

## РЕЦЕНЗИЯ

Върху дисертационния труд на маг. инж. Цветелина Веселинова Михайлова (Спирова) за придобиване на образователната и научна степен „доктор” в област на висшето образование - Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5 – Математика

**Тема на дисертацията: „Импулсни реактивно-дифузионни невронни мрежи на Коен – Грозберг с крайни закъснения: устойчивост на множества.”**

**Научни ръководители: проф. д-р Георги Венков, ФПМИ ТУ-София, проф. д.м.н. Гани Стамов, ИПФ-Сливен, ТУ-София**

**Рецензент: доц. д.м.н. Огнян Каменов, ФПМИ, ТУ-София**

Представеният от докторантката Цветелина Михайлова (Спирова) научен труд е с обем от 117 страници, структуриран в Увод, четири глави, от които две са спомагателни и две основни глави (Гл. III, IV), като втората е с приложно-обобщаващ характер, заключителни бележки с основните приноси на дисертационния труд и библиография, съдържаща 94 заглавия.

**Актуалност на темата:** Актуалността на тематиката в дисертацията на Цветелина Михайлова се предопределя от все по-нарастващата необходимост от съставянето на адекватни динамични математически системи на невронните мрежи. Изборът на импулсните линейни системи от диференциални уравнения е сполучлив в случаите, когато импулсното въздействие в даден момент от време води до изменение на „i”- тия неврон. Намирам за особено актуален фрагмент, на иначе впечатляващата тематика, анализирането на реактивно-дифузионната компонента на невронната мрежа, предложена от Коен-Грозберг, тъй като към вариацията на времето за всеки отделен неврон, се мултиплицират и пространствените му координати. В моделите на споменатите учени, невронните системи допускат и повече от една точка на равновесие, което е насочило изследванията към глобалното асимптотично поведение на инвариантните множества и свързаните с това въпроси за асимптотичната устойчивост на реактивно-дифузионните системи със закъснения. Популярна сред учените в споменатата област е концепцията, че когато многообразието на началните условия поражда многообразие от различни равновесни точки, се пристъпва към анализиране на асимптотичната устойчивост на множества или многообразия, която включва в този вид устойчивост редица специални случаи, като устойчивост на еквилибриума, устойчивост на нулевото решение и др. Не можем да не споменем, във връзка със споменатите изследвания на асимптотичната устойчивост на множества, образувани от фазовите пространства и приложението на метода на Ляпунов-Разумихин за импулсния модел на вируса на хепатит В.

В контекста на актуалността на тематиката, бих споменал и обстоятелството, че в реактивно-дифузионните диференциални уравнения, моделиращи въздействието на плътността на хепатитния вирус Б в пространството, предизвиквани от дифузията и локалните взаимодействия между видовете, е направен опит да се оцени количественото натрупване и на още един заразяващ фактор – импулсните въздействия, включващи случайни атаки, шумове в системата, или резки промени в средата.

Оценката ми за актуалността на научната тема, анализирана в дисертационния труд е висока.

**Степен на познаване на научния проблем:** Степента на познание, която показва докторантката Цветелина Михайлова (Спирова), за естеството на научната проблематика в дисертационния труд, проличава както от публикуваните в съавторство 3 статии в научното списание „Mathematics” с висок IF през 2020-2021 г., така и от ясните и добре подбрани фрагменти от теорията на устойчивостта на динамични импулсни диференциални уравнения, втория метод на Ляпунов за изследване на устойчивостта на динамични уравнения и системи от реактивно дифузионен тип (Гл. I, II), както и от задълбочените ѝ познания по отношение на класическите невронни мрежи на Коен-Грозберг и техните различни разновидности – клетъчни невронни мрежи, бидиректни невронни мрежи, невронни мрежи на Хопфилд и др. , разгледани в Гл. III. Едно от най-важните проявления на задълбочените научни познания на докторантката в посочената област, произтича от анализа на асимптотическата устойчивост на равновесното състояние, на динамичните импулсни системи от диференциални уравнения с крайни, но променливи във времето закъснения, описващи невронните мрежи. Тази устойчивост е основна качествена характеристика на невронните мрежи. Добро впечатление прави и уместното „включване” в контекста на темата и на примера (2.2.1.), разгледан в параграф 2.2, илюстриращ метода на Ляпунов за асимптотична устойчивост на глобалните и стационарните решения, за конкретното нелинейно параболично частно диференциално уравнение от втори ред, с фиксирана нелинейност „p”.

