

ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ - СОФИЯ
ИНЖЕНЕРНО - ПЕДАГОГИЧЕСКИ ФАКУЛТЕТ - СЛИВЕН

ПРОФ. Д-Р ИНЖ. СТАНИМИР КАРАПЕТКОВ

МЕХАНОМАТЕМАТИЧНО МОДЕЛИРАНЕ НА ДВИЖЕНИЕТО НА АВТОМОБИЛ ПРИ ИДЕНТИФИКАЦИЯ НА ПТП

АВТОРЕФЕРАТ
на дисертационен труд
за присъждане на научната степен
“ДОКТОР НА НАУКИТЕ”

научна област: Механика
специалност: 01.02.01. Приложна механика

Сливен
2012

Дисертационният труд е в обем на 391 стр. и съдържа 152 фигури. Цитирани са 125 литературни източника. Трудът се състои от въведение, шест глави, списък на ползваната литература, списък на публикациите по дисертацията и четири приложения.

Номерацията в автореферата на формулите и цитираната литература съответстват на тези в дисертационния труд.

Предварителното обсъждане на дисертационния труд е проведено на Катедрен съвет на катедра „Механика, машиностроене и топлотехника” на 15.05.2012 г.

Заседанието за защита на дисертационния труд е насрочено за 05.09.2012 г. в катедра ММТ на ИПФ-Сливен към ТУ-София.

1. ОБЩА ХАРАКТЕРИСТИКА НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

1.1. АКТУАЛНОСТ НА ТЕМАТА

Една от най-развиващите се области в съвременното машиностроене е разработването и производството на автомобилна техника, включваща в себе си най-високите инженерни технологии, методи за проектиране и изпитване. Механоматематичното моделиране на процесите, свързани с движението на превозните средства, има съществена роля за подобряване на активната и пасивната им безопасност, комфорта и удобството при управление.

Независимо от множеството изследвания върху динамиката на движение на моторните превозни средства /МПС/, изследването на тяхното поведение на пътя при движението им на сравнително дълъг пътен участък е твърде актуално. Основните разработки обикновено са специфични и свързани с даден отделен процес – трептения, устойчивост при движение в завой, динамика на спирането, аеродинамични качества, ускорение и др. Цялостното движение на автомобила е процес, неимоверно свързан с всички агрегати, системи и конструктивни елементи на автомобила – двигател, окачване, гуми и мн. др., чието комплексно изследване е достатъчно сложно.

Изключително актуален въпрос не само в технически, но и в социален аспект, представлява идентификацията на пътнотранспортните произшествия /ПТП/. Реалната фактическа обстановка на едно транспортно произшествие се изяснява единствено чрез възстановяване на действителното движение на участвалите в инцидента обекти – МПС и пешеходци. В тази връзка изключително важна задача пред изследователите е точното механоматематично моделиране на макродвижението на транспортното средство по време на произшествието.

Коренно се промениха физико-математичните модели и постановки, характеризиращи процесите на спиране на автомобила, неговата динамика, деформиране и др., което налага използването на нов научен подход в изследванията. Съвременните компютърни технологии и софтуер направиха възможно решаването на сложни механоматематични модели на обектите, участващи в едно произшествие, което от своя страна би довело до една по-точна и обективна оценка на инцидента.

Настоящият дисертационен труд представлява динамично изследване на движението на автомобила, респ. автомобилите, участващи в пътнотранспортно произшествие, с цел по-точно пресъздаване на реалната фактическа обстановка и изясняване на механизма на пътния инцидент.

1.2. ЦЕЛ И ЗАДАЧИ НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

Цел:

Да се създадат и реализират механоматематични модели на движението на автомобил по продължителен наклон на спускане и след загуба на напречна устойчивост, на удар на пешеходец, удар между МПС и удар на автомобил в препятствие с цел идентификация на ПТП.

Задачи:

1. Да се разработи механоматематичен модел на движението на МПС с изправна или частично работеща спирачна уредба при спускане по пътен участък с променлив наклон с отчитане на характеристиката на двигателя в режим на принудителен празен ход.
2. Да се разработи механоматематичен модел на движението на двуосно МПС по наклонена равнина след загуба на напречната му устойчивост, в който се отчита ротацията на колелата, преразпределението на реакциите в колелата, еластичността на окачването, променливият коефициент на триене и др.
3. С цел идентификация на движението при ПТП на базата на създадените механоматематични модели на движението на автомобил да се разработят съответните компютърни симулационни програми, придружени с анимация на движението.
4. Да се създаде и реализира в средата на Mallab механоматематичен модел на многофазовото относително движение на тялото на пешеходец спрямо автомобила при удар.
5. Да се реши същинската задача на удар между МПС за определяне на скоростите преди удара при известни крайни условия непосредствено след удара без използване на коефициентите на коравина при удар и коефициента на възстановяване;
6. Да се предложи и реализира автоматизиран метод за решение на основната задача на удар между автомобили и удар на автомобил в препятствие с помощта на компютърна симулация на движението на автомобилите – да се определят част от началните условия /линейни скорости преди удара/ при известни крайни условия на движението след ПТП;

7. Да се реши задачата на Коши при удар между автомобили с помощта на компютърна симулация на движението на автомобилите.

1.3. ПРАКТИЧЕСКА ПРИЛОЖИМОСТ

Изследванията, отразени в дисертационния труд, намират широко приложение в техническия експертен анализ на ПТП в страната. Чрез създадените механоматематични модели на движението на автомобил с частично работеща спирачна уредба по наклонен пътен участък и на движението на автомобил по равнина се идентифицира действителното движение на автомобилите след загуба на устойчивост – след продължително спускане, след удар, в завой, на участък със занижено сцепление и др.

Предложените модели на удар между МПС и на МПС в препятствие се базират на нов подход за определяне на скоростите им преди удара, който според автора представлява в определено отношение по-точен метод от класическия енергиен метод.

С помощта на динамичното изследване на удар на пешеходец са обогатени възможностите за оценка на скоростта на автомобила непосредствено преди удара въз основа на локализацията на деформациите му и травмите на пострадалия.

Основните резултати от изследванията са публикувани в два учебника, които се ползват от съдебните автотехнически експерти в страната.

1.4. НАУЧНА НОВОСТ

Изследванията в дисертационния труд върху различните аспекти на динамиката на движение на механичните системи, участващи в ПТП, се базират на строг научен подход, традиционно ползващ се в областта на теоретичната и приложна механика. Приложеният математичен апарат, макар и традиционен, се основава на съвременните методи на матричното смятане с цел ефективно ползване на съвременните компютърни възможности на програмната среда Matlab. Предложените и реализирани механоматематични модели на движението на автомобил по равнина, удар между МПС и удар на пешеходец се осъществяват с помощта на теоремите на механиката и кинематичния анализ. Изведени са диференциалните уравнения на движение на съответната механична система, които се решават числено.

Създадени са редица програми със съответната анимация на движението за удобно ползване от потребителя.

Научната новост на резултатите от дисертационния труд се гарантира от точността на получените решения при действителни разследвания на ПТП, като предложените модели са прилагани многократно от автора и други изследователи. Наличните критерии за контрол на решенията, респ. траектории на движение на центровете на колелата /следи/, данни за скоростта на МПС, деформации и др., доказват адекватността на механоматематичните модели и достоверността на решенията. Сравнението с известни постановки и методи в областта на идентификацията на макродвижението на автомобила показва една добра точност на изследванията.

1.5. АПРОБАЦИЯ НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

Идеите, моделите и резултатите от поредицата изследвания на автора в областта на механоматематичното моделиране на движението на обектите при ПТП са намерили отражение в множество доклади на научни форуми. Основните резултати в областта на темата на дисертационния труд са представени в редица конференции в страната и чужбина, в това число и няколко пленарни доклада.

Резултатите от настоящия дисертационен труд са публикувани в 47 научни труда, от които

- 5 доклада на международни конференции в чужбина;
- 3 труда в международни списания;
- 35 доклада на конференции в страната, повечето от които публикувани в списание „Механика на машините” /34 бр/;
- 4 статии в други научни списания и годишници.

2. СЪДЪРЖАНИЕ НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

2.1. ГЛАВА 1

ЛИТЕРАТУРЕН ОБЗОР

Обзорът съдържа основните достижения на науката по третиращите се в дисертационния труд въпроси. Основните от тях са в областта на изследване на макродвижението на автомобил при спускане по наклонен пътен участък, движение по равнина след загуба на напречна устойчивост, удар между МПС, удар в препятствие и удар на пешеходец.

Основните изводи от направения литературен обзор са следните:

1. Използваните подходи при определяне на скоростта на МПС при ефективен спирачен път и при движение в завой /критични скорости/ се базират на модел на материална точка. Необходимо е механоматематично моделиране на автомобила, разглеждан като механична система с повече степени на свобода, с индивидуално отчитане на всяка сила на триене в колелата.
2. В повечето модели не се отчита преразпределението на реакциите в колелата под действие на инерционните сили. При пространствените модели колелата се приемат за относително неподвижни, а силите на триене – при плъзгане в зависимост от ъгъла на завъртане на даденото колело спрямо следата. Коефициентът на триене се приема за постоянен, не се отчита влиянието на двигателя и частично работещата спирачна уредба.
3. Изследванията върху динамиката на движение на товарен автомобил с товар и частично работеща спирачна уредба при по-продължително спускане са оскъдни.
4. Всички модели при изследването на удар между МПС решават задачата на Коши, а не същинската смесена задача с цел идентификация на ПТП.
5. В известните програми се използва неизвестният и изменящ се в голям диапазон коефициент на възстановяване, като повечето от моделите се основават на енергийния метод "Delta-V".
6. В известните формули за определяне на скоростта на МПС в момента на удар на пешеходец не се отчитат комплексно геометричните, масовите и инерционните характеристики на тялото на пешеходеца, реалният профил на предната част на автомобила и спирачното му закъснение.

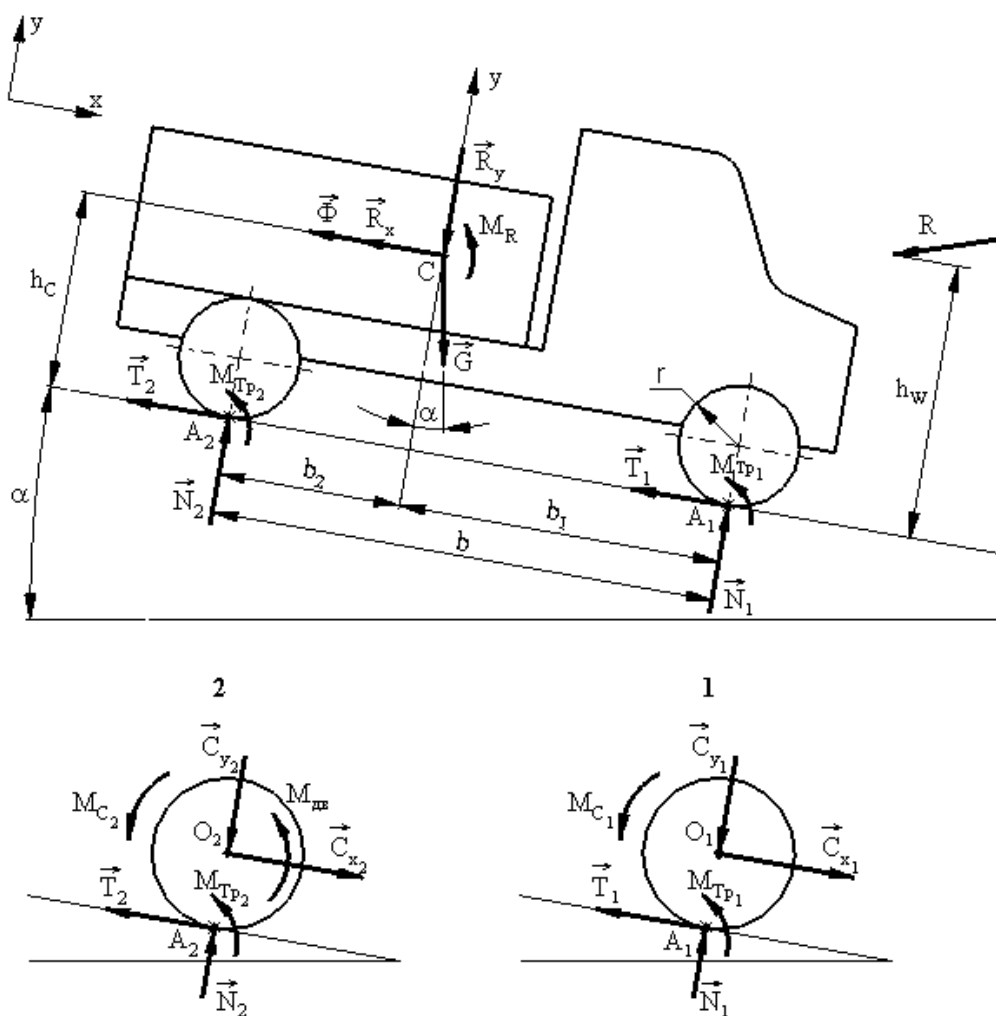
2.2. ГЛАВА 2

МЕХАНОМАТЕМАТИЧНО МОДЕЛИРАНЕ НА ДВИЖЕНИЕТО НА ДВУОСНО ПРЕВОЗНО СРЕДСТВО С ИЗПРАВНА ИЛИ ЧАСТИЧНО РАБОТЕЩА СПИРАЧНА УРЕДБА ПО НАКЛОНЕН УЧАСТЪК С ПРОМЕНЛИВ НАКЛОН

Изследването на движението на товарен автомобил при продължително спускане по наклон има пряка връзка с необходимостта от поддържане на безопасна скорост чрез

спирачната система. На фиг. 2.1 е показана схема на автомобил, движещ се по наклонена равнина с надлъжен ъгъл на наклона спрямо хоризонта α . Автомобилът се разглежда като механична система, чиято каросерия извършва транслационно праволинейно движение, а колелата – равнинно.

На схемата са показани действащите на автомобила външни сили, както и силите, действащи на колелата.



Фиг. 2.1. Схема на силите, действащи на автомобила и на колелата

Диференциалните уравнения на движение на автомобила се извеждат по метода на кинетостатиката и при чисто търкаляне на колелата имат вида:

$$(2.1) \quad m \cdot g \cdot \sin \alpha - T_1 - T_2 - m \cdot \ddot{x}_c - |R_x| = 0;$$

$$(2.2) \quad N_1 + N_2 - m \cdot g \cdot \cos \alpha - |R_y| = 0;$$

$$\begin{aligned}
 (2.3) \quad & h_c \cdot m \cdot \ddot{x}_c - b \cdot N_2 + f_{тр} \cdot N_1 + f_{тр} \cdot N_2 + \\
 & + (\cos \alpha \cdot b_1 - \sin \alpha \cdot h_c) \cdot m \cdot g + h_c \cdot |R_x| + \\
 & + b_1 \cdot |R_y| + M_R = 0,
 \end{aligned}$$

където: b е надлъжната база на автомобила; $b_i/i=1,2/$ - разстояния от проекцията на масовия център върху равнината, образувана от двете оси, съответно до предната и задната ос; h_c - височина на масовия център; N_1, N_2 - нормални реакции, T_1, T_2 - сили на триене съответно в задвижваната и задвижващата ос; f - коефициент на триене при търкаляне на колелата; R_x, R_y, M_R - проекции на съпротивителната сила на въздуха и моментът ѝ спрямо масовия център, които се определят от изразите [19, 22]

$$R_x = w_x \cdot \dot{x}^2;$$

$$R_y = w_y \cdot \dot{x}^2;$$

$$M_R = w_m \cdot \dot{x}^2.$$

Тук w_x, w_y и w_m са коефициенти, които зависят от плътността на въздуха и лицето на челната площ на автомобила.

