voltage of the piezoelectric layer. A voltage generation of the order of 0.05 v p-p was achieved, which, as can be seen from the graph, is only an order of magnitude higher than the noise level, which reaches 5 to 6 mv.

Fig. 6.21 shows a modified experimental setup, which shows (pos. 5) the rings 5 additionally mounted on the SMA thread. They aim to create an additional load on the SMA thread, to change the reduced mass of the system and to introduce new mechanical degrees of freedom.

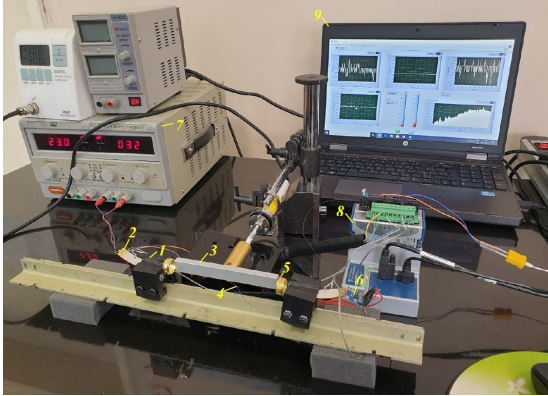


Fig. 6.21 Modified experimental setup; 1. SMA filament; 2. Piezoelectric cantilever beam; 3. Heater; 4. Thermocouple; 5. Ring; 6. Accelerometer; 7. Power supplies; 8. Data acquisition system; 9. Laptop.

In all cases, the vibration processes are stable and with sufficiently pronounced amplitudes. A similar behavior is observed with two masses of 0.6 gr, with the frequency of micro-oscillations being 33 Hz (Fig. 6.23). With ring masses of 2.1 gr, a frequency of 16.6 Hz and an amplitude of 0.8 v peak to peak was measured (Fig. 6.24). Increasing the mass logically leads to a decrease in the frequency of micro-oscillations and an increase in the amplitudes, which for rings with a mass of 4.6 g reach 1.2 v peak to peak (Fig. 6.25). The influence of the ring masses on the frequency and amplitude is shown in Fig. Fig. 6.26.

Fig. 6.22 Generated voltage from the piezoelectric cantilevers when loaded with two rings with a mass of 0.8 gr each: a) for the full interval from 0 to 116 s; b) for the initial interval from 0 to 15 s; c) for the final interval from 100 to 103 s

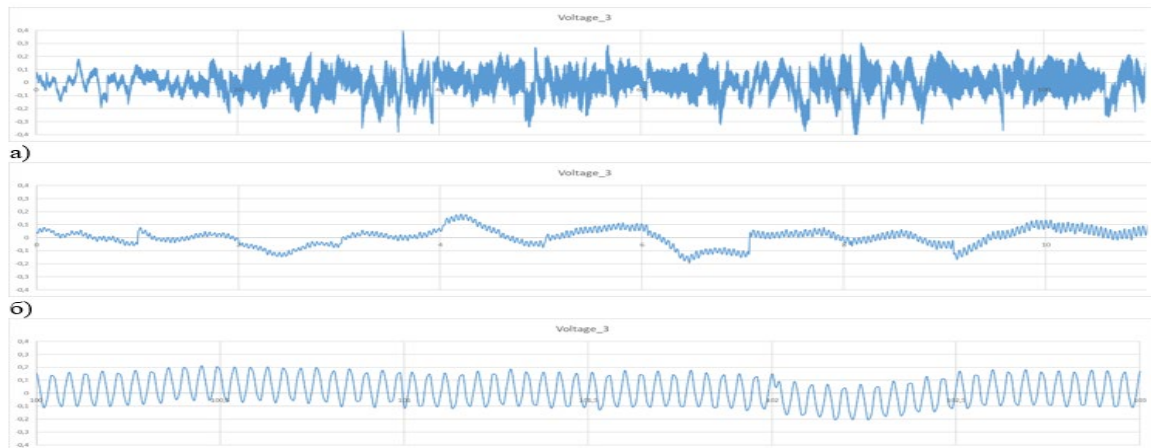


Fig. 6.23 Generated voltage from the piezoelectric cantilevers when loaded with two rings with a mass of 0.6 gr each for an interval of 30 s: a) for the full interval from 0 to 30 s; b) for the interval from 0 to 5 s.

6.1.4 Investigation of the properties of shape memory alloys using a linear actuator with electrical heating and a deforming spring

The schematic diagram of the experimental test stand for the actuator is shown in Fig. 6.27. At point B, a shape memory alloy (SMA) thread 1 is fixedly attached to a force sensor 4. Opposite, at point D, a spring 3 is fixedly mounted. Before the two free ends, point C of the SMA and point E of the spring, are connected, the distance between them is $CE = x_n$. After connecting these ends at point A at room temperature, where the SMA is in martensite, the NSMA receives maximum deformation $x_m = CA$, and the spring is deformed at a distance $AE = x_n - x_m$. This is the equilibrium

state of the actuator at room temperature. T_∞ , which is assumed to be no higher than the final martensite temperature M_f , i.e. $T_\infty \leq M_f$

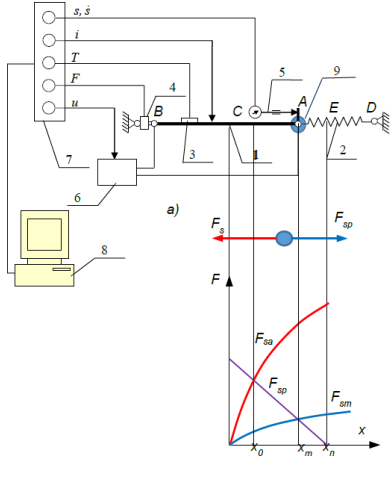


Fig. 6.27 The schematic diagram of the SMA and force characteristics test bench: a) schematic diagram. 1. Shape memory alloy filament; 2. Spring; 3. Thermocouple; 4. Force sensor; 5. Position sensor and accelerometer; 6. Power supply unit; 7. DAQ; 8. Computer, 9. Positioned table; b) force characteristics.

Dynamic actuator model It is assumed that the SMA thread (NSMA) has an initial length $s_0 = BC$, and its longitudinal deformation is x . In this case, the current length of the thread is $s = s_0 + x$, and its relative longitudinal deformation is $\varepsilon = \frac{x}{s_0}$.

The position of the common point where the mass m [kg] is concentrated is chosen as the generalized mechanical coordinate. The other generalized coordinates are the temperature T [°C] and current i in the NSMA.

The dynamic model can be described by the system of equations

$$\begin{cases} \ddot{m}x + \beta\dot{x} - k(x_n - x) = -F_s(x, T) \\ \rho_s V_s c_p \dot{T} + A_s h_c (T - T_\infty) - R(T) i^2 = 0 \\ i = \frac{u}{R(T)} \end{cases} \quad (4.103)$$

where β is the coefficient of dynamic viscosity, k is the coefficient of elasticity of the spring, $F_s(x, T)$ is the power in the NSMA, ρ_s is the density of the SMA, V_s is the volume of the NSMA, c_p is the specific heat of the filament, A_s is the surrounding surface area of the thread, h_c is the convection heat transfer coefficient, T_∞ is the room temperature; $R(T)$ is the electrical resistance of the NSMA and u is the electric voltage applied to the ends of the filament. The notations used are $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$, $\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}$, $\dot{T} = \frac{dT}{dt}$, where t is the time.

After substituting the third into the second equation, the above system takes the form

$$\begin{cases} \ddot{m}x + \beta\dot{x} + k(x_n - x) = -F_s(x, T) \\ \rho_s V_s c_p \dot{T} + A_s h_c (T - T_\infty) - \frac{u^2}{R(T)} = 0 \end{cases} \quad (4.104)$$

It is assumed that the dependence of the filament resistance on temperature can be neglected, i.e.

$$R(T) = R = \text{const} \quad \text{And}$$

$$\begin{cases} \ddot{m}x + \beta\dot{x} + k(x_n - x) = -F_s(x, T) \\ \rho_s V_s c_p \dot{T} + A_s h_c (T - T_\infty) - \frac{u^2}{R} = 0 \end{cases} \quad (4.106)$$

Simplifying assumptions have been made, assuming the volume and surrounding surface area to be constant. In reality, they change as the thread deforms longitudinally and transversely by about 8%, while the thread mass remains constant. $m_s = \rho_s V_s$.

In general, the heating of the filament can start from some temperature T_0 , different from room temperature T_∞ . Then the solution of (7) under initial condition

$$T(0) = T_0 \quad \text{is} \quad T(t) = T_\infty + T_a \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) + (T_0 - T_\infty) e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{or} \quad T(t) = (T_\infty + T_a) \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) + T_0 e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

At the same values of the parameters from Table 10, but at an initial temperature $T(0) = \lim$ and at $u=0$ V, using (4.118) the graph of Fig. 6.29 is constructed. It is evident from the graph that after the voltage is removed, the filament begins to cool with the same time constant as it reaches room temperature. In this case, room temperature plays the role of asymptotic Fig. 6.30.

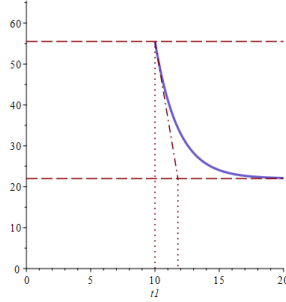


Fig. 6.29 Filament temperature at $u = 0$.

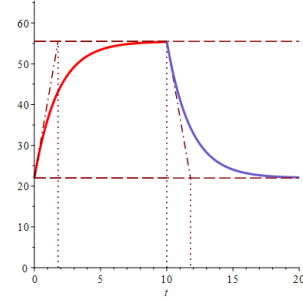


Fig. 6.30 Heating and cooling of the filament.

Equation (4.118) can be used to approximately study the temperature change under a time-varying supply voltage with a rectangular shape and in particular under pulse width modulation of the type

$$u(t) = \begin{cases} u_0 & \frac{n+1-z}{f} \leq t \leq \frac{n+z}{f} \\ 0 & \frac{n+z}{f} > t > \frac{n+1+z}{f} \end{cases}, \quad (4.119)$$

where u_0 is the amplitude of the rectangular pulse, $n = \text{trunc}(tf)$ period sequence number, $0 < z < 1$ is the duty cycle, the frequency of the pulses. Fig. 6.31 shows three types of modulations with the same period and different duty cycles.

The change in filament temperature at a pulse duty cycle of 25% is shown in Fig. 6.32. The dotted line shows the temperature graph without PWM. The same graphs also show the voltage waveform, which is rectangular with an amplitude of 1 V.

The conclusions drawn give us opportunities to evaluate the behavior of the thread and to choose appropriate actuator control.

6.1.4.1 Improved dynamic model

The model improves if the simplifying assumptions of the unchanging volume and surrounding surface area NSMA, at constant mass, are dropped. $m_s = \rho_s V_s$ In this case, the length of the thread is $s = s_0 + x$, and its diameter is

assumed to be $d_s = d_0 - \mu \frac{x}{s_0} d_0$. where d_0 is the initial diameter of the thread, μ is Poisson's ratio. For the volume of the

$$V_s = \frac{\pi}{4} \left(d_0 - \mu \frac{x}{s_0} d_0 \right)^2 (s_0 + x)$$

thread, we have obtained

$$A_s = \pi \left(d_0 - \mu \frac{x}{s_0} d_0 \right) (s_0 + x)$$

and the surrounding surface is expressed by

After substituting the above expressions into the dynamic model (4.106) of the actuator, it is found

$$\begin{cases} \ddot{m}x + \beta x + k(x_n - x) = -F_s(x, T) \\ \rho_s V_0 c_p \dot{T} + \pi \left(d_0 - \frac{\mu x}{s_0} d_0 \right) (s_0 + x) h_c (T - T_\infty) - \frac{u^2}{R} = 0 \end{cases}$$

The system (4.125) is an improved model of the actuator. It is evident that the two differential equations are coupled and the temperature equation in this case cannot be solved independently.

Determining equilibrium points The equilibrium points x^* And T^* of the system (4) are found at $\dot{x} = 0$, $\dot{T} = 0$,

$$\begin{cases} \omega_0^2(T^*)x^* - f_{sR}(T^*) = f_{s0} \\ (T^* - T_\infty) - \frac{\tau u^2}{\rho_s V_0 c_p R} = 0 \end{cases}, \text{ where from } T^* = 0, \text{ from which the equations follow}$$

$$T^* = \frac{u^2}{A_s h_c R} + T_\infty = T_a + T_\infty = \lim_{\dots} \quad x^* = \frac{f_{s0} + f_{sR}(T^*)}{\omega_0^2(T^*)} = \frac{f_{s0} + f_{sR}(T_{\lim})}{\omega_0^2(T_{\lim})}$$

It is evident that the equilibrium temperature is equal to the limit temperature. If the supply voltage $u=0$, the limit temperature coincides with the room temperature, i.e. $T^* = T_\infty$.

Determination of the relative martensite fraction R_m IN Ikuta model[37] the hysteresis function was proposed

$$R_m = \frac{1}{1 + e^{k_m(\theta - \beta_T)}} \quad \text{where} \quad k_m = \begin{cases} k_m^C & \frac{dT}{dt} < 0 \text{ (охлаждане)} \\ k_m^H & \frac{dT}{dt} > 0 \text{ (загряване)} \end{cases}, \quad \theta \text{ is the difference between the current}$$

temperature T and ambient temperature T_∞ , β is the temperature of the inflection point of the cooling curve and the

heating curve and is defined as follows $\beta_T = \begin{cases} \beta^C & \frac{dT}{dt} < 0 \text{ (охлаждане)} \\ \beta^H & \frac{dT}{dt} > 0 \text{ (загряване)} \end{cases}$. The parameter β^H refers to the

transformation temperatures A_s and A_f , a β^C to M_s и M_f . Furthermore, β includes the effect of mechanical stress on the hysteresis curve. Changes in mechanical stress cause a shift in the transformation temperatures. This effect is added to the constants as is assumed

$$\beta_T = \begin{cases} \beta^C = \frac{1}{2}(M_s + M_f) - T_\infty + c_m(\sigma - \sigma_0) & \frac{dT}{dt} < 0 \\ \beta^H = \frac{1}{2}(A_s + A_f) - T_\infty + c_m(\sigma - \sigma_0) & \frac{dT}{dt} > 0 \end{cases} \quad k_m = \begin{cases} k_m^C = \frac{6.2}{M_s - M_f} & \frac{dT}{dt} < 0 \\ k_m^H = \frac{6.2}{A_f - A_s} & \frac{dT}{dt} > 0 \end{cases}$$

where σ is the tensile stress, σ_0 is the tensile stress at $\theta=0$, k_m^C And k_m^H are called temperature constants for cooling and heating, respectively. The constant in the numerator 6.2 was determined empirically by Ikuta.

In Madill model [38] to describe minor hysteresis loops two new parameters have been added to formula (4.149).