Особено показателна за високата математическа ерудиция на Цветелина Михайлова, е математическата логистика, необходима за изследването на различните форми на равномерна и равномерно-глобална устойчивост на множествата, която е осъществена в Гл. III.

Считам, че докторантката Цветелина Михайлова (Спирова) притежава висока степен на математическа ерудиция, в естеството на избраната научна проблематика, в дисертационния и труд.

**Основни задачи на дисертационния труд:** Ето какви са накратко научните и научноприложните цели и задачи, представени в дисертационния труд, и които са изискуеми (като структура) за монографични научни трудове:

- Да се адаптира концепцията за устойчивост за множества, породени от фазовите пространства на реактивно-дифузионни импулсни системи, със зависещи от времето закъснения;
- Да се формулират достатъчните условия за равномерна глобална асимптотична устойчивост на множества;
- Да се уточнят достатъчните условия и условията за съществуване на силно устойчиви множества;
- Да се анализират с оглед на научнопрактическата им приложимост асимптотичната устойчивост на реактивно-дифузионните системи със закъснения и импулсни смущения, представени във формата на многообразия;
- Да се анализират с оглед на научнопрактическата им приложимост на интегралните многообразия, за реактивно-дифузионни невронни мрежи на Коен-Грозберг;
- Да се проучат условията за съществуването на интегрални многообразия, за импулсно-динамичен модел на вируса на хепатит Б, със степен на инфекция по схемата на Bedington – De Angelis;

Избраните от автора математически методи, от областта на устойчивостта и асимптотическата устойчивост на диференциалните уравнения и системи и функционалния анализ, са в съответствие с поставените амбициозни научни цели.

**Научни приноси:** Поради относително самостоятелното естество на посочените по-горе научни и научноприложни цели в дисертационния труд, научните приноси на докторантката, които са приоритетни за този вид монографии, са разпределени почти пропорционално между базовите ѝ части: Глава III – Устойчивост на множества и интегрални многообразия във фазовото пространство на реактивно-дифузионни мрежи на Коен-Грозберг, със закъснения и импулси; и

Глава IV – Приложения (Съществуване на интегрални многообразия на импулсен модел за вируса на хепатит Б). Ето защо ще изложа научните приноси на докторантката Цветелина Михайлова (Спирова), визирайки посочените основни глави в нейната дисертация.

Научните приноси в Гл. III са обвързани в контекста на 17 теореми и 8 лема с техните доказателства, и са свързани с адаптирането на няколко базови теореми в теорията на импулсните реактивно-дифузионни системи от диференциални уравнения, с оглед те да са приложими към изследването на устойчивостта на посочените системи, когато в тях са

внесени импулсни закъснения и смущения. Визирам по-специално Теорема 3.1.6. , Теорема 3.1.7. и Теорема 3.1.9., установяващи съответно глобалната асимптотична устойчивост на множеството  $M(t,x)$ , равномерната му глобално-експоненциална устойчивост, както и равномерната глобално-асимптотична устойчивост на това множество, по отношение на реактивно-дифузионните закъснения от специален вид.

Считам, че в Глава IV, докторантката Цветелина Михайлова е постигнала оригинален принос в науката с практическото изследване на възможните интегрални многообразия в динамиката на хепатитния вирус Б, както и с прибавянето към математическия модел, съставен от Hattaf- Yousfi на закъснения при импулсни смущения, така и с установяването на интегрално многообразие, което да е асимптотически устойчиво в разширеното фазово пространство на системата.

Считам, че научните приноси на докторантката Цветелина Михайлова (Спирова), показани в дисертационния ѝ труд са в съответствие с необходимите научни изисквания на Чл.6, ал.(3) от Закона за академичния състав в Република България и Чл. 7, ал.(1) от Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени в Техническият университет – София. Дори нещо повече, с обобщаващите резултати в Гл.IV се надхвърлят тези изисквания, заради потенциала им в обогатяване на качествената теория за невронните мрежи.