Диференциалните уравнения на движение на колелата от задвижваната и задвижващата ос, описващи тяхната ротация при чисто търкаляне, имат вида:

$$(2.4) \quad I_1 \frac{\ddot{x}}{r_d} = T_1 r_d - M_{c_1} - f_{тр} \cdot N_1;$$

$$(2.5) \quad I_2 \frac{\ddot{x}}{r_d} = T_2 r_d - M_{дс} - M_{c_2} - f_{тр} \cdot N_2$$

където I_1, I_2 са приведени инерционни моменти на всички въртящи се части съответно към задвижваната и задвижващата ос; r_d - динамичен радиус на колелата; M_{c_1}, M_{c_2} - съпротивителни моменти от спирачните механизми на съответната ос; $f_{тр}$ - коефициенти на триене при търкаляне на колелата от съответните оси; $M_{дс}$ - съпротивителен момент от двигателя, работещ в режим на принудителен празен ход.

Извежда се аналогична система диференциални уравнения на движението на автомобила при спускане в режим на спиране за следните възможни варианти: водещите и водимите колела се търкалят без плъзгане; водещите колела се плъзгат, а водимите се търкалят без плъзгане; водещите колела се търкалят, а водимите се плъзгат; водещите и водимите колела се плъзгат.

Изследването и в четирите случая се свежда до определяне на нормалните реакции, силите на триене в колелата и закона за движение на автомобила. В тази връзка са изведени съответните математични изрази. Диференциалните уравнения на движение в отделните случаи имат вида

- **Движение на автомобила при чисто търкаляне на водещите и водимите колела**

(2.6)

$$\ddot{x} = \frac{1}{\left(m + \frac{I_1 + I_2}{r_d^2}\right)} \left(m \cdot g \cdot \sin \alpha - |R_x| - \frac{M_{dc} + M_{c_1} + M_{c_2}}{r_d} - \frac{f}{r_d} (|R_y| + m \cdot g \cdot \cos \alpha) \right).$$

- **Движение на автомобила при плъзгане на водещите и чисто търкаляне на водимите колела**

(2.7)

$$\begin{aligned} \ddot{x} = & \frac{mg \left(\sin \alpha + \frac{\mu \cdot f}{b-f} \cos \alpha - \mu \frac{(\sin \alpha \cdot h_c + \cos \alpha \cdot b_2)}{b-f} - f \frac{(\cos \alpha \cdot b_1 - \sin \alpha \cdot h_c)}{r_d \cdot (b-f)} \right)}{m \left(1 + \frac{I_2}{m r_d^2} - \mu \frac{h_c}{b-f} + \frac{f}{r_d} \cdot \frac{h_c}{b-f} \right)} + \\ & + \frac{\left(\mu \frac{h_c}{b-f} - \frac{f}{r_d} \cdot \frac{h_c}{b-f} - 1 \right) \cdot |R_x| - \left(\mu \frac{b_2 - f}{b-f} + \frac{f}{r_d} \cdot \frac{b_1}{b-f} \right) \cdot |R_y|}{m \left(1 + \frac{I_2}{m r_d^2} - \mu \frac{h_c}{b-f} + \frac{f}{r_d} \cdot \frac{h_c}{b-f} \right)} - \\ & - \frac{\frac{1}{r_d} (M_{dv} + M_{c_2}) - \left(\frac{\mu}{b-f} - \frac{f}{r_d} \right) \cdot M_R}{m \left(1 + \frac{I_2}{m r_d^2} - \mu \frac{h_c}{b-f} + \frac{f}{r_d} \cdot \frac{h_c}{b-f} \right)}. \end{aligned}$$

- **Движение на автомобила при чисто търкаляне на водещите и плъзгане на водимите колела**

(2.8)

$$\ddot{x} = \frac{m \cdot g \left(\sin \alpha - \frac{\mu \cdot f}{b+f} \cos \alpha - f \frac{(\sin \alpha \cdot h_c + \cos \alpha \cdot b_2)}{r_d (b+f)} + \mu \frac{(\sin \alpha \cdot h_c - \cos \alpha \cdot b_1)}{b+f} \right)}{m \left(1 - \frac{I_1}{m r_d^2} - \mu \frac{h_c}{b+f} - \frac{f}{r_d} \cdot \frac{h_c}{b+f} \right)} +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\left(\frac{f}{r_d} \cdot \frac{b_2}{b+f} - \mu \frac{b_1+f}{b+f} \right) |R_y| - \left(1 + \frac{f}{r_d} \cdot \frac{h_c}{b+f} + \mu \frac{h_c}{b+f} \right) |R_x|}{m \left(1 - \frac{I_1}{m \cdot r_d^2} - \mu \frac{h_c}{b+f} - \frac{f}{r_d} \cdot \frac{h_c}{b+f} \right)} + \\
& + \frac{\left(\frac{f}{r_d(b+f)} - \frac{\mu}{b+f} \right) M_R - \frac{M_{c1}}{r_d}}{m \left(1 - \frac{I_1}{m \cdot r_d^2} - \mu \frac{h_c}{b+f} - \frac{f}{r_d} \cdot \frac{h_c}{b+f} \right)}.
\end{aligned}$$

- Движение на автомобила при плъзгане на водещите и водимите колела

$$(2.9) \quad \ddot{x} = g(\sin \alpha - \mu \cdot \cos \alpha) - \frac{|R_x| + \mu |R_y|}{m}$$

Системите уравнения се решават числено в средата на Matlab, toolbox Simulink. Изграден е структурен модел, който реализира интегриране на диференциалното уравнение на движение на автомобила, чиито вид е различен в зависимост от това дали колелата се търкалят без плъзгане или плъзгат. Възможните четири варианта на движение се разграничават чрез последователност от логически оператори, базирани се на закона на Кулон.

Пример

Автобус Чавдар 11М4 с пълна маса $m=11700$ kg се спуска по силно наклонен участък с дължина от около 500 m. Автобусът е с неизправна спирачна уредба – на колелата от задната ос липсва спирачно усилие. Общата спирачна ефективност е около 23 %. Ъгълът на наклона на пътя е променлив – от 12 % до 15,5 %. Графичната зависимост между ъгъла на наклона и дължината на пътя е приведена на фиг. 2.9. При незадействана моторна спирачка двигателният момент в режим на принудителен празен ход се определя от скоростната характеристика на двигателя – фиг. 2.10.

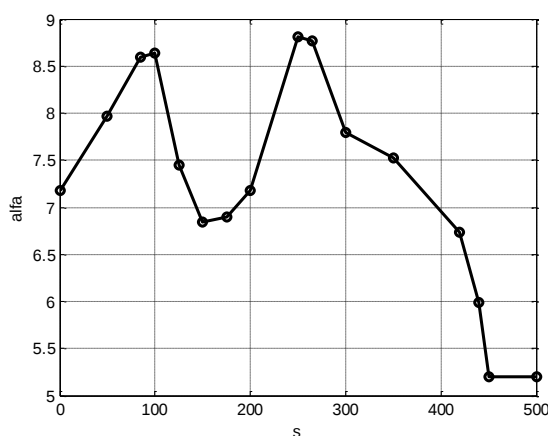
Диференциалното уравнение на движение на автобуса при чисто търкаляне на колелата има вида

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\frac{M_{дв} \cdot i_1 \cdot i_2 \cdot i_3 \cdot \eta - M_{сн1} - M_{сн2}}{r_d} + (\sin \alpha - f \cdot \cos \alpha) \cdot m \cdot g - w_x \dot{x}^2}{m \cdot \delta}.$$

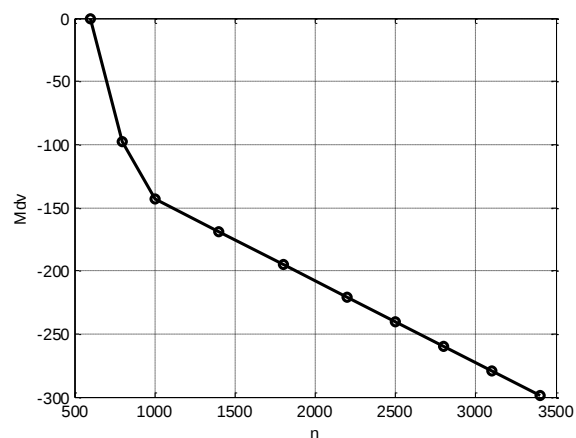
Максималният въртящ момент на двигателя е $M_{дв \max} = 736$ N.m /при честота на въртене на колянвия вал 1400 min^{-1} /, като при честота на въртене при максималната мощност 2200 min^{-1}

съпротивителният момент без включена моторна спирачка е в границите 25-45% от максималния момент /на графичната зависимост 30% - 221 N.m/.

На местопроизшествието са намерени и фиксирани спирачни следи от предните колела на автобуса.



Фиг. 2.9. ъгъл на наклона на пътя в градуси



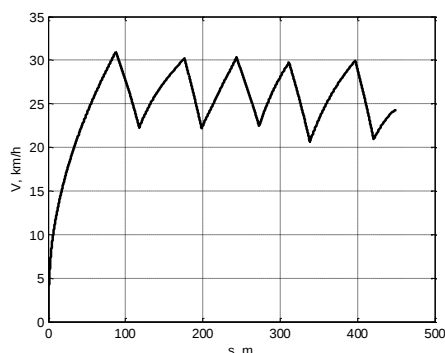
Фиг. 2.10. Скоростна характеристика на двигателя

В диференциалното уравнение на движение на автобуса участват следните основни параметри: $M_{сп1}$, $M_{сп2}$ – общи спирачни моменти съответно върху предна и задна ос при задействана спирачна уредба; $F_{тр}$ – общо спирачно усилие в колелата за всяка ос, за предното дясно колело измереното на стенда максимално спирачно усилие е 10970 N, за лявото - 7540 N, общо спирачно усилие $F_{тр1} = 18510$ N, за задната ос спирачното усилие е нула / $M_{сп2}=0$ /; $f = 0,02$ - коефициент на съпротивление при търкаляне; δ - коефициент, отчитащ въртящите се маси, $\delta = 1 + 0,06 \cdot i_1^2 + 0,04$; $R_x = w_x \cdot V^2$ - хоризонтална проекция на силата на съпротивление на въздуха с фактор на обтекаемост $w_x = k_{aero} \cdot S$; $k_{aero} = 0,4$ – коефициент на обтекаемост; $S=6,28$ m² – активна челна площ на автобуса; $\mu=0,6$ - коефициент на сцепление.

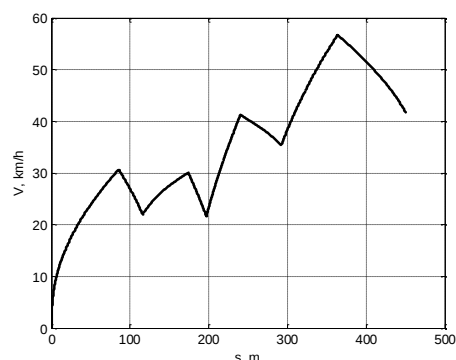
Нелинейното диференциално уравнение на движение се решава числено по метода на Dormand-Prince с помощта на програмна среда Matlab, toolbox Simulink. Разработен е структурен симулационен модел, който позволява идентифициране на движението на автобуса във всеки момент от времето в зависимост от вида на включената предавка, дали е задействана моторната или крачната спирачка и кога.

На фиг. 2.20 е показана скоростта на движение в случай на движение на втора предавка без моторна спирачка с употреба на

крачна спирачка. Реалната скорост на автобуса в този случай е в границите 22-32 km/h.



Фиг. 2.20. Изменение на скоростта в зависимост от изминатия път



Фиг. 2.21. Изменение на скоростта в зависимост от изминатия път

На фиг. 2.21 е показано изменението на скоростта на автобуса при движение на втора предавка без задействана моторна спирачка, като след достигане на скорост от около 31 km/h – на около 86 m след потеглянето, водачът предприема спиране. След това водачът изключва от втора предавка, за да превключи на първа, което е невъзможно. Автобусът продължава движението си на неутрална предавка и скоростта се увеличава. На местата, където са намерени спирачните следи, водачът задейства крачната спирачка.

Предложеният механоматематичен модел е доказал своето ефективно приложение в редица реални пътнотранспортни произшествия с участието на товарни автомобили или автобуси при продължително спускане. На базата на резултатите от спирачния стенд и следите на местопроизшествието, чрез възможните числени решения се идентифицира механизмът на произшествието и се изясняват действията на водача.

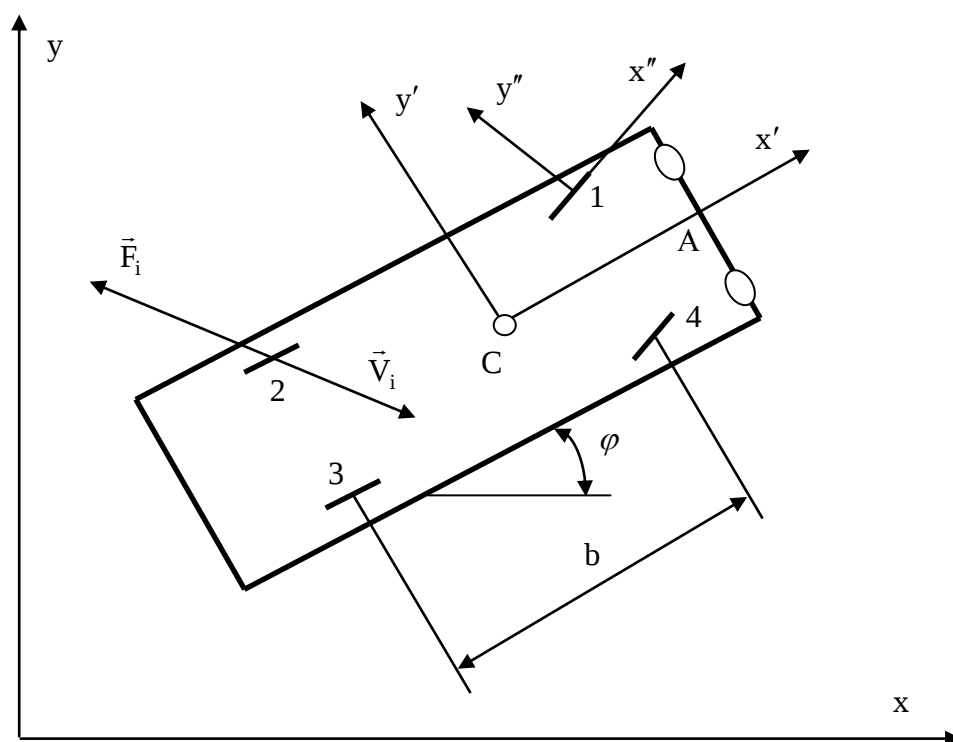
2.3. ГЛАВА 3

МЕХАНОМАТЕМАТИЧНО МОДЕЛИРАНЕ НА ДВИЖЕНИЕТО НА АВТОМОБИЛ ПО РАВНИНА - КВАЗИРАВНИНЕН МОДЕЛ

На фиг. 3.1 е показан автомобил по време на движение след загуба на напречна устойчивост в общо положение – след удар в друг автомобил, след удар в препятствие, при движение в завой и др. Механичната система на автомобила се разглежда с променлив брой степени на свобода – от 4 до 8, в зависимост от броя на

плъзгащите се колела. Обобщените координати на механичната система са следните:

- x, y - координати на масовия център на автомобила спрямо неподвижната координатна система;
- φ - ъгъл на завъртане /курсов ъгъл/ на автомобила, отчетен от абсцисната ос;
- γ_i / $i = 1 \div 4$ / - ъгли на завъртане на колелата около собствената им ротационна ос;
 - θ_k - среден ъгъл на завъртане на управляемите колела около шенкелните оси.