6.1.4.2 Numerical solution of the system of differential equations

The parameters of the SMA filament, determined experimentally [39], are given in Table 11. Fig. 6.34 shows the relative martensite fraction, and Fig. 6.35 shows the type of forces in the SMA filament at different temperatures from 20 °C to 64 °C for the data from Table 2 at a deformation from 0 to 0.005 m. Fig. 6.35 shows the force graphs upon heating from 0 to 70 °C. Fig. 6.37 shows the force graphs.

The results of the numerical solution are presented in Fig. 6.38, Fig. 6.39, Fig. 6.40, Fig. 6.41, Fig. 6.42, Fig. 6.43, Fig. 6.44 and Fig. 6.45:

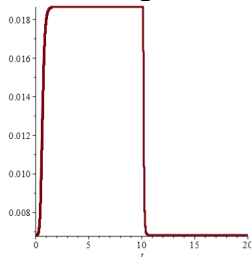


Fig. 6.38 Displacement as a function of time.

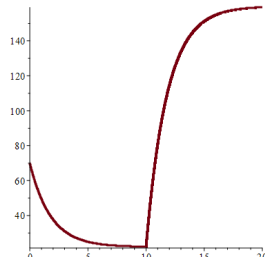


Fig. 6.39 Temperature as a function of time.

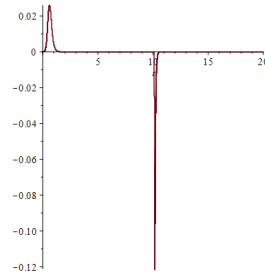


Fig. 6.40 Velocity as a function of time.

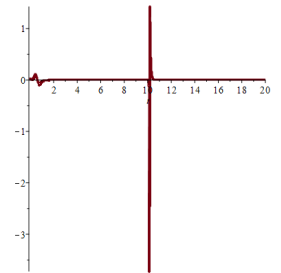


Fig. 6.41 Acceleration as a function of time.

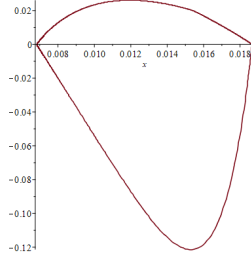


Fig. 6.42 Phase portrait $v=v(x)$.

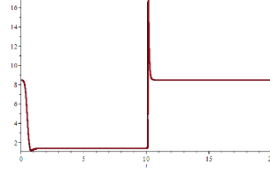


Fig. 6.43 Strength of the SMA thread.

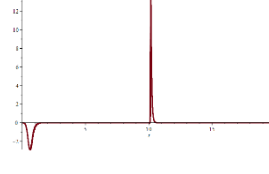


Fig. 6.44 Total force of the SMA thread and the spring.

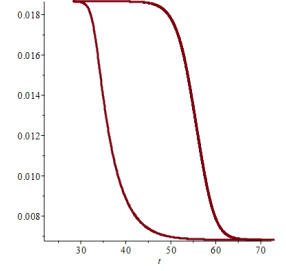


Fig. 6.45 Displacement as a function of temperature.

6.1.4.3 Eliminating the main drawback of the model. Mathematical modeling of minor and subminor hysteresis

The hysteresis of the SMA is described by the relative martensite fraction $R_m(T) = \frac{V_m}{V_s}$, where V_m is the volume of martensite in the total volume V_s of the SMA thread. According to the Madill model described above.

Figure 6.47 illustrates a case where a break is possible. If $M_s < T_f < A_s$, then, after passing from point A to B during heating, cooling begins at a point T_f. If (14) is used, the cooling process starts from point B and a jump appears BC, followed by smooth cooling along the curve DEA.

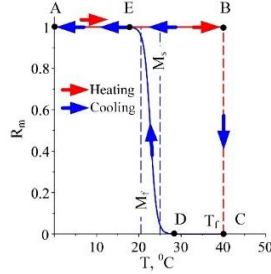
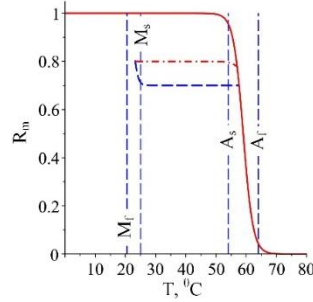


Fig. 6.47 Jump-shaped discontinuity in the relative martensite fraction when the change of sign of the temperature fluctuation is in the interval $[M_s, A_s]$.

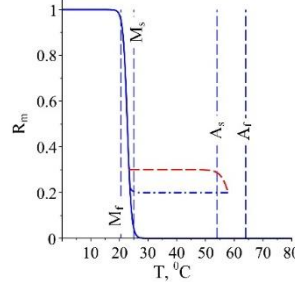
The behavior according to the improved model (4.140)-(4.143) is represented in Fig. 3 by the line (blue arrows), which represents a realistic temperature change for this case. A similar discontinuous function for R_m can be considered if there is cooling from temperature $T > A_f$ and at $T_f \in [M_s, A_s]$ heating appeared.

Subminor (or sub-subminor) hysteresis can only occur when minor (subminor) hysteresis has already occurred.

The temperature at which subminor hysteresis begins is denoted by T_f^s , and the martensite fraction corresponding to this temperature is denoted by R_m^{fs} . The second important condition for the existence of subminor hysteresis is $M_f < T_f^s < M_s$ for minor hysteresis during cooling (Fig. 6.48 a) or for minor hysteresis during heating $A_s < T_f^s < A_f$ (Fig. 6.48 b).



(a)



(b)

Fig. 6.48 Subminor hysteresis: a) for minor hysteresis during cooling; b) for minor hysteresis during heating.

If the point of change of fluctuation sign is in the interval $T_f^s \in [M_s, A_s]$, the hysteresis degenerates into a straight line, similar to the case shown in Fig. 4.65. Subminor hysteresis is described, similar to (40)

$$R_{ma}^C = \begin{cases} 1, & \text{if } M_f > T_f^s > A_f \\ R_m^{fs}, & \text{if } A_f \geq T_f^s \geq A_s \end{cases}, \quad R_{mb}^C = \begin{cases} 0, & \text{if } M_f > T_f^s > A_f \\ 0, & \text{if } A_f \geq T_f^s \geq A_s \end{cases}$$

- (43), as follows:

When the sign of the temperature fluctuations changes from negative to positive, respectively from cooling to

$$R_{ma}^H = \begin{cases} R_m^f - R_m^{fs}, & \text{if } M_f > T_f^s > A_f \\ R_m^{fs}, & \text{if } M_s \geq T_f^s \geq M_f \end{cases}, \quad R_{mb}^H = \begin{cases} 0 & \text{if } M_f > T_f^s > A_f \\ 1 - R_m^{fc} & \text{if } M_s \geq T_f^s \geq M_f \end{cases}$$

heating, the function is:

A numerical experiment was performed to test the developed algorithm for depicting minor and subminor hysteresis. Fig. Fig. 6.49 shows a test function of temperature as a function of time. It is assumed that the initial temperature T_0 is when the SMA changes from austenite to martensite, i.e. the cooling process is present and the SMA is in the austenite phase.

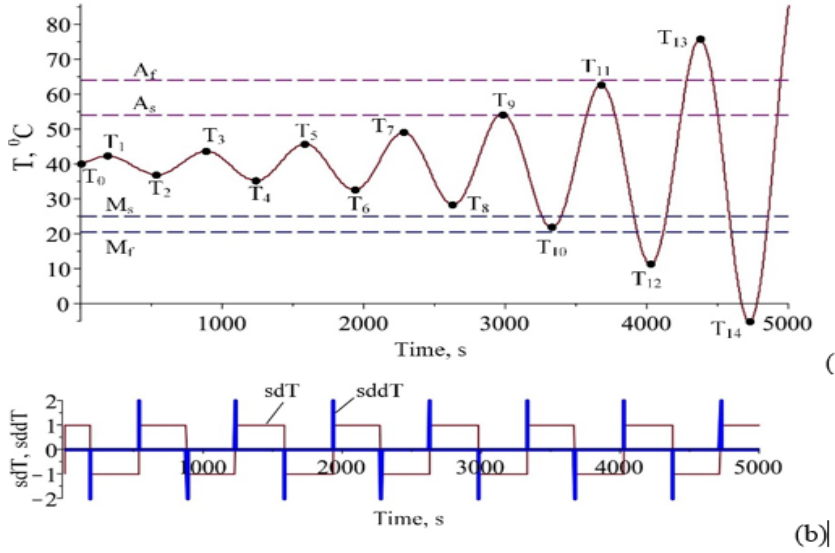


Fig. 6.49 Graph of the test function: a) temperature graph; b) temperature indicators sdT and $sddT$.

Temperature fluctuations occur when heating alternates with cooling and vice versa. In Fig. 6.49(a), these change points correspond to local temperature extremes, denoted by T_i ($i=1,2,\dots,14$). A numerical algorithm has been developed to determine these points and the results are shown in Fig. 4.68(b). According to the algorithm, the sign of the temperature derivative as a function of time is calculated from the function $sdT_i = \text{sign} \dot{T}$ and its values are equal to $\pm$

1. The additional function $sddT_i = sdT_{i+1} - sdT_i$, which successively finds the differences of two adjacent signs of the temperature derivatives, shows that a fluctuation occurs if it takes a value of ± 2 . Depending on where the point of temperature fluctuations is, the necessary equation is applied to calculate the relative martensite fraction. The two graphs in Fig. 6.50 show the two possible cases in determining the martensite fraction. If the model (4.136) is used (Fig. 6.49a), 10 cases of a jump-like change in the relative martensite fraction can be distinguished. It is a smooth function only for the points $T_{12} \div T_{14}$, which are outside the temperature range $[M_f, A_f]$. Fig. 6.50b) shows the points obtained using the developed improved model. As can be seen, degenerate hysteresis appears for points $T_0 \div T_8$. The points T_9 and T_{10} describe subminor hysteresis, and minor hysteresis starts from a point T_{11} .(a)

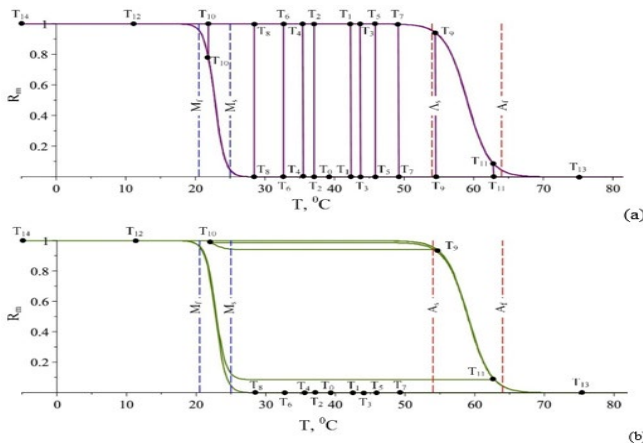


Fig. 6.50 Relative martensite fraction R_m : a) without taking into account the minor and subminor hysteresis; b) with taking into account the minor and subminor hysteresis.

Experimental studies and model validation

Experimental studies of the actuator are carried out using an original experimental setup, shown in Fig. 6.51. Its functionality allows measuring the force, temperature and displacement of the filament as a function of time. The design of the experimental setup allows the study of filaments of different diameters and lengths with the possibility of adjusting the pre-tension force.

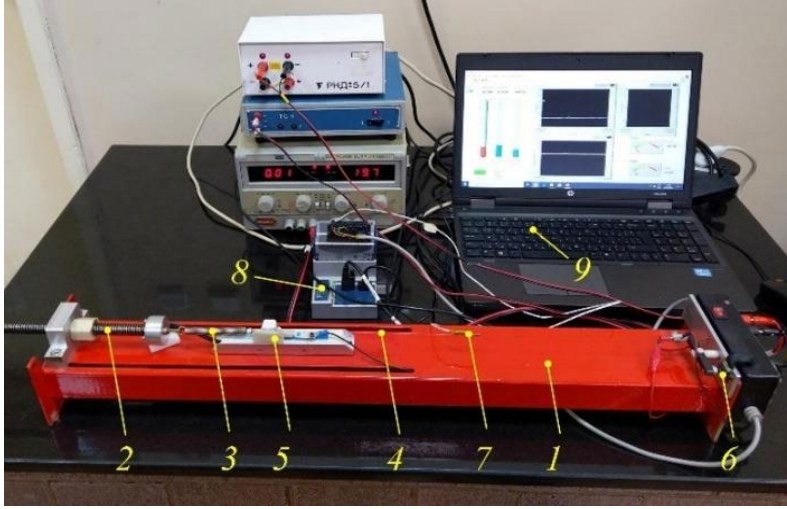


Fig. 6.51 Experimental stand for researching SMA threads.

The experimental stand consists of a base 1 with a tension screw 2 and a bearing. By turning the screw, a pre-tension is created in the spring 3 and the SMA thread 4 connected in series. One end of the thread is connected to the spring through a non-contact magnetic displacement sensor 5, and the other end is connected to a sensor 6 through a lever to measure the tensile force in the thread. The thermocouple 7 connected to the thread measures its temperature. The sensors register the change in the length of the thread and the change in temperature and force, and the output signals are sent to the NI cDAQ 9174 - 8 data acquisition system. A program has been developed in LabVIEW 9 for processing and visualization of the data 9. Fig. 6.52 shows the experimentally obtained graphs of the temperature, force and displacements of the thread when changing the fill factor in the range of $0.1 \div 0.9$ at a frequency $f=0.1$ Hz. The analysis of the presented in Fig. 6.52.

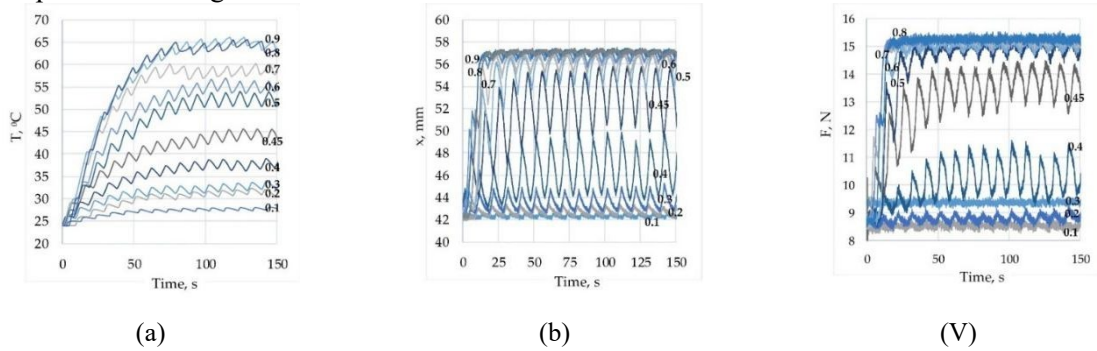


Fig. 6.52 Parametric temperature study T_a), the relocation x_b) and the force F_c) when changing the fill factor from 0.1 to 0.9 and $f=0.1$ Hz.