Прави много добро впечатление, че докторантката – Цветелина Михайлова, не се е увлякла по детайлни математически трансформации и преобразования, а е акцентирала само върху главните направления на доказателствата. Това допринася за по-добрата визия и читаемост на научния труд.

**Преценка на публикациите:** Авторът е представил три публикации в авторитетния Швейцарски Мулти дисциплинарен издателски институт (MDPI) – Mathematics, в съавторство с Г. Стамов, И. Стамова, С. Томасиелло, Г. Венков. Първите две статии са публикувани през 2020г., и са в системата SRJ – Q2 (Система за рейтинг на списанията) а третата през 2021 г. е в системата SRJ – Q3. Съгласно Приложение 1 на Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени в ТУ – София, посочените публикации се акредитират с 165 т., при минимален брой от 30 т. (при позиция – 7.), а номиналната акредитация е 215т. при минимално изискване от 80 т., т.е. в случая е налице превишение с 269 %.

**Оценка за съответствието на автореферата:** Авторефератът на Дисертационния труд – „Импулсни реактивно-дифузионни невронни мрежи на Коен- Грозберг с крайни закъснения : устойчивост на множества”, съдържа 32 страници, Обща характеристика на



дисертационния труд, Фундаментална теория (Гл.1), Реактивно-дифузионни уравнения (Гл.2), Устойчивост на множества и интегрални многообразия във фазовото пространство на системи реактивно-дифузионни невронни мрежи на Коен-Грозберг със закъснения и импулси (Гл. 3), Приложения (Гл. 4) и Литература с 94 позиции.

Авторефератът на Цветелина Михайлова отразява правдиво съдържанието и постигнатите резултати в Дисертационния труд и препоръчвам той да бъде публикуван в представената форма.

**Забележки и препоръки:** Струва ми се, че на фона на 94-те сериозни литературни източника, които е използвала докторантката, представеният в началото на дисертацията кратък Увод (1-4 стр.) има много бърза сходимост, към структурния математически проблем на реактивно дифузионните невронни мрежи. Историческият преглед е твърде кратък – съдържа само 12-14 авторски заглавия, поставили основите на фундаменталната теория. Предполагам, че всеки читател на този иначе впечатляващ научен труд, би искал да добие по-подробна представа, за еволюцията на макар и сравнително кратката история на невронните изследвания.

За мен е необичаен и финалът на Дисертацията (без да отчитам протоколния списък на научните приноси и публикациите). Последният ѝ „акорд” е доказателството на Теорема 4.2.5., не че тя е маловажна в контекста на Гл.IV, но не посочва значимостта на импулсния модел на вируса на хепатит Б. Читателят (съдейки по себе си) остава някак озадачен, дали толкова сериозна и „тежка” научна „артилерия”, не би могла да атакува и други научни цели. Казано с други думи – добре би било да се включи във финалната част на Дисертационния труд – Заключителни бележки.

**Заключение:** Уповавайки се на направения анализ на научните приноси в Дисертационния труд, имащ висок дисертабилен потенциал, препоръчвам на Уважаемото научно жури, да присъди на Цветелина Веселинова Михайлова (Спирова) образователната и научна степен „доктор”, по професионалното направление – 4.5 (Математика) и научна специалност: „Математическо моделиране и приложение на математиката”

С о ф и я

12. 04. 2022 г.

Рецензент:

(доц. д.м.н. О. Каменов)

## R E V I E W

On the dissertation of M.Sc.Eng. Tsvetelina Veselinova Mihaylova (Spirova)

For the acquisition of the PhD educational and scientific degree in the field of higher education -  
Natural Sciences, Mathematics and Informatics, Professional Field 4.5 – Mathematics

**Dissertation topic: “Cohen-Grossberg's pulse reactive-diffusion neural networks with  
extreme delays: Resistance of sets”**

**Scientific supervisors:** Prof. Dr. Georgie Venkov, FAMI, Technical University of Sofia,  
Prof. D.Sc. Gani Stamov, The Faculty of Engineering and Pedagogy of Sliven, Technical  
University of Sofia

**Reviewer:** Assoc. Prof. D.Sc. Ognyan Yordanov Kamenov

The scientific work presented by the doctoral student Tsvetelina Mihaylova (Spirova) has a volume of 117 pages, and the following structure: Introduction, four chapters, two of which are auxiliary and two main chapters (Chapters III, IV), as the second one has an applied-summarizing character, concluding remarks with the main contributions of the dissertation and bibliography, containing 94 titles.