Фиг. 3.1. Схема на автомобила

Неподвижната координатна система има абсцисна и ординатна ос, лежащи върху равнината на движение на автомобила, а оста z е перпендикулярна на тях в посока нагоре. Въвежда се неизменно свързана с каросерията на автомобила подвижна координатна система $Sx'y'z'$ с начало масовия му център. Спомагателната координатна система $Sx''y''z''$ е свързана с масовия център на всяко от колелата, като осите x'' и y'' остават успоредни на равнината на движение на автомобила, а x'' и z'' лежат в равнината на колелото.

При съставяне на механоматематичния модел са направени следните допускания:

1. Приема се, че движението на колелата на автомобила е по произволна наклонена равнина с ъгли на наклона на осите x и y спрямо хоризонта съответно α и β .
2. Приема се, че при движението на автомобила е възможно до три от колелата да се отделят от пътната настилка, но движението на двата моста да остава близко до равнинното.
3. При изследване на макродвижението се пренебрегват малките трептения на механичната система около динамичното ѝ равновесие, определено по метода на кинетостатиката. Основанието за това е пренебрежимо малката загуба на кинетична енергия в механична работа на вътрешните съпротивителни и еластични сили при малките трептения на подресорните маси по сравнение с тоталната работа на силите на триене между гумите и пътната настилка. Това допускане реално се свежда до пренебрегване на влиянието на страничното отместване на масовия център на подресорните маси върху величината на нормалните реакции в колелата. По този начин се гарантира определянето на долната граница на кинетичната енергия на автомобила преди загубата на напречната му устойчивост, респ. минималната скорост на масовия център.
4. Механичното взаимодействие между гумите и пътната настилка се базира на модел на фрикционна окръжност.
5. Страничната деформация на гумата се пренебрегва.

Диференциалните уравнения на движението на автомобила при неговото движение се извеждат по метода на Ойлер, с помощта на метода на Лагранж и на кинетостатиката. Те имат вида

$$(3.1) \quad m \cdot \ddot{x}_c = \sum_{i=1}^4 [F_{ix}] + m \cdot g \cdot \sin \alpha - w_x \cdot \sqrt{\dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2} \cdot \dot{x}_c;$$

$$(3.2) \quad m \cdot \ddot{y}_c = \sum_{i=1}^4 [F_{iy}] + m \cdot g \cdot \sin \beta - w_y \cdot \sqrt{\dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2} \cdot \dot{y}_c;$$

$$(3.3) \quad I_c \cdot \ddot{\varphi} = \sum_{i=1}^4 [F_{iy} (x'_i \cdot \cos \varphi - y'_i \cdot \sin \varphi) - F_{ix} (x'_i \cdot \sin \varphi + y'_i \cdot \cos \varphi)];$$

$$(3.4) \quad [I_\gamma] \cdot [\ddot{\gamma}] = [M_\gamma]; \quad M_{\gamma i} = F_{ir} \cdot r_i + \text{sign}(\dot{\gamma}_i) \cdot [M_{di} - f_i \cdot N_i - M_{si}];$$

$$(3.5) \quad I_g \cdot \ddot{\theta}_k = \sum_{j=1}^2 M_{kj},$$

където m е пълната маса на автомобила; I_c - масов инерционен момент на автомобила спрямо централната му вертикална ос; x_c, y_c, φ - координати на масовия център на автомобила и ъгъл на завъртане спрямо неподвижната координатна система; x'_i, y'_i - координати на центровете на колелата спрямо неизменно свързаната с автомобила координатна система; $\vec{F}_i, /i = 1 \div 4/$ - сили на триене в колелата; α, β - ъгли на надлъжния и напречния наклон на пътната настилка; $\vec{F}_{it}$ - тангенциална компонента на силата на триене в колелото, чиято положителна посока се приема назад /в по-честия случай на движение при спиране или след загуба на устойчивост/; r_i - радиус на колелото; f_i - коефициент на триене при търкаляне; N_i - нормална реакция в колелото; w - фактор на обтекаемост; γ_i - ъгли на завъртане на колелата около собствените оси; $[I_\gamma]$ - квадратна матрица от коефициентите пред собствените ъглови ускорения на двигателните колела, зависещи от инерционните моменти на колелата и двигателя; $[\ddot{\gamma}]$ - матрица-стълб от собствените ъглови ускорения на колелата, от които две или четири са двигателни /извеждат се с помощта на уравненията на Лагранж при симетричен диференциал/:

- автомобил с предни водещи колела

$$[I_\gamma] = \begin{vmatrix} \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{4} + J_1 & 0 & 0 & \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{4} \\ 0 & J_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 & 0 \\ \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{4} & 0 & 0 & \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{4} + J_4 \end{vmatrix};$$

- автомобил със задни водещи колела

$$[I_\gamma] = \begin{vmatrix} J_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{4} + J_2 & \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{4} & 0 \\ 0 & \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{4} & \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{4} + J_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_4 \end{vmatrix};$$

- автомобил с предни и задни водещи колела със симетрично предаване на момента към предните и задни колела

$$[I_\gamma] = \begin{vmatrix} \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{16} + J_1 & \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{16} & \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{16} & \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{16} \\ \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{16} & \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{16} + J_2 & \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{16} & \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{16} \\ \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{16} & \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{16} & \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{16} + J_3 & \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{16} \\ \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{16} & \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{16} & \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{16} & \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{16} + J_4 \end{vmatrix};$$

J_i , $i=1-4$ - собствени приведени масови инерционни моменти на колелата; J_d – собствен инерционен момент на двигателя; i_{tr} – общо предавателно число на трансмисията; $[M_\gamma]$ – матрица-стълб от десните страни на уравненията с елементи $M_{\gamma i}$, зависещи от приведения към всяко едно колело двигателен момент M_{di} и спирачен момент M_{si} ; M_{ik} , $i=1,2$ - главен момент на силата на триене и на нормалната реакция /стабилизиращ момент/ в кормилния механизъм спрямо съответната шенкелна ос.

Уравнение (3.5) се въвежда в случай на движение на автомобила без въздействие на водача върху волана. Ако има такова, ъгълът на завъртане на управляемите колела около шенкелните оси се задава графично или аналитично във функция на времето $\theta_k = \theta_k(t)$.

Стабилизиращият момент спрямо шенкелната ос за всяко управляемо колело се определя от зависимостта

$$(3.6) \quad M_{kj} = [\vec{\rho}_{kj} \times (\vec{F}_j + \vec{N}_j)] \cdot \vec{e}_j,$$

където $\vec{\rho}_{kj}$, $j=1,2$ е радиус-векторът на контактната точка P_j на колелото спрямо мислената прободна точка на шенкелната ос с равнината Oxy ; $\vec{e}$ - единичен вектор на шенкелната ос.

Нормалните реакции в колелата удовлетворяват три независими уравнения, изведени по метода на кинетостатиката. Матричният вид на системата уравнения се записва във вида

$$(3.7) \quad [A_N][N] = [F_N].$$

В общия случай системата уравнения има вида

$$(3.8) \quad b \cdot N_1 + b \cdot N_4 = -m \cdot (\ddot{x}_c \cos \varphi + \ddot{y}_c \sin \varphi) \cdot h_c + I_{x'z'} \cdot \dot{\varphi}^2 + G_z x'_2 + G_{x'} \cdot h_c ;$$

$$(3.9) \quad -2 \cdot y'_1 \cdot N_1 - 2 \cdot y'_2 \cdot N_2 = m \cdot (-\ddot{x}_c \sin \varphi + \ddot{y}_c \cos \varphi) \cdot h_c + I_{x'z'} \cdot \ddot{\varphi} + G_z y'_1 - G_{y'} \cdot h_c ;$$

$$(3.10) \quad N_1 + N_2 + N_3 + N_4 = -G_z ,$$

където е положено

$$G_{x'} = G_x \cdot \cos\varphi + G_y \cdot \sin\varphi; G_{y'} = -G_x \cdot \sin\varphi + G_y \cdot \cos\varphi; G_z = G_z;$$

$$G_x = mg \cdot \sin\alpha; G_y = mg \cdot \sin\beta; G_z = -\frac{mg}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\alpha + \operatorname{tg}^2\beta}}.$$

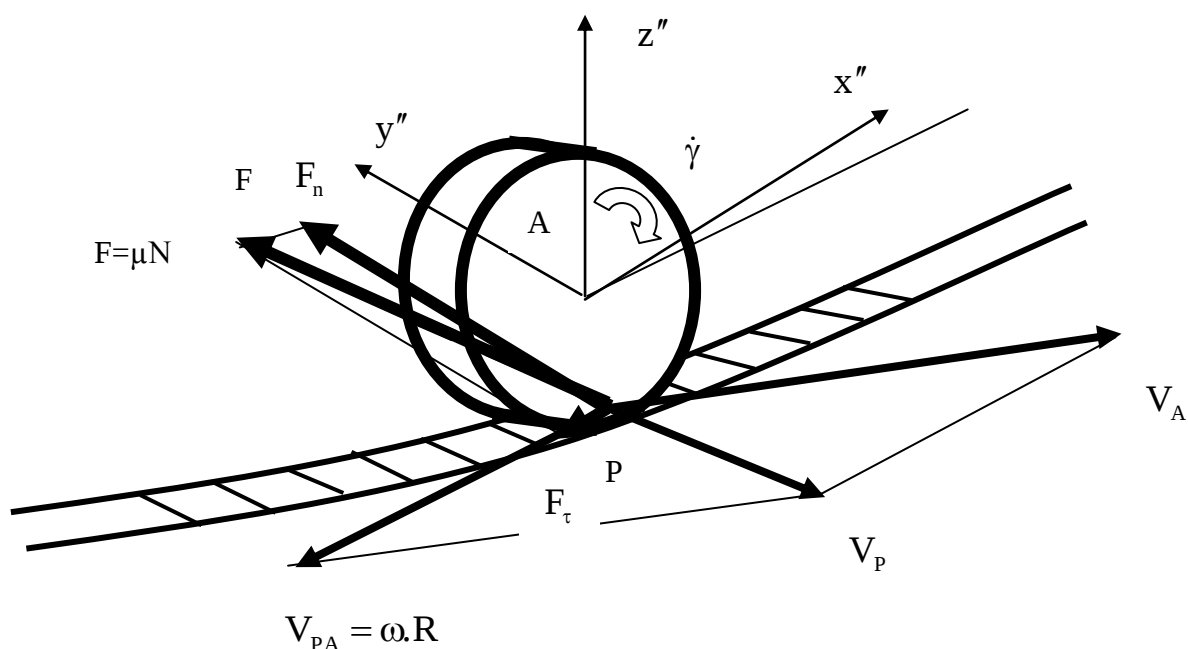
Тук h_c е височина на масовия център на автомобила; $I_{x'z'}$ - центробежен масов инерционен момент; b – надлъжна база на автомобила.

Въвежда се уравнение на равнина, образувана от горните опори на еластичното окачване /деформационно уравнение/ от вида

$$(3.11) \quad \frac{N_1}{c_1} - \frac{N_2}{c_2} + \frac{N_3}{c_3} - \frac{N_4}{c_4} = -\delta_{r1} + \delta_{r2} - \delta_{r3} + \delta_{r4},$$

където c_i са приведени еластични константи на окачването и гумите, а $\delta_{ri} = R_{in} - R_i$ - отклонения на динамичните радиуси на колелата от номиналните R_{in} .

Системата уравнения (3.8)-(3.11) променя вида си в зависимост от това колко и кои от колелата са в контакт с пътната настилка /от едно до три от колелата/.



Фиг. 3.4. Схема на колело при оставяне на следа от странично преплъзване на гумата

На фиг. 3.4 са показани действащите на колелата сили. Силата на триене в контактното петно е в общо положение и се представя чрез двете си компоненти - $\vec{F}_\tau$ и $\vec{F}_n$.

Проекциите на силите на триене при плъзгане на гумите в уравнения (3.1)÷(3.3) за всяко от колелата при модел на фрикционен кръг се определят от изразите

$$(3.12) \quad \vec{F}_i = -\mu \cdot N_i \cdot \frac{\vec{V}_{Pi}}{V_{Pi}}; F_{ix} = -\mu \cdot N_i \cdot \frac{V_{Pix}}{V_{Pi}}; F_y = -\mu \cdot N_i \cdot \frac{V_{Piy}}{V_{Pi}},$$

където проекциите на скоростта на контактната точка имат вида

$$(3.13) \quad V_{Pix} = V_{Aix} - r_i \cdot \cos \varphi_s \cdot \dot{\gamma}_i; V_{Piy} = V_{Aiy} - r_i \cdot \sin \varphi_s \cdot \dot{\gamma}_i.$$

Тук $\dot{\gamma}_i$ е собствената ъглова скорост на колелото.

Проекциите на скоростите на центровете на колелата се определят чрез закона за разпределение на скоростите при равнинно движение на тяло и имат вида

$$(3.14) \quad \begin{aligned} V_{Aix} &= \dot{x}_c - \dot{\varphi} \cdot (x'_i \sin \varphi + y'_i \cos \varphi); \\ V_{Aiy} &= \dot{y}_c + \dot{\varphi} \cdot (x'_i \cos \varphi - y'_i \sin \varphi). \end{aligned}$$

Тангенциалната компонента на силата на триене в уравнение (3.4) се получава от израза

$$(3.15) \quad F_{it} = \mu \cdot N_i \cdot \frac{V_{Pix}}{V_{Pi}} \cos(\varphi + \theta_k) + \mu \cdot N_i \cdot \frac{V_{Piy}}{V_{Pi}} \sin(\varphi + \theta_k),$$

където $\mu(V_P)$ е коефициент на триене, зависещ от скоростта на плъзгане на контактното петно V_P [73, 120] /фиг. 1.1/, който се въвежда графично или аналитично; $\theta_k(t)$ - ъгъл на завъртане на съответното управляемо колело около ос z'' .