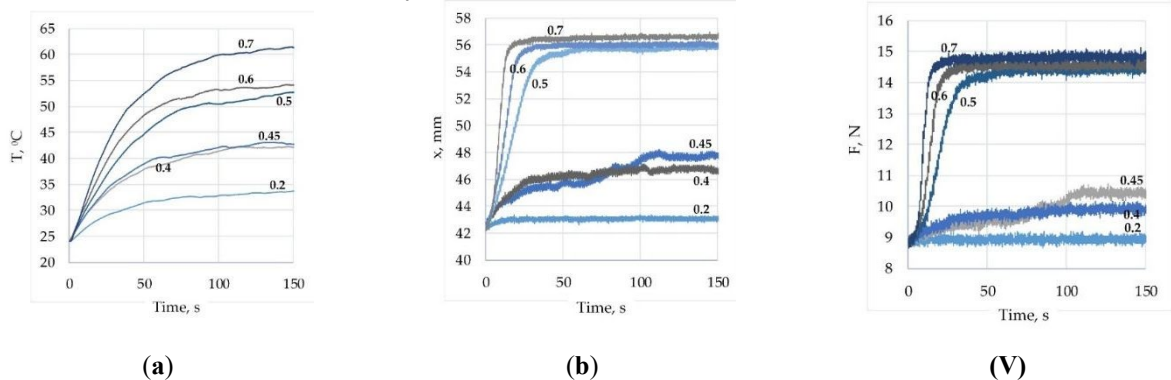


Fig. 6.53 Parametric study of temperature T_a), the relocation x_b) and the force F_c) when changing the filling factor from 0.1 to 0.7 and $f=1$ Hz.

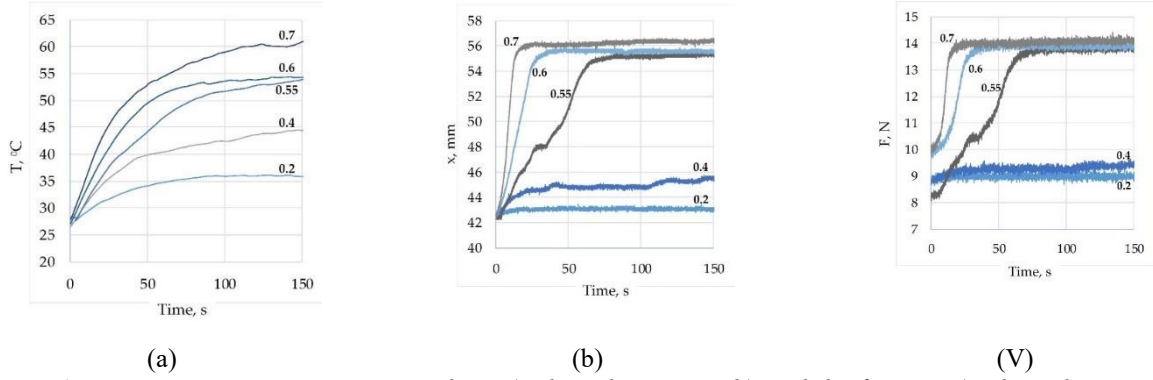


Fig. 6.54 Parametric temperature study T a), the relocation x b) and the force F c) when changing the filling factor from 0.1 to 0.7 and $f=10$ Hz.

The corresponding displacement graphs are shown in the same figure. At a frequency of 0.01 Hz, the average displacement is 50 mm, and its variation is between 42 and 57 mm. At a frequency of 0.1 Hz, the variation in displacement is much smaller, but the average displacement is about 55 mm. The force graph has a similar character.

Fig. 6.55 shows the change in temperature, displacement and force for the value of the fill factor $With=0.5$ and the different PWM frequencies - from 0.01 Hz to 0.4 Hz. Each graph indicates the PWM frequency at which the corresponding graph was obtained. At a frequency of 0.01 Hz, the exponential nature of the filament temperature during heating and cooling is visible. At all frequencies, there are fluctuations in temperature and with increasing frequency, the amplitude of the fluctuations decreases. For all cases, the average temperature is about 43°C , which indicates that this average temperature can be maintained at any frequency, but with varying degrees of deviation due to periodic fluctuations.

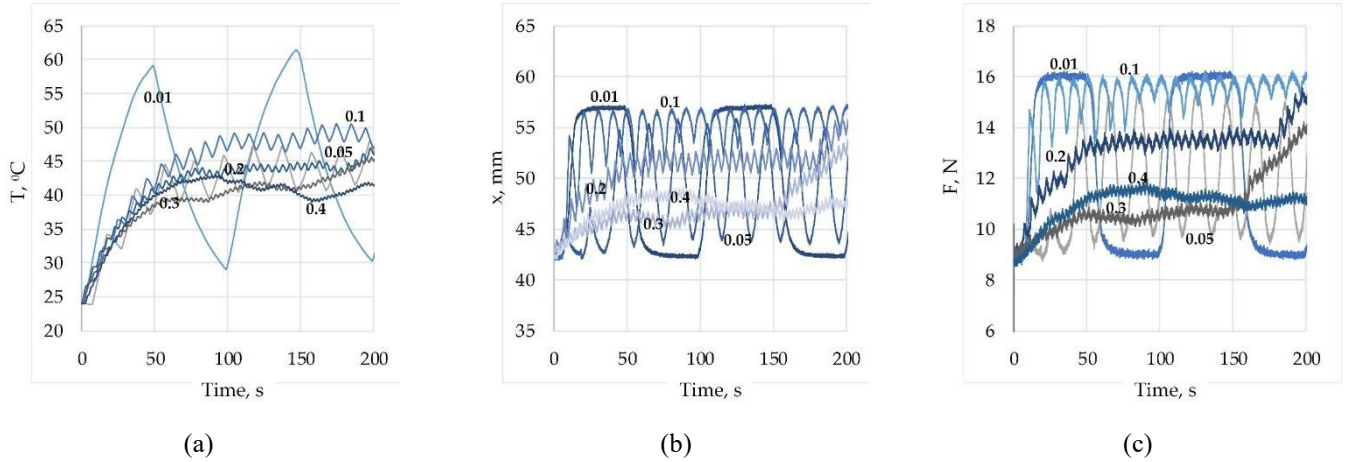


Fig. 6.55 Parametric temperature study T (a), the relocation x (b) and the force F (c) for different frequencies and $z=0.5$.

The validation of the developed mathematical model (4.113) is carried out by comparing numerical and experimentally obtained results. Fig. 6.56 (a) shows theoretical and experimental results for temperature and displacement for a value of the filling factor of 0.5 and a PWM frequency equal to 0.01 Hz. Positions 1 and 3 denote the theoretical values of temperature and displacement, calculated by the system (4.113), respectively. Positions 2 and 4 denote the experimentally obtained values of temperature and displacement, respectively. Analysis of the graphs shows some differences, but the degree of coincidence is sufficiently high. This is also confirmed by the hysteresis shown in Fig. 6.56 (b), in which the double loop is due to differences for the two heating cycles shown. The differences between the graphs can be explained by insufficiently accurate identification of the numerical values of the parameters, as well as by the significant sensitivity of the system to some factors that are not included in the mathematical model or whose influence cannot be predicted, mainly - the presence of random air flows, imperfections in the design of the experimental stand and constantly changing environmental conditions during the experiment. The influence of the thermocouple on the measured temperature is minimized by using a thermocouple whose dimensions are close to the diameter of the filament.

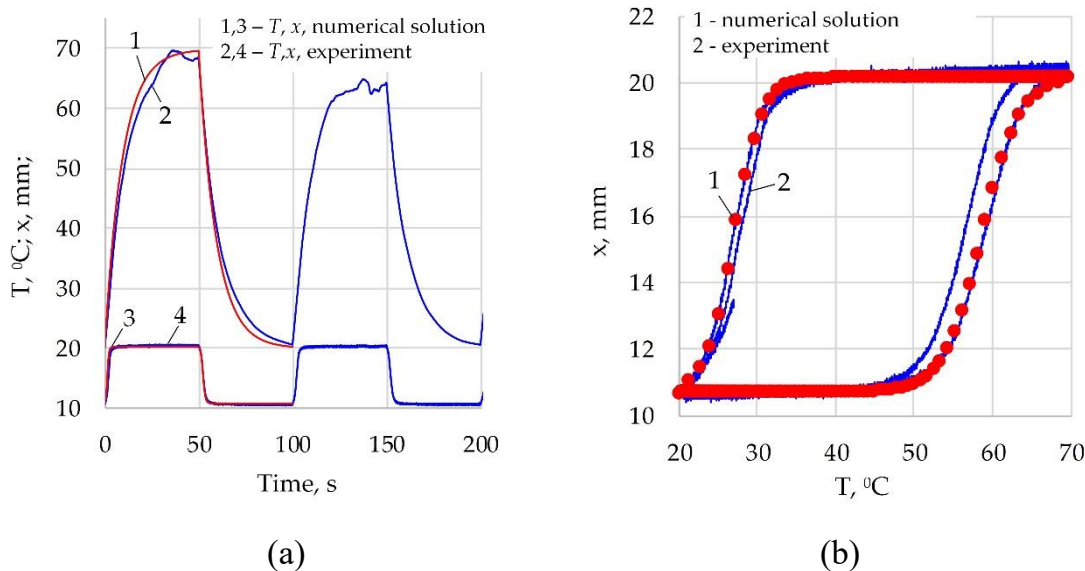


Fig. 6.56 Comparison of experimental and numerical results: a) displacement x , temperature T and voltage u of the conductor as a function of time; b) temperature hysteresis.

6.1.4.4 Conclusion on modeling issues for SMA filament actuators

The development of a mathematical model of an actuator consisting of a filament of SFP connected in series with a spring is presented, allowing for in-depth modeling of the actuator dynamics. The model considers the dynamics of the mechanical subsystem of the actuator and the heat exchange between the filament and the environment. Through a detailed theoretical analysis, two nonlinear ordinary differential equations were obtained, whose generalized coordinates are the displacement of the mass representing the actuator and the temperature of the filament. The analysis shows that the elasticity coefficient of the filament and the natural frequency of the mechanical subsystem depend on the temperature and deformation of the filament. The pulse length of the control voltage signal should be determined depending on the temperature time constant of the system, and the use of pulses longer than 5τ is meaningless.

To increase the accuracy of the modeling, an algorithm for modeling minor and subminor hysteresis has been developed, which eliminates the shortcomings of the classical model, especially the jumps in the relative martensite fraction. This algorithm improves the accuracy of the modeling, especially when using PWM control, where minor and subminor hysteresis are likely to occur.

Experimental studies show that the system is very sensitive and there are factors that cannot be worked out in the mathematical model. Experiments show that increasing the fill factor increases the filament temperature, but there is no linear relationship between them. The fact that by setting constant values of the fill factor it is not possible to obtain a stable value of the displacement and force shows that it is more appropriate to use a feedback control system in which the control parameters are voltage, frequency and fill factor. Model validation shows that the differences between the results of the developed model and the experimental results are acceptable.

7 Chapter Applications of drives using shape memory alloys on models and prototypes developed in the TMM department

7.1 Valve control

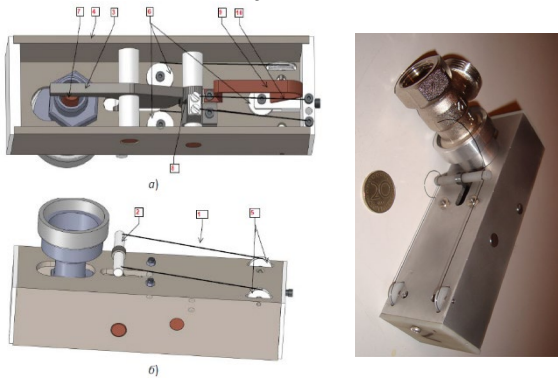
Using SMA threads, actuators for valve heads were created for use in building installations and primarily in water, steam and air heating systems. These actuators are divided into two types with proportional and digital (on/off) action. With proportional action, the valve piston can be positioned at any point in the stroke and provide a different amount of flow depending on its fixed position. With digital action, the valve piston can occupy only two end positions - fully open and fully closed. In this case, bistable mechanisms are very suitable for application, because in addition to providing on/off action, they create opportunities for shortening the stroke of the SMA drive threads and for introducing elastic elements through which part of the control energy is recovered.

7.1.1 Proportional valve control

A 3D model of one of the first proportional valve heads for controlling valves via a wire from a PFM, created in the MEMS laboratory at the TMM Department, is shown in Fig. 7.1. The principle of operation of the valve is as

follows: In order to extend the path of the wire 1, as well as to increase the force at a lower current, the power flow is divided into two equal branches. For this purpose, two ends of the wire are attached to an elastic beam 2 at the lower end of an angular rocker 3. The elastic beam is located outside the housing, which is made of a material with high thermal conductivity. With the help of vertically located rollers 5 at the end of the base, the wire is transferred to the inner part of the housing, being located close to its walls for additional heating. Almost under the axis of the angular rocker are two horizontal rollers 6, through which the direction of the PFM wire is reversed. The middle end of the wire makes a loop, wrapping around a third horizontal roller 6, through which the initial tension is adjusted. At the left end, the angular rocker contacts the piston of the main valve 7, subject to adjustment. The spring of this valve serves to restore the initial position. At the right end, the angular rocker is made of a round shape, through which it contacts a fixing cam 8, which is pressed against the rocker with the help of a flat spring 9. The cam locks the angular rocker and thus ensures the set position of the piston. The locking mechanism avoids the consumption of energy to maintain the valve piston in a set fixed position. To unlock the mechanism, a second wire from the SMA 10 is used, to which a short electrical pulse is applied for this purpose, which causes the cam to rotate and breaks contact with the rocker. The separation of the cam from the angular rocker arm allows it to move under the action of the piston spring 7 and restore its final position at a fully open valve, or to assume a new position.

The entire device is housed in a plastic decorative housing, which houses the batteries, electronic part, display, and buttons for manual adjustment.



V)

Fig. 7.1 3D drawing of a proportional valve head driven by a PFC; a) top view; b) side view with the connecting element to the valve; c) prototype of the control head.

The produced prototypes demonstrated high reliability and control stability.

In terms of energy consumption, this mechanism turned out to have a lower efficiency factor (EFF) compared to the world's leading models.



Fig. 7.3 Demonstration of the principle of operation of a proportional control head in Microtechnics and Micromechatronics classes.

The control head found application for demonstrations of the shape memory effect and was included in the curriculum of students studying mechatronics. Fig. 7.3 shows an experimental setup for demonstrating the principle of operation of the proportional head for controlling a valve via wires from the SMA. The digital indicator clock measures the stroke of the valve piston and records it in a computer in real time.

Since the efficiency of the first valve head did not meet modern requirements, several more samples of proportional control heads were designed, manufactured and tested in the MEMS laboratory.

The following designs were with minimized dimensions and with the minimum possible number of parts, which was contributed by the rotational shape of the housing. Fig. 7.4 a) shows a Solidworks drawing of a control thermostat head, and Fig. 7.4 b) shows its prototype.