**Relevance of the topic:** The relevance of the topic in the dissertation of Tsvetelina Mihailova is determined by the growing need to compose adequate dynamic mathematical systems for the neural networks. The choice of impulse linear systems of differential equations is successful in the cases when the impulse impact at a certain moment of time leads in change of the “i”- th neuron. I find a particularly relevant fragment, of the otherwise impressive topic, the analysis of the reactive-diffusion component of the neural network, proposed by Cohen-Grossberg, because dynamic development of neural networks depends not only on the time of evolution of each variable, but also depends on its position in space. In the models of these scientists, neural systems allow more than one point of equilibrium, which has led research to the global asymptotic behaviour of the invariant sets and related issues of the asymptotic stability of reactive-diffusion systems with delay. Popular among scientists in this field is the concept that when the variety of initial conditions gives rise to a variety of different equilibrium points, we proceed to analyse the asymptotic stability of sets or varieties, which includes in this type of stability a number of special cases, such as equilibrium stability, stability of the zero solution, etc. We cannot fail to mention, in connection with the mentioned studies of the asymptotic stability of sets, formed by the phase spaces and the application of the Lyapunov-Razumikhin method for the impulse model of the hepatitis B virus. In the context of the relevance of the topic, I would like to mention the fact that in the reactive-diffusion differential equations, modelling the impact of the hepatitis B virus density in space, caused by diffusion and local interactions between species, an attempt was made to estimate the

quantitative accumulation and another contagious factor - impulse effects, including accidental attacks, noise in the system, or sudden changes in the environment. I highly appreciate the relevance of the scientific topic of the dissertation.

**Degree of awareness of the scientific problem:** The degree of awareness shown by the doctoral student Tsvetelina Mihaylova (Spirova) about the nature of scientific problem is evident as from the 3 co-authored articles published in 2020-2021 in the scientific journal "Mathematics" with high IF and also from the clear and well-chosen fragments of the theory of stability of dynamic impulse differential equations, Lyapunov's second method for studying the stability of dynamic equations and systems of reactive-diffusion type (Chapters I, II), as well from her deep knowledge of the classical Cohen-Grossberg neural networks and their various variants - cellular neural networks, bi-direct neural networks, Hopfield neural networks and others, discussed in Chapter III.

One of the most important manifestations of the doctoral student's deep scientific knowledge in this field follows from the analysis of the asymptotic stability of equilibrium, of dynamic impulse systems of differential equations with finite but time-varying delays describing neural networks. This stability is a key qualitative feature of the neural networks. It makes a good impression the appropriate "inclusion" in the context of the topic of the example (2.2.1.), discussed in paragraph 2.2, illustrating Lyapunov's method for asymptotic stability of global and stationary solutions for the specific nonlinear parabolic partial differential equation of the second order, with fixed nonlinearity "p". Particularly indicative of the high mathematical knowledge of Tsvetelina Mihaylova is the mathematical logistics necessary for investigation of the various forms of uniform and uniform-global stability of the integral manifolds, which is carried out in Chapter III.

I believe that the doctoral student Tsvetelina Mihaylova (Spirova) shows a high mathematical erudition, in the nature of the chosen scientific issues in her dissertation.

**Main tasks of the dissertation:** Here are the scientific and applied goals and tasks briefly presented in the dissertation, which are required (as a structure) for monographic scientific works:

- To adapt the concept of stability for sets generated by the phase spaces of reactive-diffusion pulse systems, with time-dependent delays;
- To formulate the sufficient conditions for uniform global asymptotic stability of sets;
- To specify the sufficient conditions and the conditions for existence of highly stable sets;
- To analyse in view of their scientific and practical applicability the asymptotic stability of the reactive-diffusion systems with delays and impulse disturbances, presented in the form of manifolds;
- In view of their scientific and practical applicability, to be analysed the integral manifolds for reactive-diffusion neural networks of Cohen-Grossberg.