Приведената система диференциални уравнения се отнася за движението на автомобила в общо положение, когато силите на триене в колелата са на плъзгане. Ако скоростта на точката на контакта $\vec{V}_p$ е нула силата на триене удовлетворява закона на Кулон във вида

$$(3.16) \quad F \leq \mu_o \cdot N,$$

където μ_o е коефициента на триене при покой. Същият се приема от съответната графична зависимост за даденото колело и настилка /платното за движение или банкета/.

Тогава механичната система променя броя на степените си на свобода, като за определянето на тангенциалната сила на триене в уравнение (3.4) се въвежда кинематичната връзка

$$(3.17) \quad \ddot{\gamma} = a_{At} / r.$$

Тук a_{At} е проекцията на ускорението на центъра на даденото колело върху равнината на колелото, която има вида

$$(3.18) \quad a_{At} = a_{Ax} \cdot \cos(\varphi + \theta_k) + a_{Ay} \cdot \sin(\varphi + \theta_k).$$

Проекциите на ускорението на центъра на даденото колело се определят от закона за разпределение на ускоренията чрез изразите

$$(3.19) \quad \begin{aligned} a_{Ax} &= \ddot{x}_c - \ddot{\phi} \cdot (x' \sin \phi + y' \cos \phi) - \dot{\phi}^2 \cdot (x' \cos \phi - y' \sin \phi); \\ a_{Ay} &= \ddot{y}_c + \ddot{\phi} \cdot (x' \cos \phi - y' \sin \phi) - \dot{\phi}^2 \cdot (x' \sin \phi + y' \cos \phi). \end{aligned}$$

Тангенциалната сила на триене в случая придобива вида

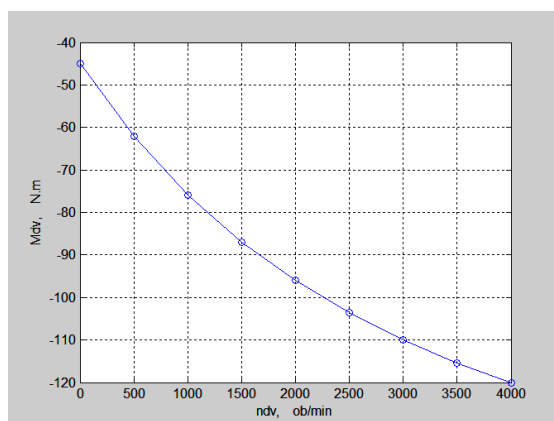
$$(3.20) \quad F_{\tau} = \frac{J \cdot a_{c_{\tau}}}{r^2} + \frac{\text{sign}(\dot{\gamma}) \cdot [f \cdot N + M_s - M_d]}{r},$$

където $a_{c_{\tau}}$ е линейното ускорение на центъра на колелото.

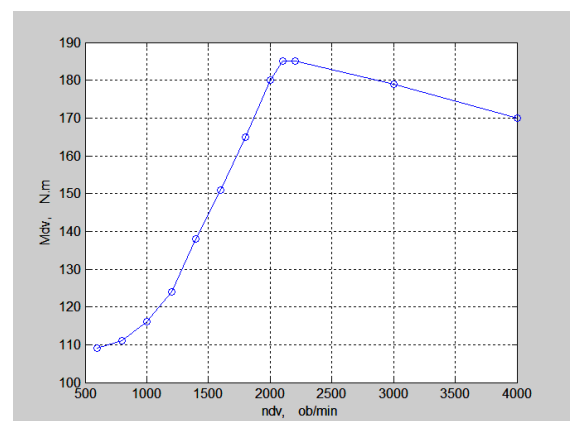
При условие, че силата не удовлетворява условие (3.16), тя се определя като сила на триене при плъзгане по формула (3.12).

Следователно при произволното движение на автомобила след загубата му на напречна устойчивост механичната система сменя броя на степените си на свобода в зависимост от посочените условия, които се следят за всяко колело поотделно. Това води до труден за численото решаване на системата уравнения алгоритъм поради изключително комплексния брой нелинейни връзки между уравненията. Друга характерна особеност на системата диференциални уравнения е, че при анулиране на някоя от нормалните реакции, алгебричната система уравнения (3.8)÷(3.11) се заменя последователно с три, а възможно и с две или едно уравнение, получени по метода на кинетостатиката.

На фиг. 3.5 и 3.6 са показани примерни характеристики на момента на двигателя, приведен към коляновия вал, в различен режим на работа.



Фиг. 3.5. Характеристика на двигателя в режим на принудителен празен ход



Фиг. 3.6. Характеристика на двигателя в двигателен режим

Системата диференциални уравнения (3.1)÷(3.7) се решава с помощта на програмен продукт Matlab, toolbox Simulink, като алгоритъмът се реализира чрез редица подпрограми, представляващи специализирани m-файлове. На базата на въведения механоматематичен модел е създадена компютърната програма “Expertcar”, пакет “Avtom1”.

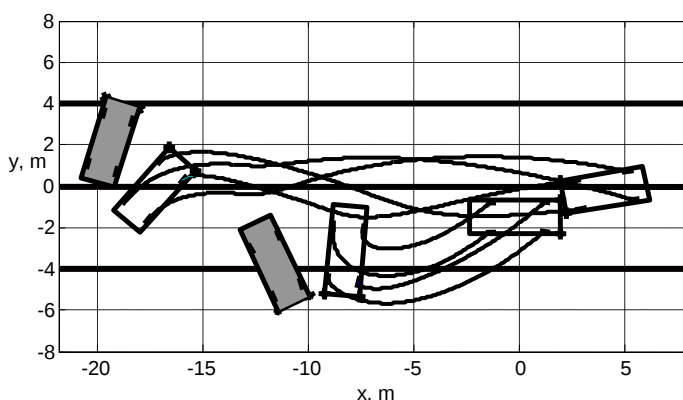
Компютърната програма “Expertcar” намира числено решение до достигане на автомобила в крайното си положение за предварително зададената точност и крайни условия.

Специална подпрограма променя автоматизирано началните условия и стартира числената симулация за всяка итерация поотделно. За намаляване на машинното време е въведена приближена и точна оптимизация. При приближената се задава постоянна стъпка в началните условия до навлизане на автомобила в гранична област, обхващаща крайното положение на автомобила. След този момент се извършва точна оптимизация по Симплекс метода. Целева функция /функционален критерий/ на оптимизацията се явява средно квадратичната грешка

$$(2.21) \quad F = \delta([\dot{q}]_0) = \sqrt{\delta_x^2 + \delta_y^2 + \delta_\phi^2},$$

където δ е съответното линейно или ъглово отклонение от крайните геометрични условия.

На фиг. 3.9 е показана компютърна симулация на движението на два автомобила след удар и крайните положения на автомобилите след ПТП.

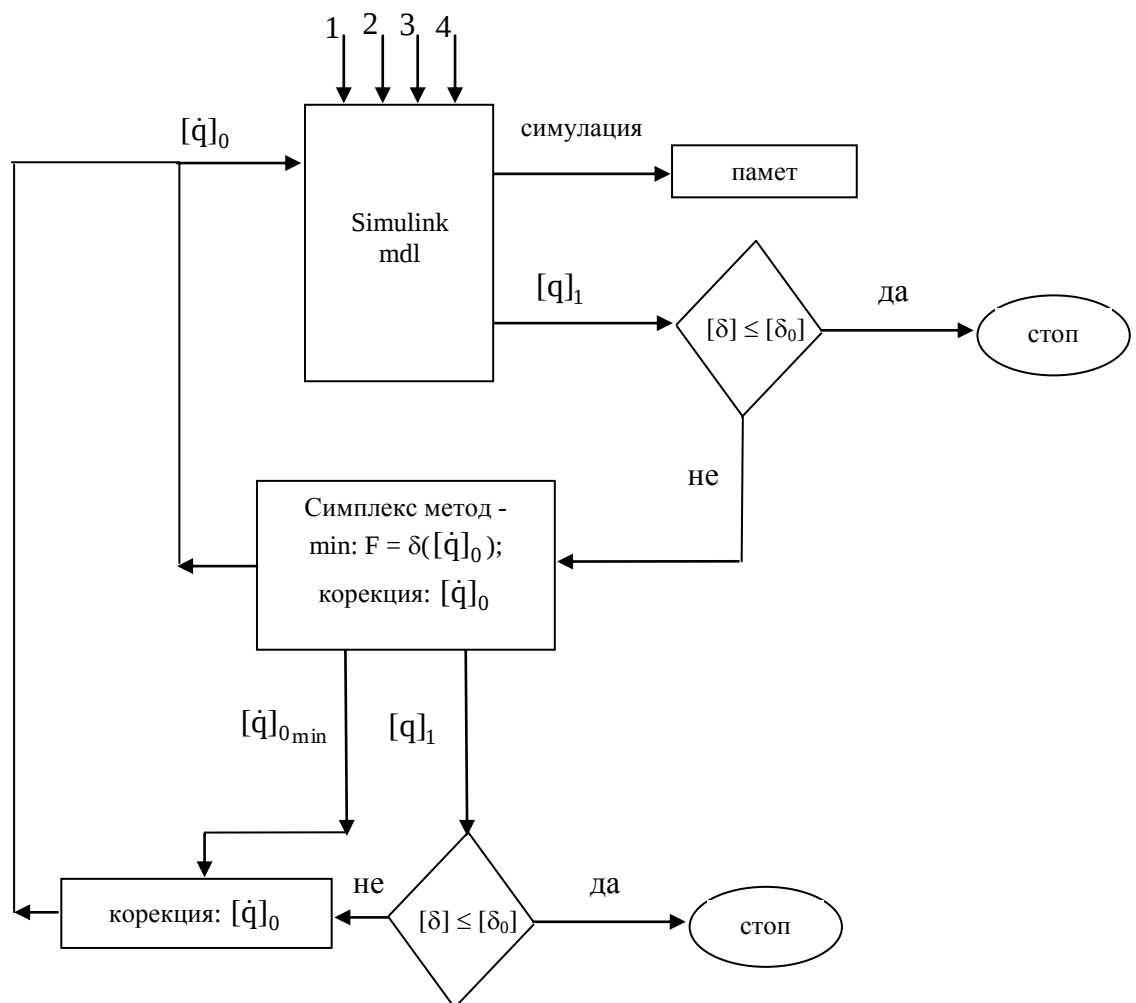


Фиг. 3.9. Траектории на центровете на колелата при дадена итерация и действителни крайни положения на автомобилите

Автоматизираният подход се осъществява при следния алгоритъм:

1. Задават се начални условия на движението на автомобила: x_0 ; y_0 ; ϕ_0 ; V_{0x} ; V_{0y} ; ω_0 , кинематичните от които се въвеждат по подразбиране или по избор на потребителя;

2. Извършва се компютърна симулация при зададените начални условия, след което се регистрира отклонението на автомобила от действителното му крайно положение /координати на масовия център и ъгъл на завъртане съгласно фиг. 3.9/;
3. Коригират се началните условия с предварително зададена стъпка /грубо приближение/;
4. Извършва се следваща итерация на компютърната симулация.
5. След достигане на всеки от автомобилите до зададено отклонение от крайното положение, се решава оптимизационна задача по Симплекс метод /точно приближение/.



1. Характеристики на автомобила;
2. Характеристики на пътя;
3. Фрикционни характеристики;
4. Крайни условия и оптимизационни параметри.

Фиг. 3.10. Блок-схема на автоматизирания алгоритъм

На фиг. 3.10 е показана блок-схема на приведения алгоритъм. На схемата $[q]_0$ и $[\dot{q}]_0$ представляват съответно векторите - начални

геометрични и кинематични условия, а $[q]_1$ - векторите - крайни геометрични условия.

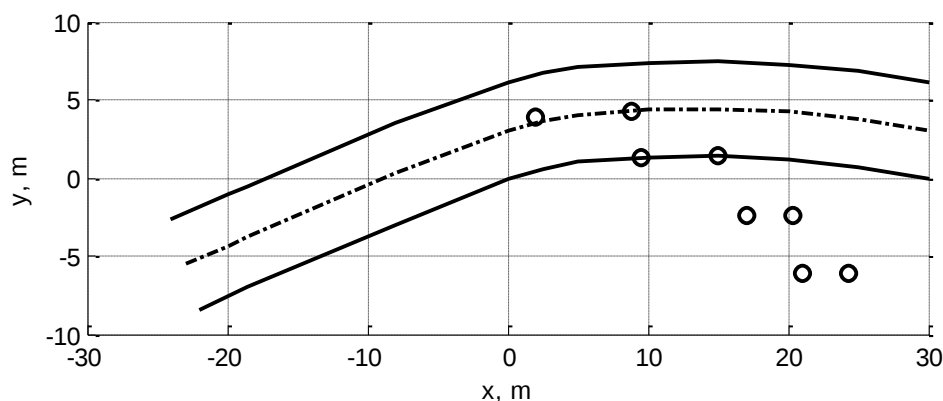
Пример 1: Идентификация на движението по следи от гуми

Автобус с маса $m=18000$ kg и инерционен момент спрямо централната му вертикална ос $I=220000$ kg.m² в условия на мокра пътна настилка в началото на десен завой напуска платното за движение от дясната му страна. Асимптотичният коефициент на триене между гумите и асфалта е $\mu=0,55$, а по затревения банкет - $\mu=0,45$. На местопроизшествието са намерени следи от странично преплъзване на гуми, фиксирани чрез точки от следите, показани на фиг. 3.11.

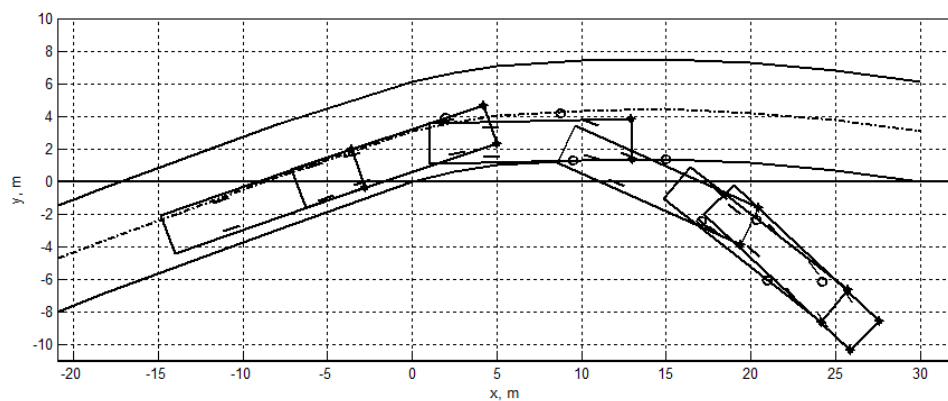
Задачата на изследването е да се определи скоростта на движение на автобуса и да се идентифицира движението му към момента на загубата на управление от водача, в това число и законът на завъртане на предните колела.

Чрез последователни компютърни симулации при различни начални скорости и графични зависимости на ъгъла на завъртане на управляемите колела от времето е идентифицирано движението на автобуса така, че да има пълно съответствие между следите от гуми и траекториите на центровете на колелата.