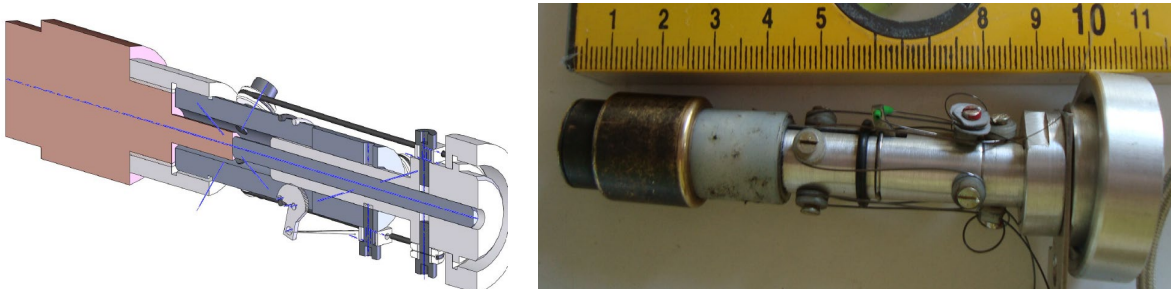


Fig. 7.4 Control head with rotary design: a) Solidworks drawing of a control thermostat head; b) prototype of the rotary head.

The locking mechanism also underwent development, initially using a self-tightening cam (Fig. 7.4), which was then replaced by a truncated cone Fig. 7.5 b). Fig. 7.5 a) shows a test stand for one of the types of rotary control head with thermostat and plastic housing. To fix the position of the actuator, a locking cone mechanism resembling a collet was used, which is located at the end of the cylindrical housing Fig. 7.5 b).

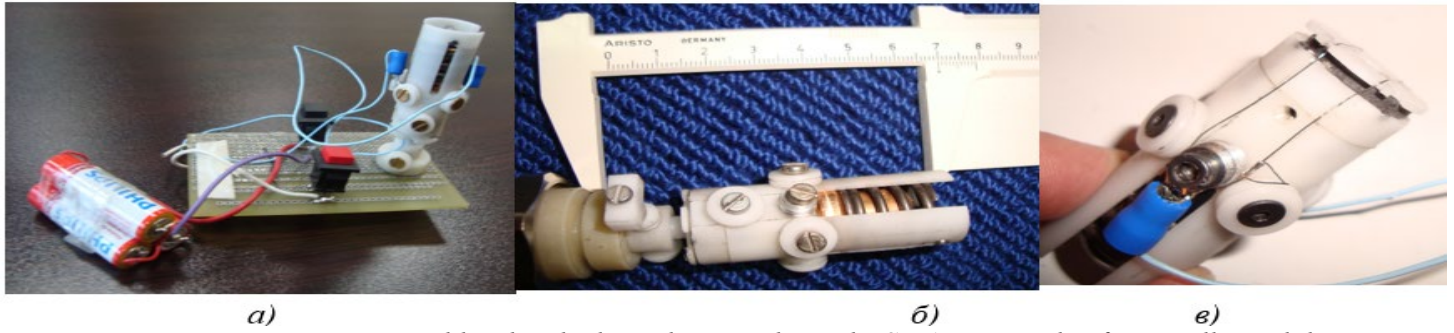


Fig. 7.5 Rotary control head with plastic housing driven by SMA wires with a fixing collet and thermostat: a) test stand b) close-up view, c) locking mechanism.

One of the insurmountable challenges with proportional head actuators is that to fix the position of the actuator, either a continuous voltage must be applied to the actuator wire or an additional locking mechanism must be added. This disadvantage does not exist with bistable mechanisms, which are difficult to adapt for proportional control, but are the most suitable actuator for on/off systems.

7.1.2 Bistable valve control

7.1.2.1 Single-lever bistable control mechanism, driven by SMA threads

A photo of the first prototype of a control head of a valve with a bistable mechanism, switched with SMA threads, is shown in Fig. 7.6 a). The kinematic scheme of this mechanism is assumed to consist mainly of a lever and a spring (Fig. 7.6 b), although the structural analysis when considering the roller and the slider classifies it as a tangent elementary mechanism. This is a classic bistable mechanism with undoubtedly the simplest kinematic scheme and the widest practical use. Due to the simplicity of the kinematic chain, one should expect the best results from it in terms of dynamics and low energy consumption. In fact, these expectations were refuted by the experimental results. In order to be functional, the mechanism must work with a very stiff spring, which loads the supports and very high reactions appear, leading to an increase in friction forces and deterioration of dynamics. In addition, the large spring force leads to a loss of its stability, which necessitates the inclusion of additional spring guides, which introduce new friction forces and corresponding losses. The large support reactions did not allow the use of modified supports with small radii of curvature.

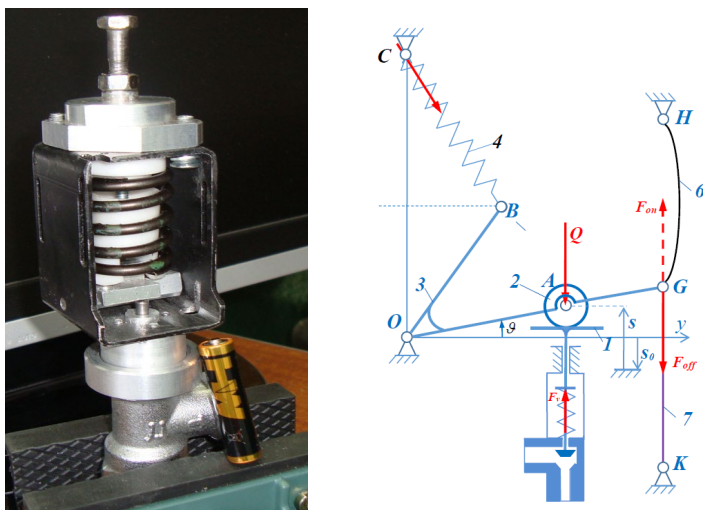


Fig. 7.6 First prototype of a bistable valve control mechanism driven by a SMA: a) Photograph; b) Kinematic diagram.

7.1.2.2 Bistable cam-lever valve control mechanism

Fig. 7.7 shows the kinematic diagram of the mechanism. The principle of operation is as follows: The slider, with position (1), moves the piston of a normally open, monostable valve, being driven by a lever, with position (3), from wires (5) and (6), made of shape memory alloy. The wire with position (6) serves to open the valve, and the one with position (5)- for closing. In order to reduce the friction forces, the lever (3) contacts the slider (1), through a roller bearing (2), rotating around point “A”. At point “B” of lever 3 is located the center of a roller bearing (4), which contacts a contour in the shape of a circle, with center point “C”, in the plane of a rocker (5), which in turn rotates around a fixed point “D”. At point “E” is suspended a tension-loaded spring with regenerative action.

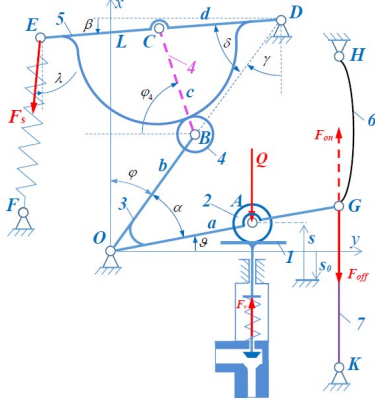


Fig. 7.7 Kinematic diagram of a bistable cam-lever mechanism for controlling a valve.

The lever mechanism serves to convert the monostable action of the valve into a bistable one, for which the dimensions of the links and the spring force are determined so as to obtain a point of unstable equilibrium in the middle of the valve piston stroke at a given characteristic of the elastic force of the valve spring. Another important function that is embedded in the principle of operation of the mechanism is to reduce the valve force by the force of a recovery spring, which has the opposite direction of action. Through the cam-lever mechanism, the recovery spring reduces the force of the valve spring and significantly reduces the potential energy that the SMA wires must overcome. Here we will consider the synthesis in which the aim is to make the shape memory alloy the driving force up to the point of unstable equilibrium, and then the drive is taken over by the recovery spring. In this way, the potential energy that must be overcome by the shape memory alloys is many times lower than the full potential energy of the valve spring, and this reduces energy consumption. At the same time, a bistable effect is achieved and the valve operates in on/off mode.

Force analysis of a bistable cam-lever mechanism. Initially, the kinetostatic equilibrium of the asura group, consisting of units 4 and 5, was considered. Inertial forces were neglected. At point E the spring force acts, which is calculated by the formula $F_s = (L_s - L_{s0})k$, where $L_s = \sqrt{(x_F - x_E)^2 + (y_F - y_E)^2}$ is the length of the stretched spring (the distance between points E and F), L_{s0} is the initial length of the spring and k is the coefficient of elasticity of the spring.

Since no external forces act on unit 4, the ideal reactions $\vec{R}_{45} = -\vec{R}_{54}$ And $\vec{R}_{43} = -\vec{R}_{34}$, have directrices coinciding with the segment CB (Fig. 7.9). The condition for equilibrium of moments about a point is considered. $\sum_{(4,5)} M_{D_i} = 0$, equivalent to $F_s h_s = R_{34} h_{34}$, where

$$h_s = L \cos(\beta + \lambda), \quad h_{34} = d \sin(\beta + \varphi_4). \quad (7.15)$$

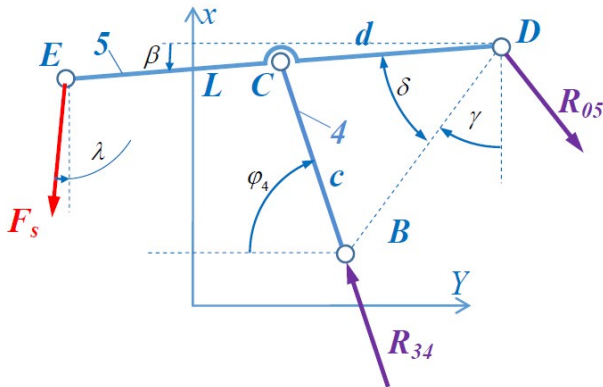


Fig. 7.9 Kinetostatic equilibrium of asura group 4,5.

After substituting formulas (15) into equation (14), we obtain

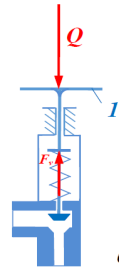
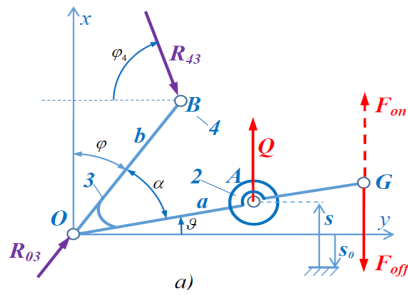
$$R_{34} = F_s \frac{L \cos(\beta + \lambda)}{d \sin(\beta + \varphi_4)}. \quad (7.16)$$

The ideal reaction in a point D , R_{05} follows from the balance of forces for the entire asura group, which reduces to the vector equation $\vec{F}_s + \vec{R}_{34} + \vec{R}_{05} = 0$. By the cosine theorem for the magnitude of the ideal reaction at a point D it is intentional

$R_{05} = \sqrt{F_s^2 + R_{34}^2 + 2 F_s R_{34} \sin(\lambda - \varphi_4)}$. The direction of R_{05} , found by the three-force equilibrium theorem is not shown here.

In the second stage of the force analysis, the equilibrium of the asura group 2, 3 is considered with neglected friction forces (Fig. 7.10a). Here the reaction at point A is marked with Q . It is known to have a vertical direction and an applied current A . The strengths of the SMA wires F_{on} and F_{off} are not included here because they drive the mechanism and are subject to determination after the load from the valve is taken into account. The moment equation has been compiled

again $\sum_{(2,3)} M_{O_i} = 0$ for the entire asura group relative to a point O , which leads to $Qa \cos \vartheta = R_{43}b \sin(\varphi_4 + \vartheta + \alpha)$ from where $Q = R_{34} \frac{b \sin(\varphi_4 + \vartheta + \alpha)}{a \cos \vartheta} = R_{34} \frac{b}{a} [\sin(\varphi_4 + \alpha) + \cos(\varphi_4 + \alpha) \tan \vartheta]$. If we assume that the angle $\lambda \approx 0$



expression (17) can be reduced to

$R_{34} = F_s \frac{L}{d \sin \varphi_4 + \cos \varphi_4 \tan \beta}$. After substituting formula (21)

into (20), we obtain $Q = F_s \frac{Lb \sin(\varphi_4 + \alpha) + \cos(\varphi_4 + \alpha) \tan \vartheta}{ad \sin \varphi_4 + \cos \varphi_4 \tan \beta}$.

Fig. 7.10 Kinetostatic equilibrium of the driving and driven groups: a) driving axle group 2,3; b) driven unit 1 and the valve reaction.

The force from the valve spring F_v was obtained experimentally and approximated by the expression $F_v = F_{v0} - sk_v$, where k_v is the coefficient of elasticity of the valve spring. In and near the closed position, the valve piston is acted upon by the force of the fluid pressure. Due to the low pressures in the hydraulic systems under consideration, this force is neglected.

From Fig. 7.10 b) it is evident that the reduced force Q of the recuperative spring is subtracted from the valve elastic

$$Q - F_v = F_s \frac{Lb \sin(\varphi_4 + \alpha) + \cos(\varphi_4 + \alpha) \tan \vartheta}{ad \sin \varphi_4 + \cos \varphi_4 \tan \beta} - (F_{v0} - sk_v)$$

force, which means that at point A a force acts. If it is assumed that the driving forces of the SMA wires are in vertical directions, then in this case they must satisfy the conditions

$$\frac{a}{L_s} |Q - F_v| \leq \begin{cases} F_{off} & 0 \leq s \leq \frac{h}{2} \\ F_{on} & \frac{h}{2} \leq s \leq h \end{cases}, \text{ where } L_s = OG, h = s_{\max} \text{ is the valve stroke.}$$

Synthesis under the conditions of recuperation and bistability. In a simplified form, the task of synthesis is expressed in determining the dimensions of the units and the parameters of the recuperative spring, so as to achieve equality of the recuperative and valve forces in the middle of the stroke. This is the condition for indifferent equilibrium.

To achieve bistable behavior, it is necessary before the equilibrium point $Q - F_v > 0$, and after it $Q - F_v < 0$. These conditions guarantee two stable positions of the mechanism. Additional conditions of the synthesis are the differences

of the two forces $|Q - F_v|$ to be minimal, but at the end of the stroke not less than the force F_p , which acts on the valve piston in the closed position and initially not less than the minimum valve force in the open position.