- To study the conditions for the existence of integral manifolds for an impulse-dynamic model of the hepatitis B virus, with a degree of infection according to the scheme of Bedington - De Angelis; The mathematical methods chosen by the author, in the field of stability and asymptotic stability of the differential equations and systems as well in functional analysis, are in accordance with the ambitious scientific goals.

**Scientific contributions:** Due to the relatively independent nature of the above scientific and applied goals in the dissertation, the doctoral student's scientific contributions, which are a priority for this type of monographs, are distributed almost proportionally between its basic parts: Chapter III – Stability of sets and integral manifolds in the phase space of the Cohen-Grossberg reactive-diffusion networks, with delays and pulses; and Chapter IV - Applications (Existence of integral manifolds of the impulse model for hepatitis B virus). That is why I will present the scientific contributions of the doctoral student Tsvetelina Mihaylova (Spirova), referring to the main chapters in her dissertation.

The scientific contributions in Chapter III are connected in the context of 17 theorems and 8 lemmas with their proofs, and are related to the adaptation of several basic theorems in the theory of impulse reactive-diffusion systems of differential equations, in order to be applicable in studying the stability of these systems, when impulse disturbances are applied to them. In particular I am referring to Theorem 3.1.6, Theorem 3.1.7 and Theorem 3.1.9, establishing respectively the global asymptotic stability of the set  $M(t, x)$ , its uniform global-exponential stability, as well as the uniform global-asymptotic stability of this set with respect to the reactive-diffusion delays of a special kind.

I believe that in Chapter IV, the doctoral student has achieved original contribution by practical studying of the possible integral manifolds in the dynamics of the hepatitis B virus, as well by adding impulse disturbances with delay to the Hattaf-Yousfi mathematical model and establishing an integral manifold that is asymptotically stable in the extended phase space of the system.

I believe that the scientific contributions of the doctoral student Tsvetelina Mihailova (Spirova), shown in the dissertation are in accordance with the necessary scientific requirements of Article 6, paragraph (3) of the Law on Academic Staff in the Republic of Bulgaria and Art. 7, para (1) of the Regulations for the conditions and the order for acquiring scientific degrees in Technical University - Sofia. Moreover, the summary results in Chapter IV go beyond these requirements because of their potential in enriching the qualitative theory of neural networks.

It makes a very good impression that the doctoral student - Tsvetelina Mihailova, was not interested in detailed mathematical transformations and transformations, but focused only on the main directions of the evidence. This contributes to a better vision and readability of the scientific work.



I believe that the scientific contributions of the doctoral student Tsvetelina Mihaylova (Spirova), shown in the dissertation are in accordance with the necessary scientific requirements of Art. 6, paragraph (3) of the Law for Academic Staff in Republic of Bulgaria and Art. 7, paragraph (1) of the Regulations on the terms and conditions for acquiring scientific degrees at the Technical University – Sofia. Moreover, the summary results in Chapter IV go beyond these requirements because of their potential in enriching the qualitative theory of neural networks.

It makes a very good impression that the doctoral student - Tsvetelina Mihaylova, has not gone too far with detailed mathematical transformations, but has focused only on the main directions of the proofs. This contributes to a better vision and readability of the scientific work.

**Evaluation of publications:** The author has presented three publications in the authoritative Swiss Multidisciplinary Digital Publishing Institute (MDPI) - Mathematics, in co-authorship with G. Stamov, I. Stamova, S. Tomasielo, and G. Venkov. The first two articles were published in 2020 and are in the SRJ - Q2 (System of Journal Rating) and the third one in 2021 is in the SRJ - Q3 system. According to Appendix 1 of the Regulations on the terms and conditions for acquiring scientific degrees at the Technical University - Sofia, the above publications are accredited with 165 points, with a minimum number of 30 points (for position 7.), and the nominal accreditation is 215 points with a minimum requirement of 80 points, i.e. in this case it is an excess of 269%.

**Assessment of the correspondence of the abstract:** The abstract of the dissertation “**Cohen-Grossberg's pulse reactive-diffusion neural networks with extreme delays: Resistance of sets**” contains 32 pages, General characteristics of the dissertation, Fundamental theory (Chapter 1), Reactive-diffusion equations (Chapter 2), Stability of sets and integral manifolds in the phase space of Cohen-Grossberg reactive-diffusion neural network systems with delays and pulses (Chapter 3), Applications (Chapter 4) and References with 94 positions .