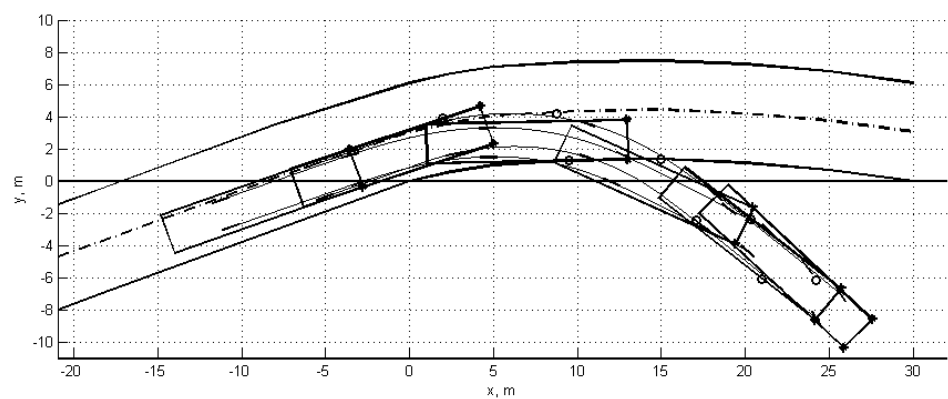
На фиг. 3.12 и 3.13 са приведени резултатите от компютърната симулация при начална скорост на автобуса 37 km/h. Графичната зависимост на ъгъла на завъртане на предните колела е показана на фиг. 3.14, а на фиг. 3.15 – изменението на проекциите на скоростта на масовия център и ъгловата скорост.



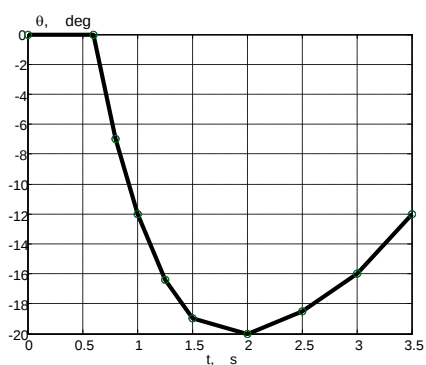
Фиг. 3.11. Схема на местопроизшествието с фиксирани точки от следи от гуми



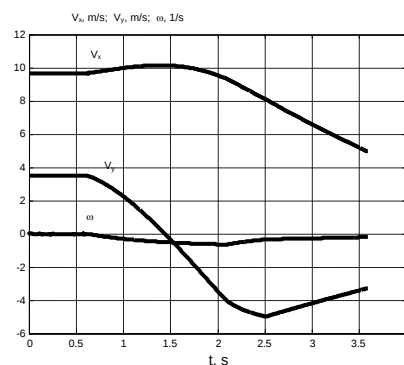
Фиг. 3.12. Компютърна симулация на движението /дискретни положения през 0,8 s/



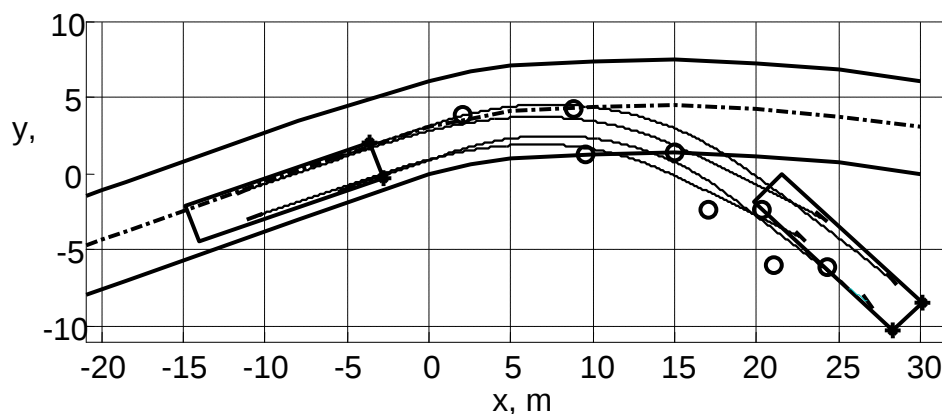
Фиг. 3.13. Траектории на центровете на колелата и точките от следите



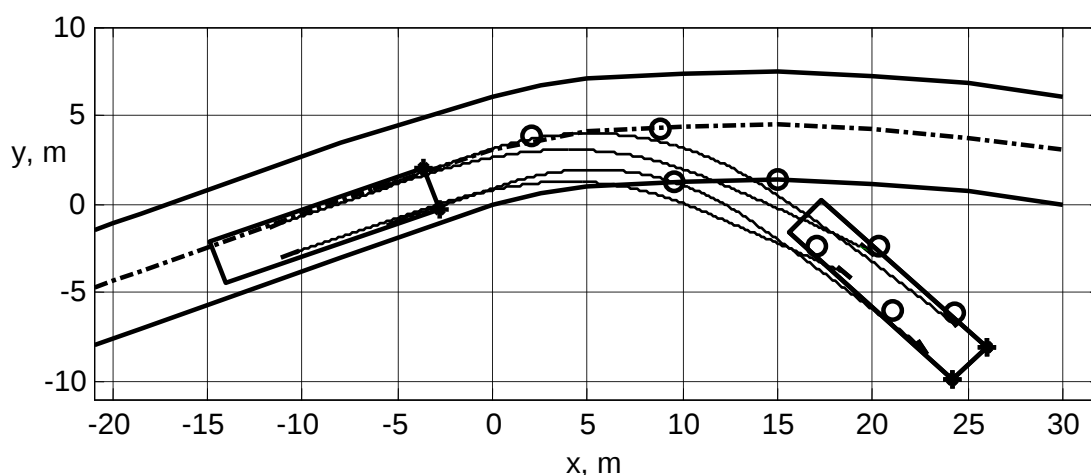
Фиг. 3.14. Ъгъл на завъртане на предните колела в зависимост от времето



Фиг. 3.15. Проекции на скоростта на масовия център и ъглова скорост на автобуса



Фиг. 3.18. Движение на автобуса при начална скорост 40 km/h
фиксираните точки от следите от гуми



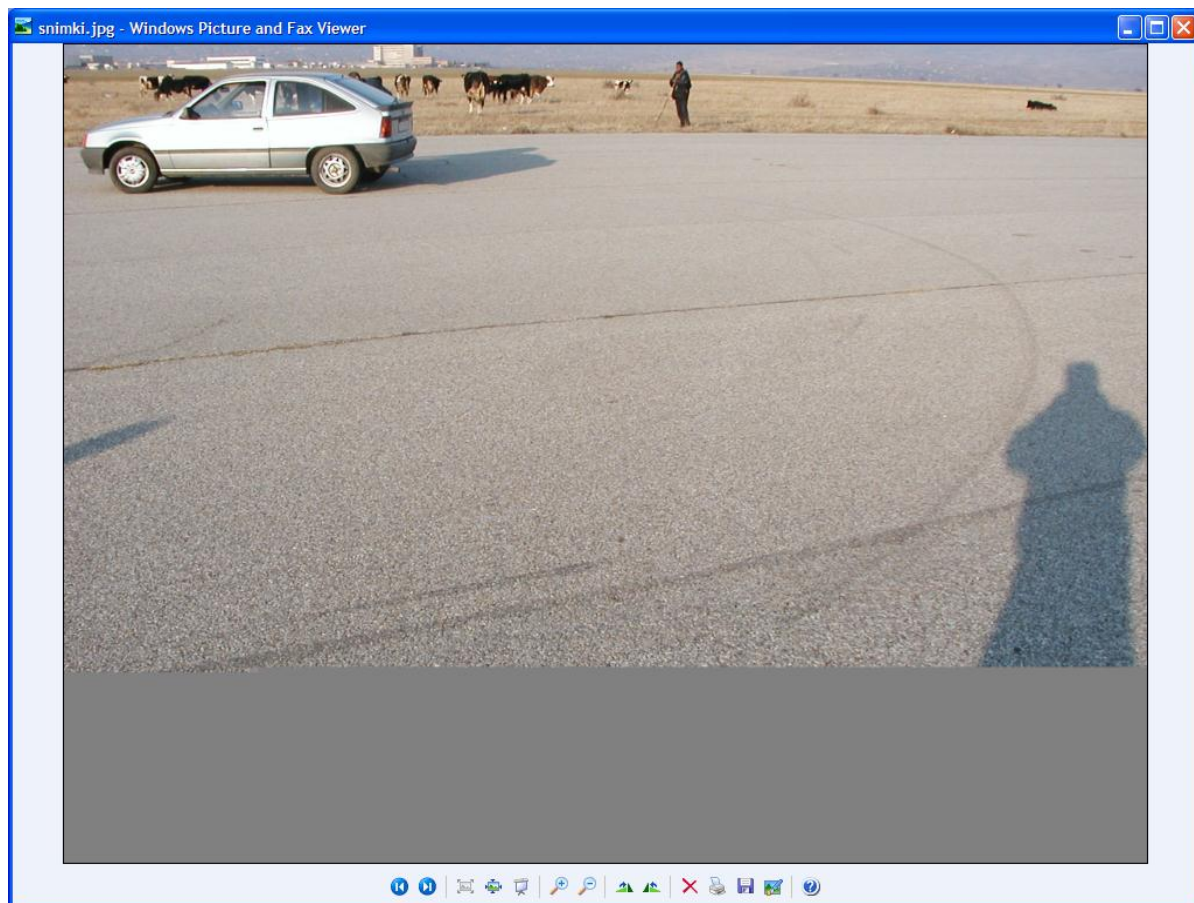
Фиг. 3.19. Движение на автобуса при начална скорост 35 km/h
фиксираните точки от следите от гуми

На фиг. 3.18 и 3.19 са приведени резултатите от симулацията при начална скорост на автобуса 40 km/h и 35 km/h. Вижда се разликата в движението спрямо следите, което е показател за чувствителността на механоматематичния модел и неговата точност.

Чрез програмата може да се идентифицира мястото и скоростта на дадено превозно средство към момента на неговото преобръщане според анулирането на две от нормалните реакции.

Пример 2: Експеримент

Извършени са два натурни експеримента при движение на автомобил след рязко завъртане на волана от водача със задействане на ръчната спирачка и без употреба на спирачка. Експериментите са извършени при скорост от 50 km/h на летището на гр. Сливен, на суха едрозърнеста бетонова настилка /фиг. 3.22/.



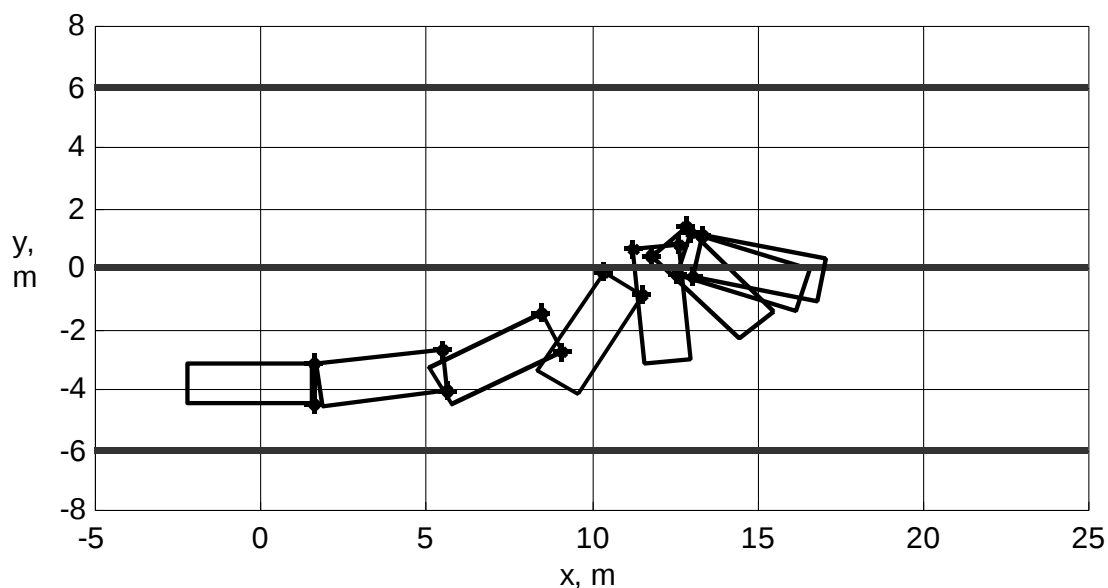
Фиг. 3.22. Следи от странично преплъзване при експеримента

Експеримент 1

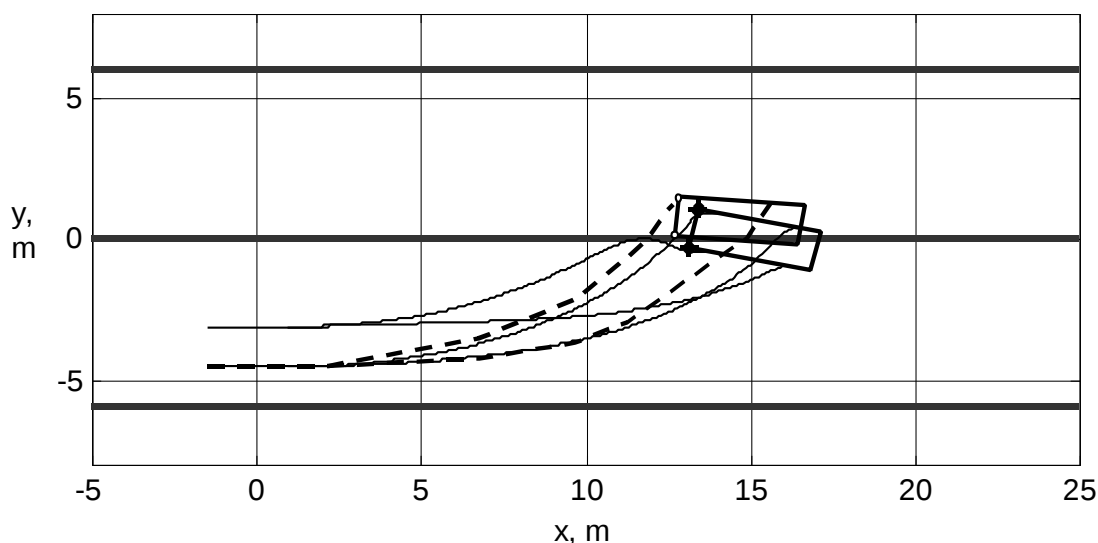
Първият експеримент е извършен с автомобил Шкода Фелиция. Измереният по спирачните следи на автомобила коефициент на сцепление между гумите и пътната настилка е $\mu=0,86$. След достигане на 50 km/h на трета предавка водачът рязко завърта волана наляво и едновременно с това задейства ръчната спирачка. Задните колела блокират и автомобилът започва да се плъзга странично, въртейки се в посока, обратна на часовниковата стрелка. Достигайки определено положение, почти завъртян на 180° , автомобилът преустановява страничното си плъзгане и се връща назад около 0,7 m. Гумите оставят на пътната настилка следи, като особено отчетливи са тези от двете задни и предно дясно колело на автомобила.