From the conditions formulated in this way, the dependencies follow:

$$F_s\left(\frac{h}{2}\right) \frac{Lb}{ad} \frac{\sin\left[\varphi_4\left(\frac{h}{2}\right)+\alpha\right]+\cos\left[\varphi_4\left(\frac{h}{2}\right)+\alpha\right]\tan\vartheta\left(\frac{h}{2}\right)}{\sin\varphi_4\left(\frac{h}{2}\right)+\cos\varphi_4\left(\frac{h}{2}\right)\tan\beta\left(\frac{h}{2}\right)} = \left(F_{v0}-\left(\frac{h}{2}\right)k_v\right)$$

$$F_s(0) \frac{Lb}{ad} \frac{\sin[\varphi_4(0)+\alpha]+\cos[\varphi_4(0)+\alpha]\tan\vartheta(0)}{\sin\varphi_4(0)+\cos\varphi_4(0)\tan\beta(0)} - F_{v0} > 0, \quad F_s(h) \frac{Lb}{ad} \frac{\sin[\varphi_4(h)+\alpha]+\cos[\varphi_4(h)+\alpha]\tan\vartheta(h)}{\sin\varphi_4(h)+\cos\varphi_4(h)\tan\beta(h)} - (F_{v0}-hk_v) > F_p$$

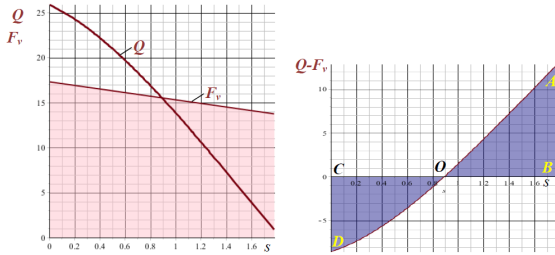
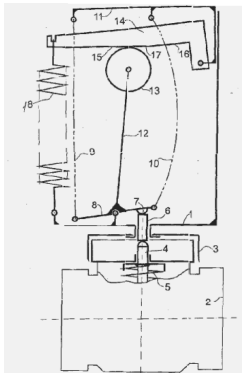


Fig. 5 shows graphs from the synthesis, showing the ratio of forces.

Fig. 7.11 Optimization results: a) graph of the recuperative and valve forces; b) the difference of the two forces.

From Fig. 7.11 a) it is evident that when closing the valve according to a scheme with analog action, work must be done equal to the area of the trapezoid formed by the line of the spring force and the abscissa. In the newly synthesized mechanism, the work is the area of the curvilinear triangle OAB (Fig. 7.11 b). The ratio of the two areas is more than 5:1, which indicates that the ideal recovered energy during closing is more than 5 times lower than that without recovery. The obtained result proves that an improvement in the energy efficiency of the synthesized mechanism has been achieved [40].



7.1.2.3 Bistable valve actuation via cam-lever mechanism with two-sector plane cam

Another variant of the kinematic scheme of a bistable valve is shown in Fig. 7.12 [41]. The difference with the above-considered control head with a cam-lever mechanism is that the cam formed on the rocker is modified in two planes with a secant line corresponding to the unstable equilibrium position. The device consists of a housing (1), fixedly connected to a valve (2) by a fastening nut (3) and a slider (6), contacting a valve stem (4), supported by a valve spring (5). A rotating rocker (8) is mounted to the housing (1) with a spherical support (7) attached to one of its arms, which is in contact with the slider (6).

Fig. 7.12 Bistable valve actuation by a cam-lever mechanism with a two-sector plane cam [41].

Shape memory alloy wires of a closing actuator (9) and an opening actuator (10) are attached to the two arms of the rocker arm (8). The ends of the wires of the actuators (9 and 10) are connected to both sides of an upper support (11) fixedly connected to the housing (1).

The rocker arm (8) comprises a crank (12) asymmetrical on both its arms, to which is mounted a rotating roller (13) in contact with an outer contour (15) and an inner contour (16) of a profile lever (14) which is rotatably connected to the upper support (11) and to which is attached a counter-acting spring (18) connected to the housing (1). The contours (16) and (17) intersect at a corner point (17).

Many other kinematic schemes were designed and tested, with the one with a knife-edge kinematic pair proving to have the best experimental performance in terms of energy consumption. A simplified 3D model of this kinematic chain is shown in

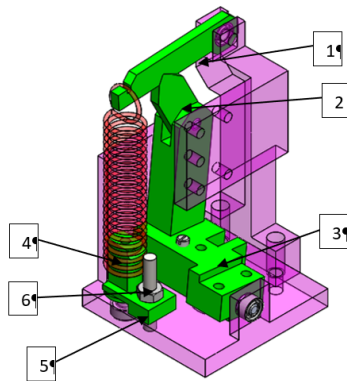


Fig. 7.13 Simplified 3D model of the selected bistable actuator.

Rocker arm 1 is mounted on one end and loaded by the return spring on the other. The crank arm 2 with a knife-edge kinematic pair together with a three-arm rocker arm 3 transmit the movement of the valve piston. The regulator 4 serves to adjust the tension of the return spring. The limiter 5 serves to fix the regulator around its axis of rotation. 6 denotes a stud and nut used to fix the limiter after adjusting the stroke.

Fig. 7.14 shows the two bistable positions of the mechanism. The threads, also called SMA wires, are indicated by positions 38 and 40. They shorten when an electric current flows through them, which heats them. When the valve is in the open state, the SMA wire 38 is stretched by the three-armed lever 8, while the wire 40 is relaxed. When an electric voltage is applied to the wire 38, its shortening will be caused and this rotates the three-armed lever. This rotation is up to the

middle of the stroke, after which the hot wire 38 begins to relax and cool, but the rotation of the three-armed lever continues under the action of the recuperative spring 18, which transmits its force through the rocker 12 and the winding fork 44 with the knife pair. The three-armed lever moves the valve piston 72 and the valve closes Fig. 7.14 b). During the rotation by the recovery spring SMA wire 40 is stretched and is ready to return the three-armed lever in the opposite direction, which is carried out after applying electrical voltage to its ends. In this case, the driving SMA wire 40 again has to rotate the three-armed rocker arm only to the middle of its stroke. Then the movement is taken over by the valve spring until the valve is fully opened Fig. 7.14 a).

The operating principle of the control valve head is such that the SMA wires are not required to drive only half of the stroke. For the rest, the driving units are the springs in which potential energy is accumulated. This leads to a reduction in energy consumption and allows the SMA wire that is being relaxed to cool down while the other one is working.

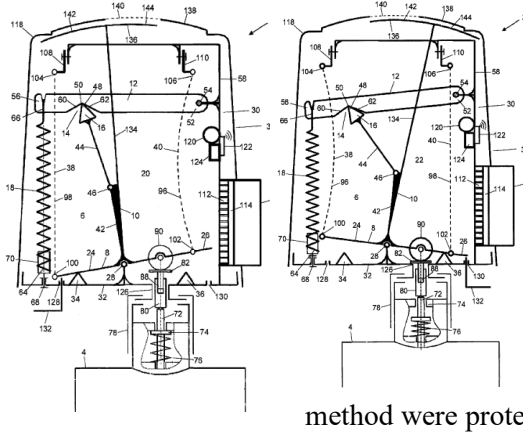


Fig. 7.14 The two bistable positions of the selected mechanism protected by patents: a) open valve; b) closed valve [42], [43].

This actuator has another feature that was used to create a smart valve for continuous monitoring of the properties of the fluid flowing through it. Research has shown that the spring actuator in the second half of the stroke guarantees the same initial conditions of the differential equation of motion. This gives reason to assume that if there are any changes in the movement of the actuator, it is due to changes in the properties of the fluid. The device and the monitoring method were protected by a European patent [43].

7.1.2.4 Power synthesis of the bistable mechanism

Fig. 7.15 shows kinematic diagrams of the valve under consideration in two extreme static positions. The valve has a discrete action, as its units remain stationary only in these two positions. In the closed position (Fig. 7.15 a) a recuperative spring 7 through a rocker 1 and a roller 2 presses the slider 3 so that it rests on the face of the valve inlet and closes the flow of fluid. In this position, the mechanism is in static equilibrium due to the balancing of forces with the reaction of the face of the valve opening. In the open position (Fig. 7.15 b) the valve passes the maximum amount of fluid. To be brought from the closed to the open position, the rocker 1 is rotated using an opening thread 5 of the SMA. This rotation continues until the rocker does not rest on the limiter 4. The rotation is performed counterclockwise. When the rocker arm rests against the stop 4, the valve is in its second static equilibrium open position, since the forces acting on the valve are balanced by the reaction of the stop 4.

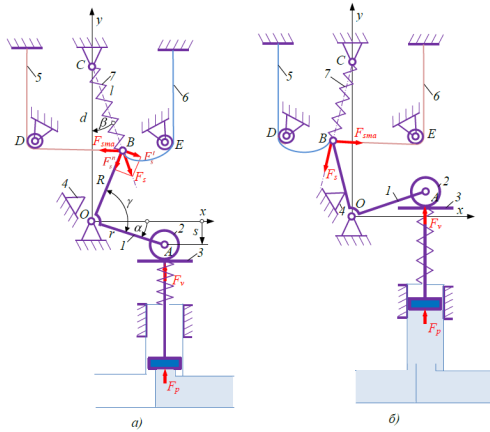


Fig. 7.15 Kinematic diagrams of the considered valve control mechanism in two extreme static positions; a) closed position; b) open position.

The valve is switched back from the open to the closed position using a thread from the SMA 6, which in this case rotates the crank counterclockwise. The activation of threads 5 and 6 is based on the action of the one-way shape memory effect that occurs in the SMA after heating. In this particular case, the threads are heated by directly passing an electric current through them.

The valve thus designed can operate independently or be used to control a normally open proportional (analog) valve. In the second case,

the proportional valve is converted into a discrete one.

Basic kinematic and force relationships. For the lengths of the kinematic diagram shown in Fig. 1, the following notations are used: $OA = r$, $OB = R$, the distance between the fixed hinges is assumed $OC = d$, and the deformed length of the spring is expressed by $BC = l$. The angles are labeled as follows: $\angle OAB = \gamma$ And $\angle OCB = \beta$. The position of slider 3 is set by the generalized coordinate $y_A = s$.

The rotation of the rocker arm 1 is determined by its angle $\alpha = \arcsin \frac{s}{r}$ The angle of inclination of the spring is

$$\beta = \arctan \frac{R \cos(\alpha + \gamma)}{d - R \sin(\alpha + \gamma)}$$

The spring force is expressed by $F_s = (l_0 - l)k$ where l_0 is the length of the undeformed spring, k is the coefficient of elasticity of the spring. The moment of the spring force about a point A is $M_s = F_s R = R(l_0 - l)k \cos(\alpha + \gamma - \beta)$. The length of the compressed spring is $l = \sqrt{R^2 + d^2 - 2dR \sin(\alpha + \gamma)}$.

The moment of force of the valve spring F_v and the force of water pressure F_p relative to point A is $M_v = (F_v + F_p)r \cos \alpha$, where $F_v = F_{v0} - k_v r (\sin \alpha - \sin \alpha_c)$ is the force of the valve spring, F_{v0} is the force with which the valve spring acts on the piston in the closed position when $\alpha = \alpha_c$, And F_p is the force from the fluid pressure. In Fig. 7.16, graphs of the moments of the recovery spring, the valve spring with the pressure and the total moment are shown. $M_s + M_v$. These graphs were obtained for an initial stage of valve design, when its parameters were chosen approximately and not yet specified as a result of the optimization proposed here. If friction forces and the forces of the threads from the SMA are neglected, the intersection of the total moment with the abscissa defines the angle α_b of the rocker arm, in which the mechanism is in an unstable equilibrium position.

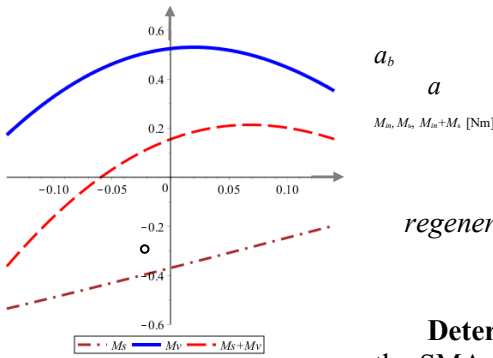


Fig. 7.16 Moments about the axis of rotation of the rocker arm of the regenerative spring M_{in} , the valve spring with the pressure M_s and the moment is $M_{in} + M_s$.

Determining the influence of forces in SMA threads The overall influence of the SMA threads on the movement of the valve units can only be determined after thorough dynamic modeling. The valve contains mechanical, hydraulic, and electrical parts that are interconnected and mutually influence each other. To create a complete multiphysics dynamic model, each of the systems and their influence on the overall model must be analyzed in detail. Here, the static parameters of the SMA threads will be described in order to find the conditions for equilibrium of the valve in the extreme positions as well as the conditions for actuation from these extreme positions.

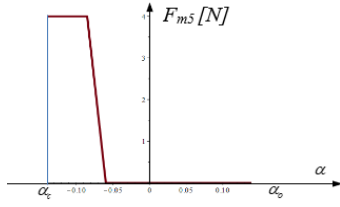
The structure of the valve mechanism and its control are such that they do not allow both threads to be simultaneously driving or simultaneously damping. Moreover, ideally there should be no simultaneous overlap of the driving of one thread with the damping of the other. In practice, the latter is difficult to achieve, so the least possible overlap of the two actions is sought.

The deformation of the opening thread is $\Delta_{m5} = \Delta_{m50} + R[\cos(\alpha + \gamma) - \cos(\alpha_b + \gamma)]$, where the angle α_b is the position of the rocker at which there is unstable equilibrium. This angle is determined by numerically solving the equation $M_v(\alpha_b) + M_s(\alpha_b) = 0$. With some approximation, the force is assumed F_{m5} , with which the SMA thread in the martensitic state acts while being stretched by the rocker, should be linearly varying at the beginning, and at the end of the valve closing should be equal to the given force according to the catalog for deformation during cooling. This is the force that occurs in the thread when loaded with 70 MPa. The adopted approximation aims to reflect the effect of super elasticity of SMA. According to the simplifying assumptions, the dependence for the opening force is derived

$$F_{m5} = \begin{cases} k_{m5} \Delta_{m5} & \varepsilon_{m5} \leq 0,008 \\ F_{mc} & \varepsilon_{m5} > 0,008 \end{cases} \quad \text{where } \Delta_{m50} \text{ is a preliminary deformation of the opening thread, } \varepsilon_{m5} = \frac{\Delta_{m5}}{l_{50}} \text{ is the}$$

relative deformation of the opening thread, l_{50} is the undeformed length of the opening thread, F_{mc} is the catalog force of

the cooled filament. The elasticity coefficient of the filament is calculated by the formula $k_{m5} = \frac{E_m A}{l_{50}} \Delta_{m5}$ where E_m is the modulus of longitudinal elasticity, A is the cross-sectional area of the thread.



The opening thread force graph for the initial valve dimensions is given in Fig. 7.17.

Fig. 7.17 Graph of the force of the opening thread 5 of the SMA during the valve closing period, when its action is damping.

$$M_{m5} = F_{m5} R \sin(\alpha + \gamma)$$

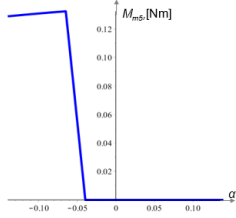


Fig. 7.18 shows the graph of the moment of the opening thread. It can be seen that for the closing period this moment is entirely positive.

Fig. 7.18 Graph of the moment of the opening thread 5 of the SMA during the valve closing period, when its action is damping.

In Fig. 7.19 the influence of the damping action of the opening thread 5 can be seen.