The abstract of Tsvetelina Mihaylova truthfully reflects the content and the achieved results in the Dissertation and I recommend its publication in the presented form.

**Remarks and recommendations:** It seems to me that against the background of the 94 serious literature sources used by the doctoral student, the short Introduction presented at the beginning of the dissertation (1-4 pages), has a very fast convergence to the structural mathematical problem of reactive diffusion Neural Networks. The historical overview is too short, containing only 12-14 author's titles that has laid the basis of the fundamental theory. I suppose that every reader of this otherwise impressive scientific work, would like to get more detailed idea about the evolution of the albeit relatively short history of neural research.

I believe that the scientific contributions of the doctoral student Tsvetelina Mihaylova (Spirova), shown in the dissertation are in accordance with the necessary scientific requirements of Art. 6, paragraph (3) of the Law for Academic Staff in Republic of Bulgaria and Art. 7, paragraph (1) of the Regulations on the terms and conditions for acquiring scientific degrees at the Technical University – Sofia. Moreover, the summary results in Chapter IV go beyond these requirements because of their potential in enriching the qualitative theory of neural networks.

It makes a very good impression that the doctoral student - Tsvetelina Mihaylova, has not gone too far with detailed mathematical transformations, but has focused only on the main directions of the proofs. This contributes to a better vision and readability of the scientific work.

**Evaluation of publications:** The author has presented three publications in the authoritative Swiss Multidisciplinary Digital Publishing Institute (MDPI) - Mathematics, in co-authorship with G. Stamov, I. Stamova, S. Tomasielo, and G. Venkov. The first two articles were published in 2020 and are in the SRJ - Q2 (System of Journal Rating) and the third one in 2021 is in the SRJ - Q3 system. According to Appendix 1 of the Regulations on the terms and conditions for acquiring scientific degrees at the Technical University - Sofia, the above publications are accredited with 165 points, with a minimum number of 30 points (for position 7.), and the nominal accreditation is 215 points with a minimum requirement of 80 points, i.e. in this case it is an excess of 269%.

**Assessment of the correspondence of the abstract:** The abstract of the dissertation “**Cohen-Grossberg's pulse reactive-diffusion neural networks with extreme delays: Resistance of sets**” contains 32 pages, General characteristics of the dissertation, Fundamental theory (Chapter 1), Reactive-diffusion equations (Chapter 2), Stability of sets and integral manifolds in the phase space of Cohen-Grossberg reactive-diffusion neural network systems with delays and pulses (Chapter 3), Applications (Chapter 4) and References with 94 positions .

The abstract of Tsvetelina Mihaylova truthfully reflects the content and the achieved results in the Dissertation and I recommend its publication in the presented form.

**Remarks and recommendations:** It seems to me that against the background of the 94 serious literature sources used by the doctoral student, the short Introduction presented at the beginning of the dissertation (1-4 pages), has a very fast convergence to the structural mathematical problem of reactive diffusion Neural Networks. The historical overview is too short, containing only 12-14 author's titles that has laid the basis of the fundamental theory. I suppose that every reader of this otherwise impressive scientific work, would like to get more detailed idea about the evolution of the albeit relatively short history of neural research.

The final of the Dissertation is also unusual for me (without taking into account the protocol list of scientific contributions and publications). Its last "chord" is the proof of Theorem 4.2.5, I do not mean that it is insignificant in the context of Chapter IV, but does not indicate the significance of the impulse model of the hepatitis B virus. The reader (judging by myself) remains somewhat puzzled, whether such a serious and "heavy" scientific "artillery" could not attack other scientific targets. In other words, it would be good Concluding remarks to be included in the final part of the Dissertation.

**Conclusion: Relying on the analysis of scientific contributions to the dissertation, which has high dissertation potential, I recommend to the Honoured Scientific Jury to award Tsvetelina Veselinova Mihaylova (Spirova) the educational and scientific degree "Doctor" in the professional field - 4.5 (Mathematics) and scientific specialty: "Mathematical modelling and application of mathematics"**

Sofia, 12 April 2022

**Reviewer:** .....

Assoc. Prof. D.Sc. Ognyan Kamenov