Извършена е числена симулация при следните данни: скорост - 50 km/h и 48 km/h; маса – 950 kg; ъгъл на завъртане на предните колела – $15,1^\circ$; съпротивителен момент на задните колела – максимално възможен, съответстващ на блокиране на колелата;

съпротивителен момент на предните колела – 5% от максимално възможния, съответстващ на трета предавка.



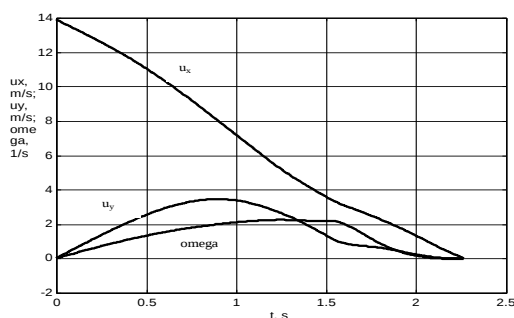
Фиг. 3.23. Компютърна симулация на движението на автомобил при задействане на ръчна спирачка



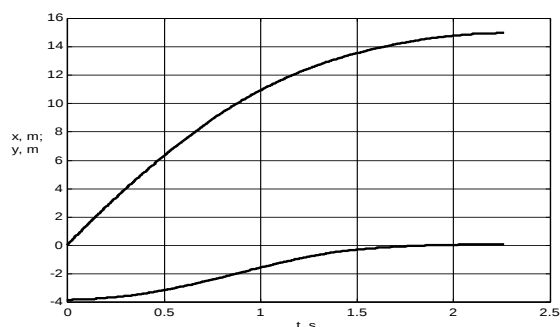
Фиг. 3.24. Следи от десните колела при натурен експеримент /прекъснати линии/ и компютърна симулация /гладки линии/ при скорост 50 km/h

На фиг. 3.23 е представено движението на автомобила в резултат на компютърната симулация при начална скорост 50 km/h. На фиг. 3.24 са показани крайните положения на автомобила в резултат на числената симулация и при експеримента, следите от колелата при компютърната симулация и двете следи от десните колела на автомобила при експеримента.

Вижда се едно много добро качествено и количествено съвпадение. Както и при експеримента, така и при компютърната симулация, се забелязва връщане на автомобила назад. Относителната грешка в отклонението на задно дясно колело е 5,2% /отклонение 0,95 m при дължина на следата 18,25 m/, а в ъгъла на завъртане на автомобила - 4,2%.

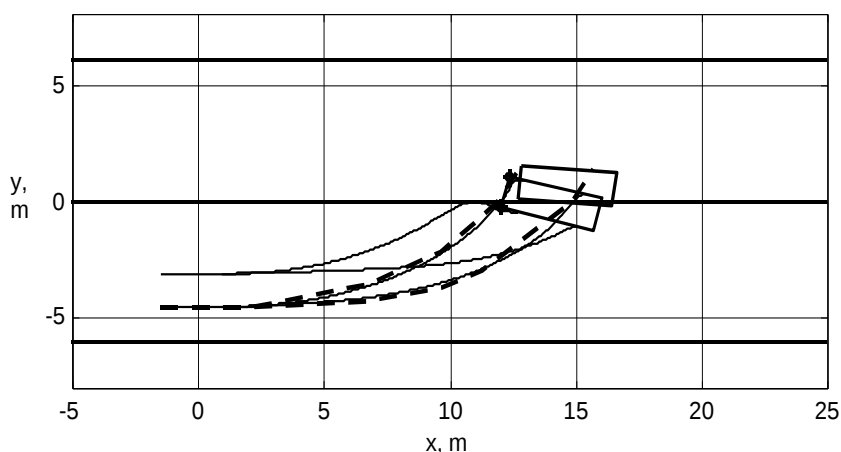


Фиг. 3.25. Проекции на скоростта на масовия център и ъглова скорост



Фиг. 3.26. Закон на движение на масовия център

На фиг. 3.25 е показано изменението на проекциите на скоростта на масовия център на автомобила и ъгловата му скорост по време на движението, а на фиг. 3.26 – изменението на координатите на масовия му център.



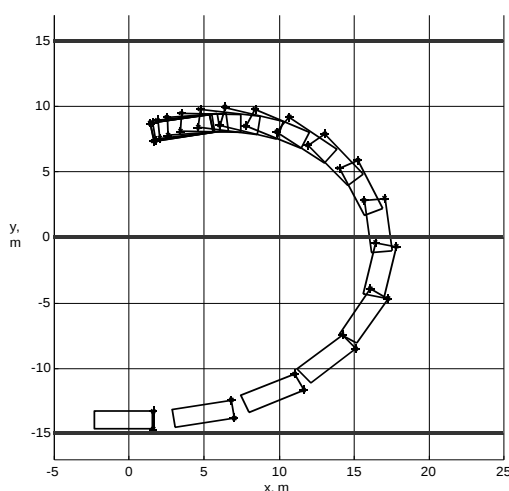
Фиг. 3.27. Следи от десните колела при натурен експеримент /прекъснати линии/ и компютърна симулация /гладки линии/ при скорост 48 km/h

Известното несъвпадение на действителните следи и тези от числения експеримент се дължи на приетата начална скорост от 50 km/h. В случая загубата на скорост от момента на задействане на спирачката до момента на блокиране на задните колела е около 2 km/h. Предвид на това бе извършена компютърна симулация и при

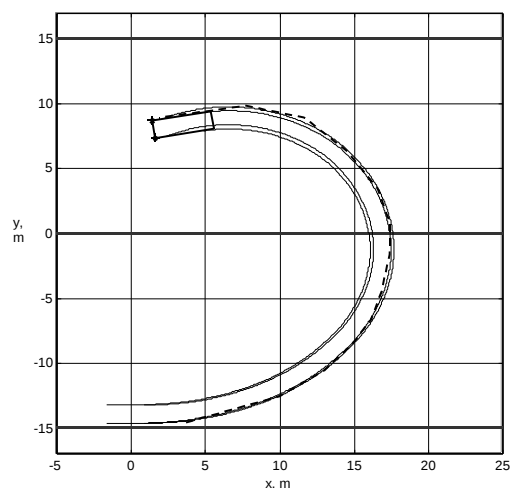
скорост 48 km/h. На фиг. 3.27 са показани резултатите от численото решение и експеримента. Вижда се едно почти пълно покриване на следите, като отклонение се забелязва само в края на движението, евентуално поради натрупване на грешката. Относителната грешка в отклонението на задно дясно колело е 4,8% - отклонение 0,88 m при следа 18,25 m.

Експеримент 2

Вторият експеримент е извършен с автомобил Опел Кадет с маса 920 kg и скорост 50 km/h при рязко завъртане на волана наляво без употреба на спирачната уредба. Определеният експериментално коефициент на сцепление между гумите и пътната настилка е $\mu=0,91$. Автомобилът завива и се плъзга странично, завъртайки се на повече от 180° . Ъгълът на завъртане на предните колела е 14° , съпротивителен момент на всички колела – 5% от максимално възможния.



Фиг. 3.28. Компютърна симулация на движението без задействане на спирачната уредба



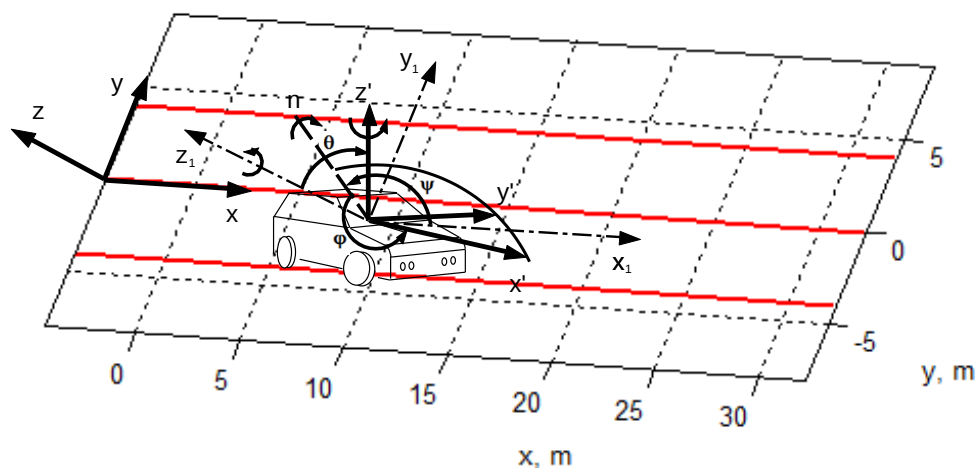
Фиг. 3.29. Сравнение между следи при натурен експеримент /прекъсната линия/ и компютърна симулация /гладка линия/

На фиг. 3.28 е представено движението на автомобила в резултат на компютърната симулация, а на фиг. 3.29 - следите при симулацията и следата от дясно предно колело при експеримента. Налице е едно практически пълно съвпадение между реалното и симулираното движение на автомобила, дължащо се вероятно на правилния избор на коефициента на триене, на натоварването в колелата и ъгъла на завъртане на предните колела.

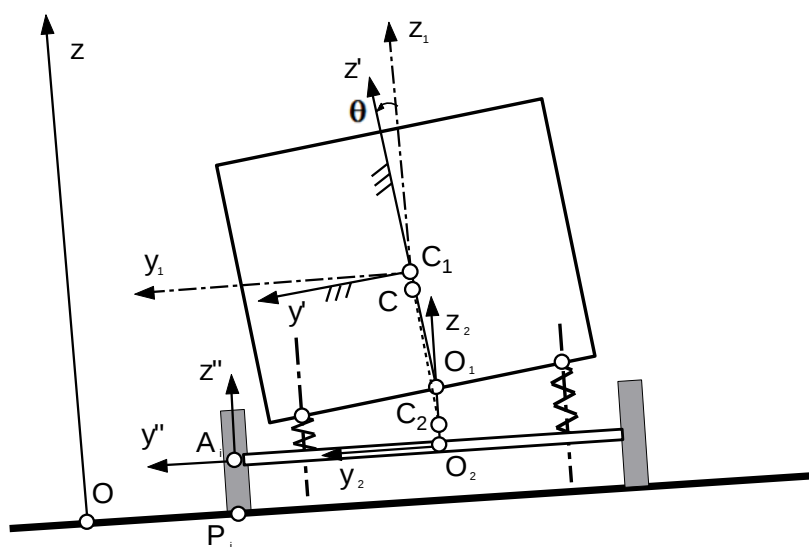
2.4. ГЛАВА 4

МЕХАНОМАТЕМАТИЧНО МОДЕЛИРАНЕ НА ДВИЖЕНИЕТО НА АВТОМОБИЛ ПО РАВНИНА - ПРОСТРАНСТВЕН МОДЕЛ

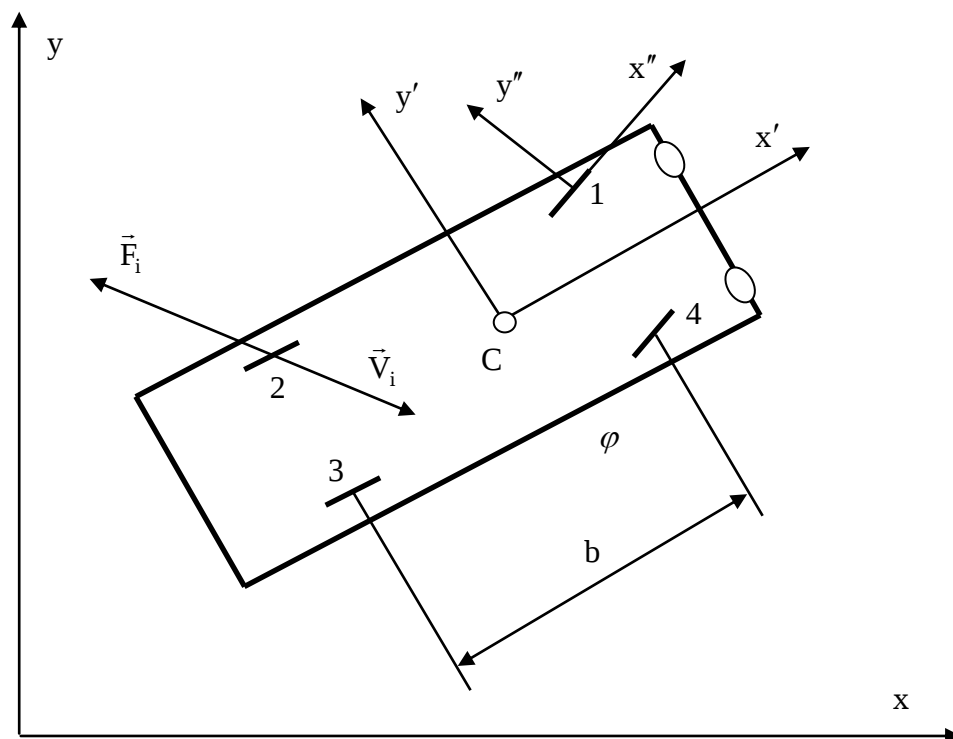
Механичната система на автомобила се разглежда с 11 степени на свобода. Неподвижната координатна система се избира с начало върху равнината на движение на автомобила, като е удобно абсцисната ос да е успоредна на платното за движение, а ординатната – перпендикулярна на нея /фиг. 4.1 и 4.2/. Равнината на двете оси съвпада с равнината на движение на автомобила. Апликатната ос е насочена нагоре. Масовият център на механичната система на автомобила е отбелязан с точка C , на подресорната маса /каросерията/ – с точка C_1 , а на неподресорната – с точка C_2 .



Фиг. 4.1. Схема на автомобил при движението му по равнина



Фиг. 4.2. Схема на автомобил – изглед отзад



Фиг. 4.3. Схема на автомобил в проекция на равнината на движение

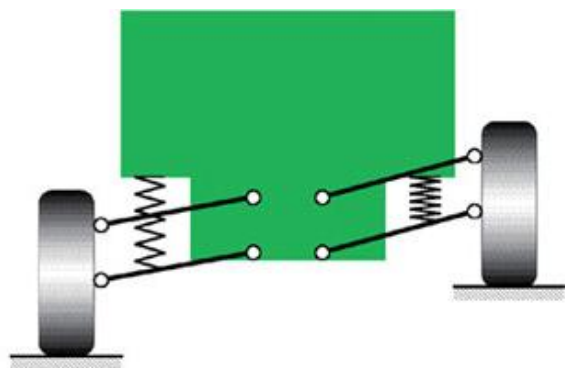
Въвежда се неизменно свързана с подвесната маса подвижна координатна система $C_1x'y'z'$ с начало масовия център, като оста x' е насочена по дължината на автомобила в посока напред. Ординатната ос y' е перпендикулярна на надлъжната ос на автомобила, а апикатната z' е насочена нагоре.

Въвежда се транслационно движеща се координатна система $C_1x_1y_1z_1$ с оси, успоредни на неподвижните.