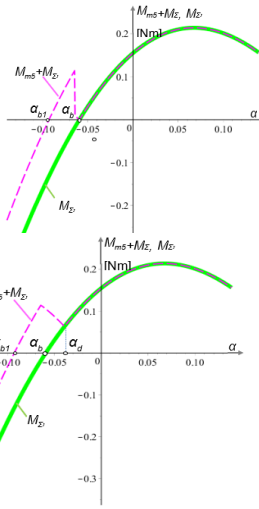


Fig. 7.19 Comparison of the graphs of the total moments without taking into account the damping action of the opening thread (solid line) and with taking into account this action (dotted line).

From the graph in Fig. 7.19 it is evident that the damping action of the thread, with the thus set zero deformation at the unstable equilibrium point, leads to the appearance of a second unstable equilibrium point. This effect is undesirable because the travel of the closing thread increases, and it can also lead to control instability.

To avoid the effect of the second point of instability, the deformation of the thread is increased, assuming that the deformation begins 0.02 rad before the point of instability. In this case, the total moment with the corrected moment of the opening thread has the form shown in Fig. 7.20.

Fig. 7.20 Comparison of the total moments without taking into account the damping action of the opening thread (solid line) and with taking into account this action (dashed line) after correction of the thread deformation.

In this case, it is evident that the point of instability α_b has shifted to the left at the point α_{b1} , the opening thread stroke is shortened and the total moment is increased. The latter will lead to additional load on the closing thread.

The initial thread tension after the correction is from point α_d , not from a point α_b as it was before the correction. This shift of the instability point to the left leads to the advantage of reduced drive energy because the potential energy that must be overcome by the heated opening filament is reduced.

After the opening thread 5 moves the structure to the unstable equilibrium position, it ceases to control the valve and its role is taken over by the valve spring. Immediately after the unstable equilibrium position, the other thread 6, called the closing thread, begins to deform due to the tension exerted by the rotating rocker. Then the closing thread 6 is in a martensitic state and has a damping effect on the opening movement. This action has a positive effect, expressed in the elimination of impact noise in the final open position, when the rocker rests on the limiter. The action of the opening thread when closing the valve is similar. In addition to having a damping effect, the forces of the threads in the cooled state change the position of the equilibrium point, which is why their parameters must be carefully selected in the process of optimizing the mechanism.

For the closing thread during the valve opening period, the deformation, force and moment are determined in a

similar way, respectively.

$$\Delta_{m6} = \Delta_{m60} + R [\cos(\alpha + \gamma) - \cos(\alpha_d + \gamma)]$$

$$F_{m6} = \begin{cases} k_{m6} \Delta_{m6} & \varepsilon_{m6} \leq 0,008 \\ F_{mc} & \varepsilon_{m6} > 0,008 \end{cases}$$

Here the notations are analogous to those for the opening thread, and the coefficient of elasticity

$$k_{m6} = \frac{E_m A}{l_{60}} \Delta_{m6} \quad \text{And} \quad \varepsilon_{m6} = \frac{\Delta_{m6}}{l_{60}}$$

and the relative deformation are calculated respectively by the formulas Fig. 7.21 shows the deformation, force and moment of force relative to the axis of the rocker of the closing thread.

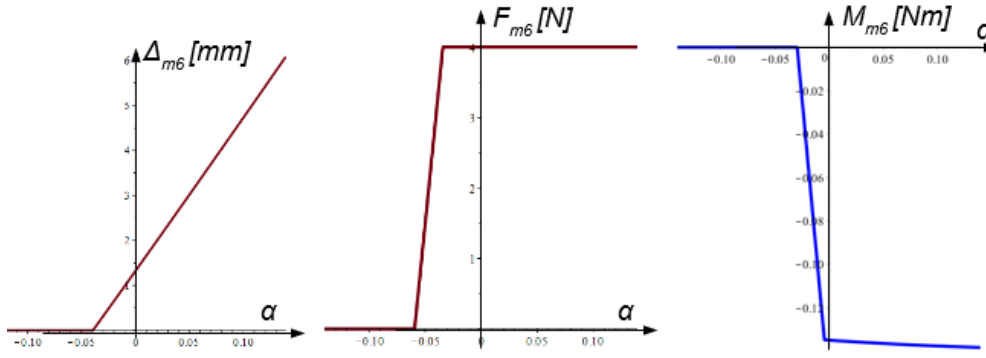


Fig. 7.21. Force parameters during the opening period, i.e. when it is damping; a) deformation; b) force; c) moment.

In Fig. 7.22, the dotted line shows the total moment of forces during the opening period. The solid line shows the graph of the total moment of forces, but without the elastic damping force of the closing thread. It is evident from the graph that the damping force of the closing thread reduces the total moment, leading to an increase in the points of instability. To avoid this effect, this time the pre-tension must be reduced. It is assumed that the beginning of the tension of the closing thread is reduced by a deformation corresponding to 0.02 rad. In this case, the total moment has the form shown in Fig. 7.23. The result shows that there is still a multiplicity of the unstable position, which is avoided by reducing the tension by 0.03 rad Fig. 7.24.

The possible simultaneous action (here called interference of damping forces) of both threads during the damping period must be avoided by a correct selection of the deformations of the threads with the SMA. The check is made by simultaneously plotting the total moments, including the damping (Fig. 11). It is evident from Fig. 7.25 that thanks to the corrections the interference is avoided. However, the optimization procedure must not allow for interference, because if there is such an interference, the driving thread must deform the damping thread at the end of its stroke and this will change the balance of forces.

In conclusion, the influence of damping forces can be summarized as follows:

damping forces participate in the drive, in the second stage, in which the heated filament is turned off and the role of the driving force is taken over by either the recovery spring or the valve spring.

At the end of the valve closing stage, the damping force of the opening thread, if very large, can change the direction of the total torque and prevent the valve from closing. Then static equilibrium can be achieved before the piston has abutted the valve body. On the other hand, the restoring force

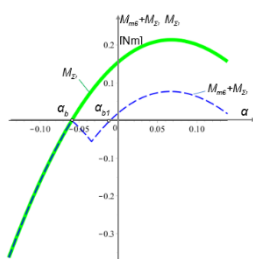


Fig. 7.22 Comparison of the total moments without taking into account the damping action of the closing thread.

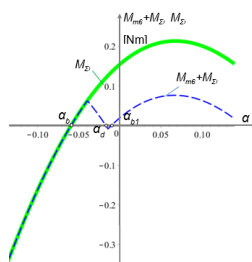


Fig. 7.23 Action of the closing thread after correction of the thread deformation by 0.02 rad.

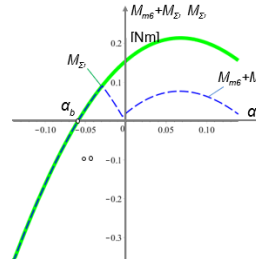


Fig. 7.24 Action of the closing thread after correction of the thread deformation by 0.03 rad.

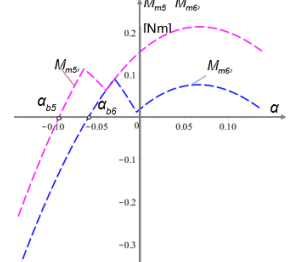


Fig. 7.25 Checking for damping interference.

on the opening thread reduces the potential energy that the valve spring must overcome during the closing period, resulting in a shortened valve closing time.

From the above formulas, the minimum ideal (i.e. if there are no friction forces) driving forces in the threads were

calculated $F_{A6} \geq \frac{M_s + M_v + M_{m5}}{R \cos(\alpha + \gamma)}$, And $F_{A5} \geq \frac{M_s + M_v + M_{m6}}{R \cos(\alpha + \gamma)}$ In the above formulas, the moments M_{m5} And M_{m6} are non-zero only in cases where there is damping interference.

The graphs of the driving forces in the threads are shown in Fig. 7.26.

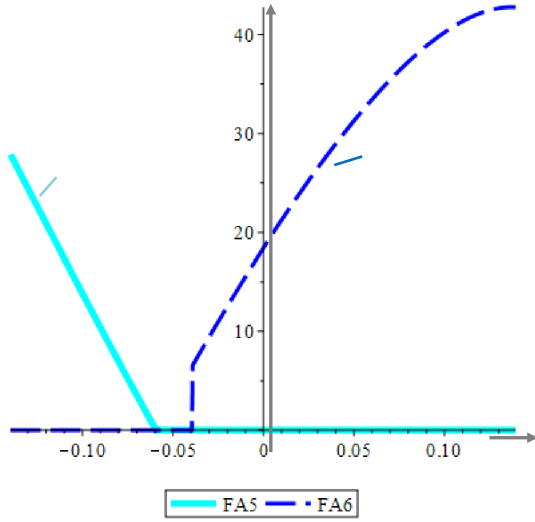


Fig. 7.26 Minimum forces in the filaments during the periods of propulsion.

These are the minimum values in the filaments when they drive the mechanism. In this function, the filaments are heated and their crystallographic state changes from martensitic to austenitic. At the same time, the low modulus in the martensitic form is assumed to be about twice as high, which is the prerequisite for creating both types of forces during propulsion and damping.

Determining the influence of friction forces. The friction forces are determined based on the previously calculated values of the load, materials and design features of the mechanism. It is assumed that the motion is quasi-static, i.e. with sufficiently small changes in speed, allowing, to a first approximation, to neglect inertial forces.

According to Newton's third law, the rocker 1 is loaded with the specified forces from this asura group and the conditions for its equilibrium are derived.

Initially, it was assumed that most of the friction forces were negligibly small and that in practice only the forces had an influence. R'_{03} And R_{03} and the frictional moment M_{01}^T . Friction forces R'_{03} And R_{03} are assumed constant because they are mainly formed by the seals between the housing and the piston, and in addition the variable force arm R_{12} is negligible.

To calculate the frictional moment M_{01}^T The force polygon (Fig. 7.27) for the rocker arm is constructed and the two projection equations are written down.

$$\begin{cases} F_{A6} - F_s \sin \beta - R_{01} \cos \alpha_{01} = 0 \\ R_{21} - F_s \cos \beta - R_{01} \sin \alpha_{01} = 0 \end{cases}, \quad (7.99)$$

from which it is derived

$$R_{01} = \sqrt{F_{A6}^2 + F_s^2 + R_{21}^2 - 2F_{A6}R_{21} \sin \beta - 2F_sR_{21} \cos \beta},$$

where according to the assumptions made the reaction is calculated $R_{32} = F_v + F_p + 2T_{01}$,

$T_{01} = \mu_{01}R'_{01} = \mu_{01}R''_{01}$, μ_{01} is the coefficient of friction between the piston and the seal,

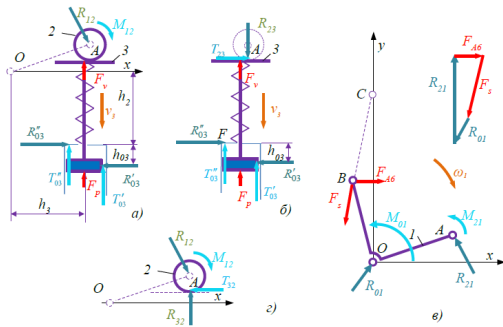
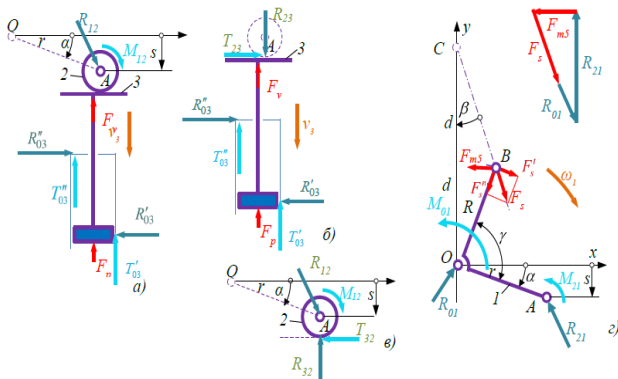


Fig. 7.27 Kinetostatic equilibrium of forces in the closing stage, when the driving thread is from SMA 6: a) forces acting on the asura group 2-3; b) forces acting on piston 3; c) forces acting on roller 2; d) forces acting on rocker 1.

A r_{01} is the friction radius of the rocker arm's fixed joint.

Fig. 7.28 a) and b) show the force patterns for the closing stage in its second sub-stage, when the driving force is generated by the recuperating spring.



In this case, for the equilibrium of the rocker (Fig. 7.28 d), the system follows

$$\begin{cases} -F_{m5} + F_s \sin \beta + R_{01} \cos \alpha_{01} = 0 \\ R_{21} - F_s \cos \beta - R_{01} \sin \alpha_{01} = 0 \end{cases}, \quad (7.72)$$

Fig. 7.28 Load on the valve units for the closing stage: a) forces acting on the asura group 2-3; b) forces acting on the piston 3; c) forces acting on the roller 2; d) forces acting on the rocker 1.

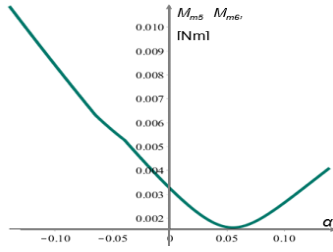


Fig. 7.29 The friction moment for the hinge for the closure period.

shown in Fig. 7.30.

The results of the synthesis are presented in detail in the article [44].

7.1.3 Bistable driven pumps with recuperative springs

The bistable effect can be applied in piston pumps driven bidirectionally by shape memory alloy filaments. The design concept and operating principle of the pump are illustrated in Fig. 7.31 [31].

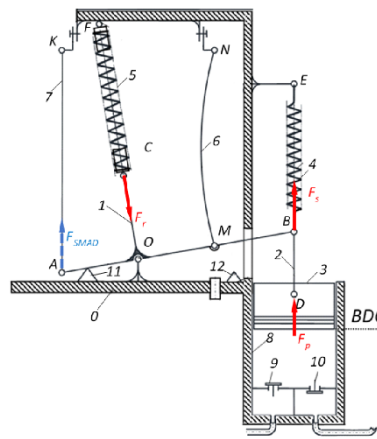
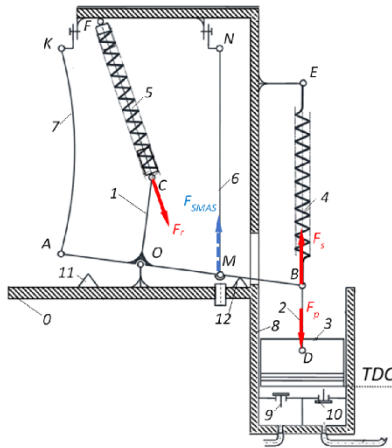
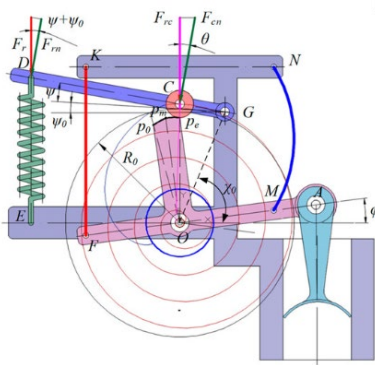


Fig. 7.31 Kinematic diagram of a bistable pump driven by a SMA: a) at bottom dead center b) at top dead center.

Rocker arm 1, consisting of three non-deformable, rigidly connected arms OA, OB and OC, rotates around the rotating pair O relative to the pump housing 0. The coupling 2 is connected by a rotating connection at point B to rocker arm 1 and with the second rotating connection at point D to the piston 3. An extension spring of the piston 4 is connected to the rotating pair B and the housing at point E. The compression restoring spring 5 is connected to point C of rocker arm 1 and to point F of the housing 1. The SMA conductor 6, called the “suction SMA conductor”, is installed between point M of rocker arm 1 and point N of the housing 0.

An improved design of the same pump, but with a change in the kinematic chain of the recovery spring, is shown in Fig. 7.32.

Fig. 7.32 Kinematic diagram of a bistable pump with a two-sector involute cam.



The new design contains a tension-loaded regenerative spring that presses a roller through a rocker arm against a two-sector involute cam made on the middle arm of the three-arm rocker arm.

8 Summarizing the results of theoretical and experimental research.

8.1 Summary of the results of the theoretical model research.

As already clarified, the theoretical model of the energy harvester combines three main domains, mechanical, thermal and electrical or piezoelectric. In addition, however, the presence of the SMA introduces crystallographic transformations into the model, as a result of which hysteresis occurs in the thermal domain, spreading its influence to the mechanical and electrical domains.

The leading topic is the study of the conditions for the existence of oscillating stable modes, the conditions for periodicity and oscillations. In addition, studies have been carried out using functional minimization to optimize the structure of devices according to stability and resilience criteria.

8.2 Summary of the results of experimental studies of the real prototype of the system.

The thesis involved a large volume of research involving data from sensors mounted on the device elements, such as thermocouples, accelerometers, and piezoelectric cantilever signals. All measurements were performed with high-quality data acquisition systems, allowing synchronized recording of all data with real-time experimental control.

The summary of the results can best be seen in the publications. It can be said that the experimental data almost always confirmed the theoretical models created.

8.2.1 Dissertation publications

One of the publications [84] covers the initial research on the topic of self-excited energy harvesters. Two of the articles [133,134], dedicated to devices driven by shape memory and continuous cyclic action, were written in 2023 outside the joint project with Russian scientists. In the period from 2021 to 2023, as a result of the joint work of the two scientific teams from the Sofia Technical University and the Moscow State University "M. V. Lomonosov", a total of 11 joint publications were written, 9 of which are referenced in Scopus and Web of Science, as in one of these publications [135] the name of the author of this dissertation does not appear and is not included in the current list. There are a total of 4 publications with an impact factor above 2.2, one of them is in the quartile Q1, and the remaining 3 in Q2 (Table 12).

Table 12 Publications on the topic of the dissertation with an impact factor above 2.2.

№	Article	Impact Factor	Quartile Cite score	Quotes	
				Scopus	Google Scholar
1.	T. S. Todorov, A. S. Fursov, R. P. Mitrev, V. V. Fomichev, S. Valtchev and A. V. Ilin, "Energy Harvesting with Thermally Induced Vibrations in Shape Memory Alloys by a Constant Temperature Heater," in IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2021 p. 3066440 [136].	7.3	Q1 13.3	<u>7</u> 2 sc*	<u>9</u>
2.	Mitrev, R.; Todorov, T.; Fursov, A.; Ganev, B. Theoretical and Experimental Study of a Thermo-Mechanical Model of a Shape Memory Alloy Actuator Considering Minor Hystereses. Crystals 2021, 11, 1120 [132].	2.6	Q2 5.0	<u>9</u> 4 sc	<u>12</u>
3	Kostov, M.; Todorov, T.; Mitrev, R.; Kamberov, K.; Nikolov, R. A Study of a Bistable Reciprocating Piston Pump Driven by Shape Memory Alloys and Recuperative Springs. Actuators 2023, 12, 90. https://doi.org/10.3390/act12020090 [133]	2.3	Q2 4.3	<u>8</u> 1 sc	<u>7</u>
4	Kostov, M.; Todorov, T.; Mitrev, R.; Todorov, G.; Kamberov, K. Synthesis of a Bistable Recuperative Pump Powered by Shape Memory Alloys and a Two-Section Involute Cam. Actuators 2023, 12, 381. https://doi.org/10.3390/act12100381 [134]	2.3	Q2 4.3	<u>1</u>	<u>1</u>

*sc -selfcited

A total of 25 citations were received from publications with an impact factor above 2.2 in Scopus, of which 7 were self-citations or 18 independent citations remain.

The publications referenced in Scopus with an impact factor below 2 are given in Table 11.

Table 11. Articles published on the dissertation in Scopus with an impact factor below 2.

№	Article	Quotes	
		Scopus	Google scholar
5.	Mitrev, R., Todorov, T., Fursov, A., Fomichev, V., Il'in, A., A Case Study of Combined Application of Smart Materials in a Thermal Energy Harvester with Vibrating Action, Journal of Applied and Computational Mechanics, 2021, 7(1), pp. 372–381 [47].	<u>8</u> 4 sc	<u>5</u>
6.	R. P. Mitrev, E. I. Atamas, O. I. Goncharov, T. S. Todorov, and I. I. Iatcheva, "Modeling and Study of a Novel Electrothermal Oscillator Based on Shape Memory Alloys", in 2020 IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. Vol. 878, pp. 012059, 2020 [48]. https://ieeexplore.ieee.org/document/9167127 [137].	<u>3</u> 3 sc	<u>3</u>
7	T. Todorov, R. Mitrev, I. Yatchev, A. Fursov, A. Il'in and V. Fomichev, "A Parametric Study of an Electrothermal Oscillator Based on Shape Memory Alloys," 2020 21st International Symposium on	<u>2</u> 1 sc	<u>2</u>

	Electrical Apparatus & Technologies (SIELA), Bourgas, Bulgaria, 2020, pp. 1-4, doi: 10.1109/SIELA49118.2020.9167127 [138].		
8.	A. S. Fursov, T. S. Todorov, P. A. Krylov & R. P. Mitrev, On the Existence of Oscillatory Modes in a Nonlinear System with Hystereses. Diff Equat 56, 1081–1099 (2020). https://doi.org/10.1134/S0012266120080108 [139]. https://link.springer.com/article/10.1134/S0012266120080108 [29]	15 1 sc	15
9.	Fursov, A.S., Mitrev, R.P., Krylov, P.A. Todorov T.S. On the Existence of a Periodic Mode in a Nonlinear System. Diff Equat 57, 1076–1087 (2021), [124]. https://doi.org/10.1134/S0012266121080127	14	16
10.	R. Mitrev и T. Todorov, „A Case Study of Experimental Evaluation of the Parameters of Shape Memory Alloy Wires,“ в 10th International Scientific Conference “TechSys 2021” – Engineering, Technologies and Systems, AIP conference Proceedeings (in Press), Plovdiv, 2021 [140].	4 4sc	5
11	Todor Todorov, Rosen Mitrev, Ivailo Penev, Force analysis and kinematic optimization of a fluid valve driven by shape memory alloys, Reports in Mechanical Engineering, Vol.1(1) pp. 61-76, 2020 [141].	14 5 sc	15
12	Todorov, T., Nikolov, N., Todorov, G., & Ralev, Y. (2018). Modelling and Investigation of a Hybrid Thermal Energy Harvester. MATEC Web of Conferences, 148, 12002. https://doi.org/10.1051/mateconf/201814812002 [84]	11 7 sc	24
13	Mitrev, R.P.; Atamas, E.I.; Goncharov, O.I.; Todorov, T.S.; Iatcheva, I.I. Modeling and Study of a Novel Electrothermal Oscillator Based on Shape Memory Alloys. IOP Conf Ser Mater Sci Eng 2020, 878, 012059, doi:10.1088/1757-899X/878/1/012059 [119].	3 3 sc	3

According to the second table in Scopus under IF1, the total number of citations is 74, of which 28 are self-citations or 46 remain independent citations.

An article on the topic of the dissertation was also written in a refereed Bulgarian journal:

14. R. Mitrev and T. Todorov, “Analysis and control of thermoelectromechanical systems based on smart materials,” Mechanics of Machines, 2021 [142].

Variants of some of the articles have also been published in Russian, for example:

15. Fursov A.S., Todorov T.S., Krylov P.A., Mitrev R.P., On the existence of oscillatory regimes in one nonlinear system with hysteresis, differential equations, Publisher: MAIK "Nauka/Interperiodika" (Moscow), pp. 1103-1121, ISSN: 0374-0641, DOI: 10.1134/S0374064120080105, [143]

<https://www.elibrary.ru/contents.asp?titleid=9677> , <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=43795282>.

8.2.2 Patents protected or patent applications filed on the topic of the dissertation

№	Patent	Quotes
1	Ya. Ralev, T. Todorov and G. Todorov, "Vibrational thermoelectric generator". Sofia Patent BG 2947 U1, F 03 G 7/06 (1.2006.01), 31 05 2018.	
2	M. Kostov, T. Todorov, M. Milkov and I. Penev, “Bistable valve actuator”. UK Patent GB 2558618 A, 10 01 2017.	2
3	T. S. Todorov, M. Y. Milkov and M. Kostov, “Device for driving a valve using shape memory alloys”. Bulgaria, Patent Application BG111503 (22), 17 06 2013.	
4	T. S. Todorov, M. J. Milkov, I. R. Penev и M. Kostov, „Aparatus and Method for Estimating Fluid Parameters“. Europe Патент EP 18 726 749.7, 10 5 2018.	
5	Kostov, M.S.; Todorov, T.S. A Bistable Compressor Driven with Shape Memory Alloys for Refrigerator. UK Patent Application GB2207547.7, 2022. pending.	

8.2.3 Citations of dissertation articles

To date, the total number of citations in Scopus is 99.

Of these, 35 are self-citations.

The independent citations in Scopus are 64.

All citations are available via a link in the electronic version of the document.

8.2.4 Dissertation Approbation

Parts of the dissertation were reported at internal sessions at the Technical University of Sofia.

Data from the experiments, photos and video materials are posted on the dissertation website:

<https://sites.google.com/view/projectkp-06-russia21/publications>

The articles are published in ResearchGate in the individual profiles of the authors, according to their copyrights. The project was presented at a plenary lecture by Assoc. Prof. Dr. Rosen Mitrev at the seminar "Mechanics of Machines" Varna 2021 [49]. Part of the achievements in the publications are posted on LinkedIn:

<https://www.linkedin.com/feed/update/urn:li:activity:6845601030755893248/>

<https://www.linkedin.com/feed/update/urn:li:activity:6847571818094583808/>

<https://www.linkedin.com/feed/update/urn:li:activity:6847790757114331136/>

A large part of the planned joint bilateral cooperation project failed due to the pandemic restrictions imposed by Covid-19.

On the topic of the dissertation, there are 6 defended bachelor's theses at FAIO, MF and FIT, TU-Sofia and one defended dissertation at FIT. One dissertation at FIT is also to be defended.

9 Conclusion

The goal of the dissertation, to create applied multiphysics theoretical models of devices based on smart materials such as shape memory alloys and piezoelectrics, with a focus on the influence of hysteresis in motion control and the development of real devices through which to validate the theoretical conclusions, has been achieved.

In parallel, in the course of solving the tasks of the dissertation, two hypotheses were formulated. The first hypothesis, called physical, is that if there is a quasi-stationary or stationary thermal field with a variable temperature gradient with respect to the position in space where the source and the converter of the SMA are located, it is possible to create an oscillating mechanical system, the energy of which can be converted into electrical energy. The second scientific hypothesis, called mathematical, is that if there is a quality functional, it is possible to determine its parameters within the permissible ranges and in the presence of restrictions, so as to achieve a minimum value of this functional.

The two hypotheses, as well as the determination of the necessary conditions for the presence of an oscillatory regime, have been proven with the help of 10 theorems and 4 lemmas in the articles [124,135,139] using the indicated mathematical apparatus and are also described in detail in the present scientific work. Since the main merit for the study and proof of these hypotheses as theorems belongs to fellow scientists from the M. V. Lomonosov Moscow State University, in the present work they are presented in Appendices 1.1 and 1.2.

In the series of articles as well as in the presentation of this work, analyses and optimizations of numerous controllable thermomechanical energy systems have been made. Initial prototypes and experimental setups for their research have been developed. In parallel with the experimental models, complex dynamic models have been created, describing their behavior and characteristics. The obtained experimental and theoretical data have been confirmed with a high degree of accuracy. The results of the research have been published at conferences and in journals with a high impact factor.

The theoretical and experimental activities carried out in the dissertation showed that the study of smart materials and the devices in which they can be used continue to be challenges that will be worked on. Continuous research and recent achievements in the field of smart materials give hope for achieving a qualitative leap and overcoming major shortcomings such as fatigue and relatively low operating frequencies in oscillatory processes.

10 Contributions of the dissertation work

Scientific contributions of the dissertation:

1. Formulation and justification of new hypotheses:

A first hypothesis has been formulated, called physical, that if there is a quasi-stationary or stationary thermal field with a monotonically varying spatial temperature gradient, it is possible to create an oscillating mechanical system that, through phase-structural crystallographic changes with hysteresis, generates energy that is converted into electricity.

A second hypothesis has been formulated, called mathematical, that if a quality functional of the thermoelectromechanical system exists and can be defined, it is possible to determine its parameters within the permissible ranges and in the presence of restrictions, so as to guarantee a stable oscillatory regime by minimizing this functional.

2. Proving with new means significant new aspects in existing scientific problems and theories:

It has been theoretically proven and experimentally validated that in the presence of a thermal field with a monotonically varying spatial temperature gradient, it is possible to create an oscillating mechanical system through a filament of a shaped alloy.

A new theory for modeling hysteresis in SMAs using proportionality coefficients has been created and experimentally validated, allowing one analytical form to be applied repeatedly for both basic major hysteresis and minor and subminor hysteresis.

Original mathematical models (e.g. using inverse hyperbolic functions) have been created and validated to describe the dynamic behavior of thermoelastic elements from SMA in oscillating modes.

Through Lagrange's equations, original multiphysics models have been derived, connecting mechanical, piezoelectric and thermal domains in the presence of hysteresis.

3. Obtaining supporting facts:

The theory of proportional modeling of basic hysteresis and subhysteresis phenomena in SMA has been experimentally confirmed.

The original mathematical models for describing the dynamic behavior of thermoelastic elements from SMA in oscillating modes have been experimentally confirmed.

Lagrange's equations have been experimentally validated and original multiphysics models have been derived, connecting mechanical, piezoelectric and thermal domains in the presence of hysteresis.

Scientific and applied contributions of the dissertation:

4. Creating new research methods

Original numerical solutions of the multiphysics models have been found and confirmed experimentally.

New experimental methods have been created for simultaneous measurement of several physical quantities in real time and their recording with experimental control capabilities.