Спомагателната координатна система $C_ix''iy''iz''$ $/i=1\div 4/$ е свързана с масовия център на всяко едно от колелата, като осите x'' и y'' остават успоредни на равнината на движение на автомобила, а x'' и z'' лежат в равнината на колелото /фиг. 4.2 и 4.3/.

Въвежда се допълнителна спомагателна координатна система $O_2x_2y_2z_2$, неизменно свързана със собствените геометрични оси на въртене на колелата, респ. с двата моста /фиг. 4.2/. Началото на координатната система O_2 лежи в равнината на собствените оси на въртене на колелата, като равнината $O_2x_2y_2$ е успоредна на равнината на движение на автомобила. Началото O_2 е проекция на масовия център на автомобила т. С върху равнината $O_2x_2y_2$ при покой, разположен върху хоризонтална равнина. Абсцисата и ординатата на началото O_2 в неизменно свързаната с автомобила

координатна система при това положение на автомобила са $x'_{O_2} = 0; y'_{O_2} = 0$. В общо положение на автомобила точка O_2 не променя положението си спрямо осите на въртене на колелата /спрямо двата моста/. Оста x_2 е насочена по надлъжната ос на автомобила, оста y_2 – по напречната, а оста z_2 - нагоре. Всяка средна точка от собствените оси на въртене на колелата A_i има постоянни координати в тази координатна система $x'_{2i}; y'_{2i}; z'_{2i} = 0$ / $i=1 \div 4$ /.



Фиг. 4.4. Относително преместване на колелото спрямо каросерията

Приемат се следните обобщени координати на механичната система на автомобила:

- x_c, y_c, z_c - координати на масовия център на автомобила спрямо неподвижната координатна система;
- ψ, θ, φ - Ойлерови ъгли на каросерията;
- γ_i / $i=1 \div 4$ / - ъгли на завъртане на колелата около собствената им ротационна ос;
- θ_k - среден ъгъл на завъртане

на управляемите колела около шенкелните им оси.

При изграждане на механоматематичния модел се направени следните допускания:

1. Движението на автомобила е по произволна наклонена равнина с ъгли на наклона на осите x и y спрямо хоризонта съответно α и β .
2. Приема се, че при движението на автомобила е възможно до три от колелата да се отделят от пътната настилка, но движението на двата моста да остава близко до равнинното.
3. Механичното взаимодействие между гумите и пътната настилка се базира на модел на фрикционна окръжност.
4. Връзката между опорите на механизмите в окачването не позволява относително преместване на колелото спрямо опорите на окачване на каросерията в равнината на движение на автомобила - последните не извършват относително транслационно преместване в направление на координатните оси x_2 и y_2 /фиг. 4.4/.
5. Приема се, че опорите на окачване на пружините и амортизаторите имат една и съща височина.

6. Страничната деформация на гумата се пренебрегва.
7. Приема се, че в автомобила няма подвижен товар.

Посочените допускания за съставяне на механоматематичния модел напълно кореспондират с реалната конструкция на механизмите на окачване на колелата. Основно изискване към всеки възел в окачването е до минимум да се ограничат хлабините в нерегламентираните относителни движения между колелата и шасито.

Теоремата за движение на масовия център на автомобила в проекции на неподвижните координатни оси се записва във вида

$$(4.1) \quad m \cdot \ddot{x}_c = \sum_{i=1}^4 [F_{ix}] + m \cdot g \cdot \sin \alpha - w_x \cdot \sqrt{\dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2} \cdot \dot{x}_c;$$

$$(4.2) \quad m \cdot \ddot{y}_c = \sum_{i=1}^4 [F_{iy}] + m \cdot g \cdot \sin \beta - w_y \cdot \sqrt{\dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2} \cdot \dot{y}_c;$$

$$(4.3) \quad m \cdot \ddot{z}_c = \sum_{i=1}^4 N_i - \frac{mg}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta}},$$

където $\vec{F}_i$, $i = 1 \div 4$ са сили на триене в колелата; α , β - ъгли на надлъжния и напречния наклон на пътната настилка; N_i – нормални реакции в колелото; w – фактор на обтекаемост.

Теоремата за изменение на кинетичния момент на механичната система на автомобила спрямо масовия ѝ център при релативното ѝ движение около него има вида

$$(4.4) \quad \frac{d\vec{K}_C^r}{dt} = \vec{M}_C^{(e)},$$

където $\vec{M}_C^{(e)}$ е главният момент на всички външни сили спрямо масовия център на механичната система.

Съгласно теоремата на Кьониг кинетичният момент на системата се определя от израза

$$\vec{K}_C^r = \vec{K}_C^{r1} + \vec{K}_C^{r2} = \vec{K}_{C_1}^r + C\vec{C}_1 \times m_1 \cdot \vec{V}_{C_1}^r + \vec{K}_{C_2}^r + C\vec{C}_2 \times m_2 \cdot \vec{V}_{C_2}^r,$$

където $\vec{K}_C^{r1}$, $\vec{K}_C^{r2}$ са кинетичните моменти съответно на подресорната и неподресорната маса при релативното им движение спрямо масовия център на цялата механична система; $\vec{K}_{C_1}^r$, $\vec{K}_{C_2}^r$ - кинетичните моменти съответно на подресорната и неподресорната маса при релативното им движение спрямо собствените им масови центрове C_1 и C_2 ; m_1 , m_2 - подресорна и неподресорна маса; $\vec{V}_{C_1}^r = \vec{V}_{C_1} - \vec{V}_C$, $\vec{V}_{C_2}^r = \vec{V}_{C_2} - \vec{V}_C$ - релативни скорости на масовите центрове съответно на подресорната и неподресорната маса

спрямо транслационно движеща се координатна система с начало масовия център на механичната система.

В (4.4) се прилага теоремата за абсолютната производна на променлив вектор в подвижна координатна система и се получава изразът

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{K}_{C_1}^r}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{K}_{C_1}^r + \frac{d}{dt} [C\vec{C}_1 \times m_1 \cdot \vec{V}_{C_1}^r] + \\ + \frac{d\vec{K}_{C_2}^r}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{K}_{C_2}^r + \frac{d}{dt} [C\vec{C}_2 \times m_2 \cdot \vec{V}_{C_2}^r] = \vec{M}_C^{(e)} \end{aligned}$$

където $\vec{\omega}$ е ъгловата скорост на подвижната неизменно свързана с подресорната маса координатна система.

Кинетичният момент на подресорната маса спрямо масовия ѝ център при релативното ѝ движение около него в проекции на неизменно свързаните с подресорната маса координатни оси в матричен вид има вида

$$[K_{C_1}^r] = [J_{C_1}] \cdot [\omega],$$

където $[J_{C_1}]$ е матрица от масовите инерционни моменти на каросерията спрямо неизменно свързаните с нея координатни оси

$$[J_{C_1}] = \begin{bmatrix} J_{x'} & -J_{x'y'} & -J_{x'z'} \\ -J_{x'y'} & J_{y'} & -J_{y'z'} \\ -J_{x'z'} & -J_{y'z'} & J_{z'} \end{bmatrix},$$

а $[\omega]$ - матрица-стълб от проекциите на ъгловата скорост върху същите оси, определени чрез формулите на Ойлер

$$(4.5) \quad [\omega] = [\omega_{x'} \quad \omega_{y'} \quad \omega_{z'}]^T = \begin{bmatrix} \sin\theta \cdot \sin\varphi \cdot \dot{\psi} + \cos\varphi \cdot \dot{\theta} \\ \sin\theta \cdot \cos\varphi \cdot \dot{\psi} - \sin\varphi \cdot \dot{\theta} \\ \cos\theta \cdot \dot{\psi} + \dot{\phi} \end{bmatrix}.$$

Производните на Ойлеровите ъгли по времето удовлетворяват матричното уравнение

$$[A_\alpha] \cdot [\dot{\alpha}] = [\omega],$$

където съответните матрици в уравнението имат вида

$$[A_\alpha] = \begin{bmatrix} \sin\theta \cdot \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ \sin\theta \cdot \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \cos\theta & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad [\dot{\alpha}] = \begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix}; \quad [\omega] = \begin{bmatrix} \omega_{x'} \\ \omega_{y'} \\ \omega_{z'} \end{bmatrix}.$$

След проектиране на уравнение (4.4) върху неизменно свързаните с подресорната маса координатни оси, се получава системата диференциални уравнения в матричен вид

$$(4.6) \quad [J_{C_1}] \cdot [\dot{\omega}] = [M_{C_0}] + [M_{Ca1}] + [M_{Ca2}] + [M_{C_\gamma}],$$

където $[\dot{\omega}] = [\dot{\omega}_{x'} \quad \dot{\omega}_{y'} \quad \dot{\omega}_{z'}]^T$ е матрица-стълб от производните на проекциите на ъгловата скорост върху неизменно свързаните с автомобила координатни оси.

Съответните матрици в (4.6) имат вида

$$(4.7) \quad [M_{C\omega}] = \begin{bmatrix} M_{Fx'} + M_{Nx'} + J_{x'z'}\omega_{x'}\omega_{y'} - J_{x'y'}\omega_{x'}\omega_{z'} + (J_{y'} - J_{z'})\omega_{y'}\omega_{z'} + J_{y'z'}(\omega_{y'}^2 - \omega_{z'}^2) \\ M_{Fy'} + M_{Ny'} + J_{x'y'}\omega_{y'}\omega_{z'} - J_{y'z'}\omega_{x'}\omega_{y'} + (J_{z'} - J_{x'})\omega_{x'}\omega_{z'} + J_{x'z'}(\omega_{z'}^2 - \omega_{x'}^2) \\ M_{Fz'} + M_{Nz'} + J_{y'z'}\omega_{x'}\omega_{z'} - J_{x'z'}\omega_{y'}\omega_{z'} + (J_{x'} - J_{y'})\omega_{x'}\omega_{y'} + J_{x'y'}(\omega_{x'}^2 - \omega_{y'}^2) \end{bmatrix};$$

$$[M_{Ca1}] = - \begin{bmatrix} [C\vec{C}_1 \times (\vec{a}_{C_1} - \vec{a}_C)]_{x'} \\ [C\vec{C}_1 \times (\vec{a}_{C_1} - \vec{a}_C)]_{y'} \\ [C\vec{C}_1 \times (\vec{a}_{C_1} - \vec{a}_C)]_{z'} \end{bmatrix}; \quad [M_{Ca2}] = - \begin{bmatrix} [C\vec{C}_2 \times (\vec{a}_{C_2} - \vec{a}_C)]_{x'} \\ [C\vec{C}_2 \times (\vec{a}_{C_2} - \vec{a}_C)]_{y'} \\ [C\vec{C}_2 \times (\vec{a}_{C_2} - \vec{a}_C)]_{z'} \end{bmatrix};$$

$$[M_{Cy}] = - \begin{bmatrix} - \left[\sum_{i=1}^4 J_{ki} \cdot \ddot{\gamma}_i \cdot \vec{j}_{2i} + \vec{\omega} \times \sum_{i=1}^4 J_{ki} \cdot \dot{\gamma}_i \cdot \vec{j}_{2i} \right]_{x'} \\ - \left[\sum_{i=1}^4 J_{ki} \cdot \ddot{\gamma}_i \cdot \vec{j}_{2i} + \vec{\omega} \times \sum_{i=1}^4 J_{ki} \cdot \dot{\gamma}_i \cdot \vec{j}_{2i} \right]_{y'} \\ - \left[\sum_{i=1}^4 J_{ki} \cdot \ddot{\gamma}_i \cdot \vec{j}_{2i} + \vec{\omega} \times \sum_{i=1}^4 J_{ki} \cdot \dot{\gamma}_i \cdot \vec{j}_{2i} \right]_{z'} \end{bmatrix}.$$

Тук $M_{F,Nx'}, M_{F,Ny'}, M_{F,Nz'}$ са съответните главни моменти на силите на триене в колелата и нормалните реакции спрямо неизменно свързаните с автомобила координатни оси; J_{ki} , $i=1-4$ - собствени масови инерционни моменти на колелата спрямо осите им на въртене.

Координатите на масовия център на неподресорната маса удовлетворяват уравненията

$$\begin{aligned} x_{C_2} &= \frac{m_1 + m_2}{m_2} \cdot x_C - \frac{m_1}{m_2} \cdot x_{C_1}; & x_{C_2} &= x_{O_1} = x_{C_1} + a_{13} \cdot z'_{O_1}; \\ y_{C_2} &= \frac{m_1 + m_2}{m_2} \cdot y_C - \frac{m_1}{m_2} \cdot y_{C_1}, & y_{C_2} &= y_{O_1} = y_{C_1} + a_{23} \cdot z'_{O_1}; \end{aligned}$$

където a_{13} и a_{23} са елементи от матрицата, образувана от посочните косинуси между осите на неизменно свързаната с подресорната маса координатна система и транслационно движещата се система

$$[A_{ij}] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi \cdot \cos\varphi - \sin\psi \cdot \cos\vartheta \cdot \sin\varphi & -\cos\psi \cdot \sin\varphi - \sin\psi \cdot \cos\vartheta \cdot \cos\varphi & \sin\psi \cdot \sin\vartheta \\ \sin\psi \cdot \cos\varphi + \cos\psi \cdot \cos\vartheta \cdot \sin\varphi & -\sin\psi \cdot \sin\varphi + \cos\psi \cdot \cos\vartheta \cdot \cos\varphi & -\cos\psi \cdot \sin\vartheta \\ \sin\vartheta \cdot \sin\varphi & \sin\vartheta \cdot \cos\varphi & \cos\vartheta \end{bmatrix},$$

Тук z'_{o_1} е апликата на точка O_1 от равнината, образувана от опорните точки на каросерията, които се движат перпендикулярно на равнината на движение Oxy /фиг. 4.2/. Точка O_1 е от равнината на опорите на окачване на каросерията върху пружините при зависимо окачване /фиг. 4.2, фиг. 4.6/ или средната равнина на опорите на механизмите при независимо окачване /фиг. 4.6/. Координатите на т. O_1 в неизменно свързаната с каросерията координатна система са $x'_{O_1} = 0$; $y'_{O_1} = 0$; $z'_{O_1} = \text{const} < 0$.

След извършване на пресмятанията координатите на масовите центрове на подресорната и непресорната маса придобиват вида

$$\begin{aligned} x_{c_1} &= x_c - \frac{m_2 \cdot a_{13} \cdot z'_{o_1}}{m_1 + m_2}; & x_{c_2} &= x_{c_1} + a_{13} \cdot z'_{o_1}; \\ y_{c_1} &= y_c - \frac{m_2 \cdot a_{23} \cdot z'_{o_1}}{m_1 + m_2}; & y_{c_2} &= y_{c_1} + a_{23} \cdot z'_{o_1}; \\ z_{c_1} &= \frac{(m_1 + m_2) \cdot z_c}{m_1} - \frac{m_2 \cdot z_{c_2}}{m_1}; & z_{c_2} &= \text{const.} \end{aligned}$$

Елементите на матриците в уравнение (4.7) се и изразяват чрез обобщените координати, скорости и ускорения, след което се заместват в изходното уравнение (4.4).