Based on the developed stands for simultaneous measurement and recording of several physical quantities with a high sampling frequency (sampling) of up to 2 Msps and high resolution, cycles of laboratory exercises have been created in academic disciplines such as "Technology and Application of MEMS" at the Faculty of Industrial Technologies, "Basic Principles and Application of Micro and Nanosystems" at the Faculty of Electronic Engineering and Technology, "Microtechnics" at the Faculty of Mechanical Engineering and in other disciplines taught in English such as "Mechanical Fundamentals of Microelectromechanical Systems" at the Faculty of English Engineering Education, "Microelectromechanical Systems" at the Faculty of Mechanical Engineering.

5. Creating new structures

Varieties of energy harvesters with self-excited oscillations induced by a constant temperature source, composed of inclined oppositely elastic piezoelectric cantilevers, stretching a filament of SMA through their free ends, have been designed and manufactured.

An energy vibration harvester has been created with a filament of SMA, which is heated by an intermediate rotating element heated by a constant temperature source.

A test stand for SMAs has been designed and manufactured, through which displacement, force, temperature, current, voltage and multiple derived quantities are measured simultaneously in real time.

Experimental models for controlling proportional valves for building automation have been created.

Optimized prototypes for on/off valve control using bistable mechanisms have been designed and manufactured.

Reference

3. *Smart Materials* Schwartz, M., Ed.; CRC Press, 2008; ISBN 9780429138751.
4. Bodaghi, Mahdi.; Zolfagharian, Ali. *Smart Materials in Additive Manufacturing. Volume 1, 4D Printing Principles and Fabrication*; Elsevier, 2022; ISBN 9780128240823.
5. Shaikh Anwar, M.Aadique. *Fundamental Understanding with Smart Materials*; Lap Lambert Academic Publishing, 2010; ISBN 3843356319.
6. Olabi, A.Ghani. *Encyclopedia of Smart Materials*; Elsevier, 2022; ISBN 9780128157329.
7. *Smart Materials for Science and Engineering*; Kumar, U., Sonkar, P.K., Eds.; Wiley, 2024; ISBN 9781394185818.
8. *Advances in Smart Materials and Structures*; MDPI - Multidisciplinary Digital Publishing Institute, 2023; ISBN 9783036595603.
9. Schwartz, M.M.. *Smart Materials*; CRC Press, 2009; ISBN 9781420043723.
10. Olabi, A.Ghani. *Encyclopedia of Smart Materials*; Elsevier, 2022; ISBN 9780128157336.
11. Liu, K.; Tebyetekerwa, M.; Ji, D.; Ramakrishna, S. Intelligent Materials. *Matter* **2020**, 3, 590–593, doi:10.1016/j.matt.2020.07.003.
12. Petelko, Y.S.; Lipovskyi, V.I. Review of Intelligent Materials and the Possibility of Their Use in Rocket and Space Technology. *Journal of Rocket-Space Technology* **2021**, 29, 29–40, doi:10.15421/452103.
13. Haddad, Y.M. Intelligent Materials — An Overview. In *Mechanical Behaviour of Engineering Materials*; Springer Netherlands: Dordrecht, 2000; pp. 404–421.
15. Webster, J. High Integrity Adaptive SMA Components for Gas Turbine Applications Smart Structures and Materials. In *Proceedings of the Industrial and Commercial Applications of Smart Structures Technologies*; San Diego, California., 2006; p. 6170F.
16. Duerig, T.; Melton, K.; Stöckel, D. Wide. In *Engineering Aspects of Shape Memory Alloys*; Butterworth-Heinemann, 2013.

17. Nespoli, A.; Besseghini, S.; Pittaccio, S.; Villa, E.; Viscuso, S. The High Potential of Shape Memory Alloys in Developing Miniature Mechanical Devices: A Review on Shape Memory Alloy Mini-Actuators. *Sens Actuators A Phys* **2010**, *158*, 149–160, doi:10.1016/j.sna.2009.12.020.
18. Song, G.; Ma, N.; Li, H.-N. Applications of Shape Memory Alloys in Civil Structures. *Eng Struct* **2006**, *28*, 1266–1274, doi:10.1016/j.engstruct.2005.12.010.
19. Wang, L.; Melnik, R.V.N. Nonlinear Dynamics of Shape Memory Alloy Oscillators in Tuning Structural Vibration Frequencies. *Mechatronics* **2012**, *22*, 1085–1096, doi:10.1016/j.mechatronics.2012.09.004.
20. Duan, Y.; Ling, J.; Feng, Z.; Ye, T.; Sun, T.; Zhu, Y. A Survey of Needle Steering Approaches in Minimally Invasive Surgery. *Ann Biomed Eng* **2024**, *52*, 1492–1517, doi:10.1007/s10439-024-03494-0.
22. Savi, M.A.; Pacheco, P.M.C.L. Chaos and Hyperchaos in Shape Memory Systems. *International Journal of Bifurcation and Chaos* **2002**, *12*, 645–657, doi:10.1142/S0218127402004607.
48. Rami Reddy, A.; Umapathy, M.; Ezhilarasi, D.; Uma, G. Piezoelectric Energy Harvester With Shape Memory Alloy Actuator Using Solar Energy. *IEEE Trans Sustain Energy* **2015**, *6*, 1409–1415, doi:10.1109/TSTE.2015.2442758.
49. Vasundhara, M.G.; Senthilkumar, M.; Kalavathi, G.K. A Distributed Parametric Model of Shape Memory Alloy-Based Resonant Frequency Tunable Cantilevered PZT Energy Harvester with Tip Mass. *ISSS J Micro Smart Syst* **2019**, *8*, 13–24, doi:10.1007/s41683-019-00034-0.
56. Lebedev, G.A.; Gusarov, B.V.; Viala, B.; Delamare, J.; Cugat, O.; Lafont, T.; Zakharov, D.I. Thermal Energy Harvesting Using Shape Memory/Piezoelectric Composites. In Proceedings of the 2011 16th International Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems Conference; IEEE, June 2011; pp. 669–670.
57. Zakharov, D.; Lebedev, G.; Cugat, O.; Delamare, J.; Viala, B.; Lafont, T.; Gimeno, L.; Shelyakov, A. Thermal Energy Conversion by Coupled Shape Memory and Piezoelectric Effects. *Journal of Micromechanics and Microengineering* **2012**, *22*, 094005, doi:10.1088/0960-1317/22/9/094005.
69. Nesis, E.I.; Nesis, S.E. Thermomechanical and Thermoacoustic Self-Excited Oscillations. *Journal of Engineering Physics* **1988**, *55*, 1178–1194, doi:10.1007/BF01155230.
70. Awrejcewicz, J.; Pyryev, Yu. Thermo-Mechanical Model of Frictional Self-Excited Vibrations. *Int J Mech Sci* **2005**, *47*, 1393–1408, doi:10.1016/j.ijmecsci.2005.05.001.
83. Rami Reddy, A.; Umapathy, M.; Ezhilarasi, D.; Uma, G. Piezoelectric Energy Harvester With Shape Memory Alloy Actuator Using Solar Energy. *IEEE Trans Sustain Energy* **2015**, *6*, 1409–1415, doi:10.1109/TSTE.2015.2442758.
84. Todorov, T.; Nikolov, N.; Todorov, G.; Ralev, Y. Modelling and Investigation of a Hybrid Thermal Energy Harvester. *MATEC Web of Conferences* **2018**, *148*, 12002, doi:10.1051/mateconf/201814812002.
85. Oudich, A.; Thiebaud, F. A Two-Way Shape Memory Alloy-Piezoelectric Bimorph for Thermal Energy Harvesting. *Mechanics of Materials* **2016**, *102*, 1–6, doi:10.1016/j.mechmat.2016.08.006.
86. Mohammed, S.S.; KÖK, M.; Qader, I.N.; Dağdelen, F. The Developments of Piezoelectric Materials and Shape Memory Alloys in Robotic Actuator Systems. *European Journal of Science and Technology* **2019**, 1014–1030, doi:10.31590/ejosat.653751.
87. Wang, Q.; Wu, N. A Review on Structural Enhancement and Repair Using Piezoelectric Materials and Shape Memory Alloys. *Smart Mater Struct* **2012**, *21*, 013001, doi:10.1088/0964-1726/21/1/013001.
125. Ananyev, I.V.; Colbin, N.M.; Serebryansky, N.P. *Dynamics of Aircraft Structures*; Mechanical engineering: Serebryansky, 1972;
126. Pai, A. A Phenomenological Model of Shape Memory Alloys Including Time-Varying Stress. Thesis for the degree of Master of Applied Science, Waterloo University: Ontario, Canada, 2015.
128. Demidovich, B.P. *Lectures on Mathematical Stability Theory*;
129. Preumont, A. *Mechatronics: Dynamics of Electromechanical and Piezoelectric Systems*; Springer Science & Business Media, 2006;
130. Wark, K. *Thermodynamics*; 4th ed.; McGraw-Hill: New York, 1983;
131. Cengel, Y.; Boles, M.; Kanoglu, M. *Thermodynamics: An Engineering Approach*; 10th ed.; McGraw, USA, 2022; ISBN 1265898502.
132. Mitrev, R.; Todorov, T.; Fursov, A.; Ganey, B. Theoretical and Experimental Study of a Thermo-Mechanical Model of a Shape Memory Alloy Actuator Considering Minor Hystereses. *Crystals (Basel)* **2021**, *11*, 1120, doi:10.3390/cryst11091120.
133. Kostov, M.; Todorov, T.; Mitrev, R.; Kamberov, K.; Nikolov, R. A Study of a Bistable Reciprocating Piston Pump Driven by Shape Memory Alloys and Recuperative Springs. *Actuators* **2023**, *12*, 90, doi:10.3390/act12020090.
134. Kostov, M.; Todorov, T.; Mitrev, R.; Todorov, G.; Kamberov, K. Synthesis of a Bistable Recuperative Pump Powered by Shape Memory Alloys and a Two-Section Involute Cam. *Actuators* **2023**, *12*, 381, doi:10.3390/act12100381.
135. Fomichev, V. V.; Il'in, A. V.; Rogovskii, A.I.; Todorov, G.D.; Sofronov, Ya.P. Search for Periodic Regimes in an Energy-Harvester Model by Simulation. *Computational Mathematics and Modeling* **2020**, *31*, 293–307, doi:10.1007/s10598-020-09492-w.
136. Todorov, T.S.; Fursov, A.S.; Mitrev, R.P.; Fomichev, V. V.; Valtchev, S.S.; Ilain, A. V. Energy Harvesting With Thermally Induced Vibrations in Shape Memory Alloys by a Constant Temperature Heater. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* **2022**, *27*, 475–484, doi:10.1109/TMECH.2021.3066440.
137. Mitrev, R.; Todorov, T.; Fursov, A.; Fomichev, V.; Il'in, A. A Case Study of Combined Application of Smart Materials in a Thermal Energy Harvester with Vibrating Action. *Journal of Applied and Computational Mechanics* **2021**, *7*, 372–381.
138. Todorov, T.; Mitrev, R.; Yatchev, I.; Fursov, A.; Ilin, A.; Fomichev, V. A Parametric Study of an Electrothermal Oscillator Based on Shape Memory Alloys. In Proceedings of the 2020 21st International Symposium on Electrical Apparatus & Technologies (SIELA); IEEE, June 2020; pp. 1–4.
139. Fursov, A.S.; Todorov, T.S.; Krylov, P.A.; Mitrev, R.P. On the Existence of Oscillatory Modes in a Nonlinear System with Hystereses. *Differential Equations* **2020**, *56*, 1081–1099, doi:10.1134/S0012266120080108.

- 140. Mitrev, R.; Todorov, T.S. A Case Study of Experimental Evaluation of the Properties of Shape Memory Alloy Wires. In Proceedings of the AIP Conference Proceedings; 2022; p. 060010.
- 141. Todorov, T.; Mitrev, R.; Penev, I. Force Analysis and Kinematic Optimization of a Fluid Valve Driven by Shape Memory Alloys. *Reports in Mechanical Engineering* **2020**, *1*, 61–76, doi:10.31181/rme200101061t.
- 142. Mitrev, R.; Todorov, T. Synthesis, Analysis and Control of a Piezoelectric Energy Harvester Based on Smart Materials. *Machine mechanics*, **2022**, *126*.
- 143. Fursov, A.S.; Todorov, T.S.; Krylov, P.A.; Mitrev, R.P. On the Existence of Oscillatory Regimes in One Nonlinear System with Hysteresis. *Differential equations* **2020**, *56*, 1103–1121, doi:10.1134/S0374064120080105.

Анотация

Дисертацията разглежда въпроси, свързани с теоретичното и експериментално моделиране на интелигентни материали, в случаите когато се прилагат в инженерни системи при вибрации или циклично действие. От голямото разнообразие от интелигентни материали, предмет на изследване тук са предимно сплави с памет на формата (SMA). Тъй като някои от анализирания в дисертацията устройства са вибрационни генератори на електрическа енергия и използват пиезоелектричния ефект, другият вид интелигентни материали, обсъждани тук в по-малка степен, са пиезоелектриците.

Първа глава предоставя преглед на литературата за мултифизични системи за генериране на електрическа енергия, използващи сплави с памет на формата. Прегледът заключава, че публикациите за енергийни събирачи, базирани на сплави с памет на формата в комбинация с пиезоелектрични или електромагнитни системи, разчитат на времеви колебания в температурата или отпадъчни вибрации, за да генерират електрическа енергия. В същото време беше установено, че не са провеждани проучвания за използването на сплави с памет на формата за преобразуване на енергия в най-разпространените източници на топлинна енергия с постоянна топлина, срещани в природата и индустрията. Открити са доклади за малък брой енергийни събирачи, които преобразуват топлината на източник с постоянна температура чрез термомагнитен ефект, за да генерират самовъзбуждащи се вибрации. Първоначалните изследвания на екипи от Техническият университет в София показаха, че сплавите с памет на формата имат необходимия потенциал при определени условия да се самовъзбуждат вибрационно от източник с постоянна температура. Изучаването на тези условия, както и много други слабо разбрани характеристики на моделирането, формира основата за формулиране на целта на дисертацията. Сътрудничеството с учени от университети в чужбина също допринесе за задълбоченото проучване на поставените задачи. Други поставени задачи бяха да се използват знанията за създаване на устройства, работещи в осцилационен или квазиосцилационен режим, като например цифрови клапани и помпи.

Глава 2 анализира общите характеристики на изследваните термомеханични вибрационни системи.

Глава 3 определя диапазоните на променливите, така че да може да се формулира коректна задача за анализ на състоянието и условията за съществуване на осцилационни режими.

Глава 4 изследва стабилността и определя условията за съществуване на стационарно състояние.

Глава 5 разкрива подробности за моделирането на сложни мултифизични системи, комбиниращи областите на механиката, топлината, пиезоелектричния ефект, ефектите на паметта на формата със структурно-фазови промени и хистерезис.

Глава 6 е посветена на обобщаване на резултатите от експерименталните изследвания, чрез които теорията е успешно валидирана.

Глава 7 представя проектираните и произведени прототипи на устройства като клапани и помпи.

Глава 8 обобщава резултатите от изследването и завършва цялостната работа по дисертацията.