Главните моменти на силите на триене спрямо неизменно свързаните с автомобила оси, участващи в израза (4.7), се определят от матричното равенство

$$(4.8) \quad [M_{Fc'}] = [A_{ij}]^T \cdot [M_{Fc1}]$$

$$\begin{bmatrix} M_{Fx'} \\ M_{Fy'} \\ M_{Fz'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} M_{Fx_1} \\ M_{Fy_1} \\ M_{Fz_1} \end{bmatrix}.$$

където $[M_{Fc1}]$ - матрица-стълб от главните моменти на силите на триене спрямо транслационно движещите се координатни оси.

Главните моменти на силите на триене спрямо транслационно движещите се координатни оси се определят от детерминантата

$$(4.9) \quad \vec{M}_{FC_1} = \sum_{i=1}^4 \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_i - x_c & y_i - y_c & z_i - z_c \\ F_{ix} & F_{iy} & F_{iz} \end{bmatrix},$$

където $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ са единичните вектори на транслационно движещите се координатни оси; x_i, y_i, z_i – координати на контактните точки на гумите в неподвижната координатна система; $F_{ix}, F_{iy}, F_{iz} / i=1 \div 4 /$ – проекции на силите на триене в колелата спрямо неподвижните координатни оси.

Координатите на контактните точки гумите в неподвижната координатна система се определят чрез проектиране на векторното равенство

$$\vec{r}_{Ai} = \vec{r}_{c1} + C_1 \vec{O}_1 + O_1 \vec{O}_2 + O_2 \vec{A}_i + A_i \vec{P}_i,$$

където точка A_i е средната точка от собствената ос на въртене на даденото колело, а P_i – контактната точка на гумата.

Координатите на контактните точки на гумите спрямо неподвижната координатна система в израза (4.9) имат вида

$$(4.10) \quad \begin{aligned} x_i &= x_{C_1} + a_{13} \cdot z'_{O_1} + (\cos \varphi_{z1} \cdot x'_{2i} - \sin \varphi_{z1} \cdot y'_{2i}); \\ y_i &= y_{C_1} + a_{23} \cdot z'_{O_1} + (\sin \varphi_{z1} \cdot x'_{2i} + \cos \varphi_{z1} \cdot y'_{2i}); \\ z_i &= 0, \end{aligned}$$

където x'_{2i}, y'_{2i} са координатите на т. A_i спрямо неизменно свързаната координатна система $O_2 x_2 y_2 z_2$. Тук ъгълът φ_{z1} представлява ъгълът на завъртане на координатната система $O_2 x_2 y_2 z_2$ спрямо неподвижната координатна система и се определя от интеграла

$$\varphi_{z1} = \int_{\varphi_{z10}}^{\varphi_{z1}} \omega_z dt = \int_{\varphi_{z10}}^{\varphi_{z1}} [\dot{\psi}(t) + \cos \vartheta(t) \cdot \dot{\phi}(t)] dt.$$

Нормалните реакции в колелата имат големина

$$(4.11) \quad N_i = c_i \cdot \delta_i - \sum_{i=1}^4 [\beta_i \cdot \dot{z}_{ok_i}],$$

където c_i е приведената еластична константа на окачването на даденото колело с отчитане на еластичността на гумата във вертикално направление; δ_i – деформация на еквивалентната пружина; β_i – коефициенти на съпротивление от окачването /амортизаторите/; z_{ok_i} – апликати на точките на окачване на пружините спрямо неподвижната координатна система

Деформацията на еквивалентната пружина има вида

$$\delta_i = l_{pr,i} - z_{ok,i},$$

където $l_{pr,i}$ е дължина на недеформираната еквивалента пружина, а $z_{ok,i}$ - апликацията на опората на окачване на каросерията.

Дължините на недеформираните пружини се определят от условията за равновесие на автомобила, разположен върху хоризонтална равнина, при известно положение на масовия център.

Апликатите на опорите са

$$(4.12) \quad z_{ok,i} = z_{C_1} + [a_{31} \quad a_{32} \quad a_{33}] \cdot \begin{bmatrix} x'_{ok,i} \\ y'_{ok,i} \\ z'_{ok,i} \end{bmatrix},$$

където $x'_{ok,i}, y'_{ok,i}, z'_{ok,i}$ са координати на опорите на окачване на каросерията на автомобила върху пружините в неизменно свързаната с автомобила координатна система;

Главните моменти на нормалните реакции в колелата спрямо неизменно свързаните с автомобила оси, участващи в израза (4.7), се определят от матричното равенство

$$(4.13) \quad [M_{Nc'}] = [A_{ij}]^T \cdot [M_{Nc1}];$$

$$\begin{bmatrix} M_{Nx'} \\ M_{Ny'} \\ M_{Nz'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} M_{Nx_1} \\ M_{Ny_1} \\ M_{Nz_1} \end{bmatrix},$$

където $[M_{Nc1}]$ е матрица-стълб от главните моменти на силите на триене спрямо транслационно движещите се координатни оси, определени от детерминантата

$$(4.14) \quad \vec{M}_{Nc1} = \sum_{i=1}^4 \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_i - x_c & y_i - y_c & z_i - z_c \\ N_{ix} & N_{iy} & N_{iz} \end{bmatrix}.$$

Тук $N_{ix} = 0; N_{iy} = 0; N_{iz} = c_i \cdot \delta_i$, а координатите $x_i; y_i; z_i$ се определят от израза (4.10).

Проекциите на силите на триене при плъзгане на гумите в уравнения (4.1)-(4.3) и (4.9) за всяко от колелата се определят от изразите

$$(4.15) \quad \vec{F}_i = -\mu \cdot N_i \cdot \frac{\vec{V}_{P_i}}{V_{P_i}};$$

$$F_{ix} = -\mu \cdot N_i \cdot \frac{V_{P_{ix}}}{V_{P_i}}; F_{iy} = -\mu \cdot N_i \cdot \frac{V_{P_{iy}}}{V_{P_i}},$$

където проекциите на скоростта на контактната точка имат вида

$$(4.16) \quad \begin{aligned} V_{Pix} &= V_{Aix} - r_i \cdot \cos \varphi_{z1} \cdot \dot{\gamma}_i; \\ V_{Piy} &= V_{Aiy} - r_i \cdot \sin \varphi_{z1} \cdot \dot{\gamma}_i. \end{aligned}$$

Тук r_i е радиусът на колелото, а $\dot{\gamma}_i$ - собствената ъглова скорост на колелото.

Проекциите на скоростите на центровете на колелата се определят чрез закона за разпределение на скоростите на механичната система – равнинно движение на равнината $O_2x_2y_2$ и пространствено движение на каросерията /фиг. 4.2/. Те имат вида

$$(4.17) \quad \begin{aligned} V_{Aix} &= V_{O_2x} - \dot{\varphi}_{z1} \cdot (x'_{2i} \sin \varphi_{z1} + y'_{2i} \cos \varphi_{z1}); \\ V_{Aiy} &= V_{O_2y} + \dot{\varphi}_{z1} \cdot (x'_{2i} \cos \varphi_{z1} - y'_{2i} \sin \varphi_{z1}), \end{aligned}$$

където са изпълнени равенствата

$$(4.18) \quad \begin{aligned} V_{O_2x} &= V_{O_1x} = \dot{x}_{C_1} + [\vec{\omega} \times C_1 \vec{O}_1]_x; \\ V_{O_2y} &= V_{O_1y} = \dot{y}_{C_1} + [\vec{\omega} \times C_1 \vec{O}_1]_y. \end{aligned}$$

Проекциите на вектора $[\vec{\omega} \times C_1 \vec{O}_1]$ спрямо неподвижните координатни оси x и y се определят от изразите

$$(4.19) \quad \begin{aligned} [\vec{\omega} \times C_1 \vec{O}_1]_x &= \sum_{i=1}^4 \begin{bmatrix} \vec{i}' & \vec{j}' & \vec{k}' \\ \omega_{x'} & \omega_{y'} & \omega_{z'} \\ 0 & 0 & z'_{O_1} \end{bmatrix} \cdot \vec{i} = a_{11} \cdot z'_{O_1} \cdot \omega_{y'} - a_{12} \cdot z'_{O_1} \cdot \omega_{x'}; \\ [\vec{\omega} \times C_1 \vec{O}_1]_y &= \sum_{i=1}^4 \begin{bmatrix} \vec{i}' & \vec{j}' & \vec{k}' \\ \omega_{x'} & \omega_{y'} & \omega_{z'} \\ 0 & 0 & z'_{O_1} \end{bmatrix} \cdot \vec{j} = a_{21} \cdot z'_{O_1} \cdot \omega_{y'} - a_{22} \cdot z'_{O_1} \cdot \omega_{x'}. \end{aligned}$$

Ако скоростта на точката от контактното петно на дадено колело се анулира, се процедира по описания в предходната глава алгоритъм с помощта на аналогичните математични изрази.

Относителното движение спрямо каросерията на механичната система на колелата, диференциала /диференциалите/ и двигателя се характеризира със система от четири диференциални уравнения, изведени по метода на Лагранж, която има вида

$$(4.20) \quad [I_\gamma] \cdot [\ddot{\gamma}] = [M_\gamma]; \quad M_{\gamma_i} = F_{ir} \cdot r_i + \text{sign}(\dot{\gamma}_i) \cdot [M_{di} - f_i \cdot N_i - M_{si}].$$

Завъртането на предните колела около шенкелните оси се описва със следното диференциално уравнение на движение:

$$(4.21) \quad I_\theta \cdot \ddot{\theta}_k = \sum_{j=1}^2 M_{kj},$$

където $\vec{F}_{ir}$ е тангенциалната компонента на силата на триене в колелото, чиято положителна посока се приема назад /в по-честия случай на движение при спиране или след загуба на устойчивост/

$$(4.22) \quad F_{ir} = \mu \cdot N_i \frac{V_{pix}}{V_{pi}} \cos(\varphi_z + \theta_k) + \mu \cdot N_i \frac{V_{piy}}{V_{pi}} \sin(\varphi_z + \theta_k),$$

Тук $\mu(V_p)$ е коефициентът на триене, зависещ от скоростта на плъзгане на контактното петно /фиг. 1.1/, който се въвежда графично или аналитично; $\theta_k(t)$ - ъгъл на завъртане на съответното управляемо колело около ос z'' .

Другите обозначения в изрази (4.20) и (4.21) са следните:

r_i – радиус на колелото; f_i – коефициент на триене при търкаляне; N_i – нормална реакция в колелото; $[I_\gamma]$ - квадратна матрица от коефициентите пред собствените ъглови ускорения на двигателните колела, зависещи от инерционните моменти на колелата и двигателя; $[\ddot{\gamma}]$ - матрица-стълб от собствените ъглови ускорения на колелата, от които две или четири са двигателни

- автомобил с предни водещи колела

$$[I_\gamma] = \begin{vmatrix} \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{4} + J_1 & 0 & 0 & \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{4} \\ 0 & J_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 & 0 \\ \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{4} & 0 & 0 & \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{4} + J_4 \end{vmatrix};$$

- автомобил със задни водещи колела

$$[I_\gamma] = \begin{vmatrix} J_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{4} + J_2 & \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{4} & 0 \\ 0 & \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{4} & \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{4} + J_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_4 \end{vmatrix};$$

- автомобил с предни и задни водещи колела със симетрично предаване на момента към предните и задни колела

$$[I_\gamma] = \begin{vmatrix} \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{16} + J_1 & \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{16} & \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{16} & \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{16} \\ \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{16} & \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{16} + J_2 & \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{16} & \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{16} \\ \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{16} & \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{16} & \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{16} + J_3 & \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{16} \\ \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{16} & \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{16} & \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{16} & \frac{J_d \cdot i_{tr}^2}{16} + J_4 \end{vmatrix};$$

J_i , $i=1-4$ - приведени масови инерционни моменти на колелата; J_d – собствен инерционен момент на двигателя; i_{tr} – общо предавателно число на трансмисията; $[M_\gamma]$ – матрица-стълб от десните страни на уравненията с елементи $M_{\gamma i}$, зависещи от приведения към всяко едно колело двигателен момент M_{di} и спирачен момент M_{si} ; M_{ik} , $i=1,2$ - главен момент на силата на триене и на нормалната реакция /стабилизиращ момент/ в кормилния механизъм спрямо съответната шенкелна ос.

Уравнение (4.21) се въвежда при движение на автомобила без въздействие на водача върху волана. В противен случай ъгълът на завъртане на управляемите колела около шенкелните оси се задава графично или аналитично във функция на времето $\theta_k = \theta_k(t)$.

Стабилизиращият момент от компонентите на реакциите на пътната настилка $\vec{F}_i$ и $\vec{N}_i$ за всяко управляемо колело спрямо шенкелната ос се определя от зависимостта

$$(4.23) \quad M_{kj} = [\vec{\rho}_{kj} \times (\vec{F}_j + \vec{N}_j)] \cdot \vec{e}_j,$$

където $\vec{\rho}_{kj}$, $j=1,2$ е радиус-векторът на контактната точка P_j на колелото спрямо мислената прободна точка на шенкелната ос с равнината Oxy ; $\vec{e}$ - единичен вектор на шенкелната ос, чиито посочни ъгли спрямо подвижната координатната система $Ox'y'z'$ са известни.

Двигателният момент, приведен към колянвия вал, се приема в зависимост от режима на работа – принудителен празен ход или двигателен - фиг. 3.5 и 3.6.

Системата от 11 диференциални уравнения на движение (4.1)÷(4.3), (4.6), (4.23) и (4.24) се решава с помощта на програмен продукт Matlab, toolbox Simulink и редица подпрограми, представляващи специализирани m-файлове. На базата на въведения механоматематичен модел е създадена компютърната

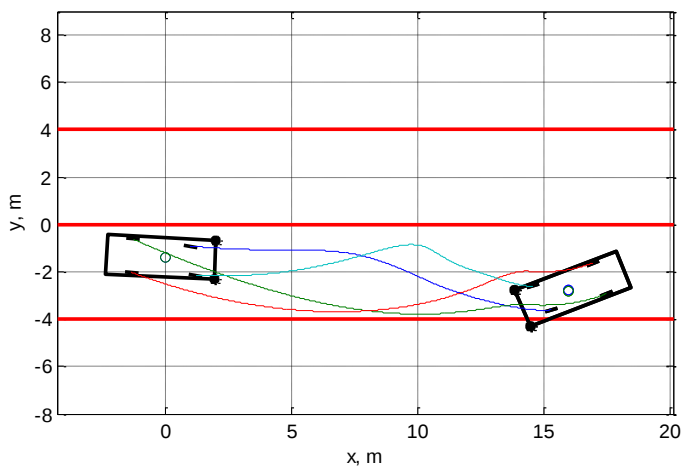
програма “Expertcar”, пакет “Avtom1-3D”. В програмата се въвеждат конкретните геометрични, масови и инерционни характеристики на автомобила, както и еластичните характеристики на окачването му. Задават се координатите на точките на окачване на пружините, на колелата и на други необходими параметри.

Пример 1

Лек автомобил с маса $m=1500$ kg, подресорна маса $m_1=1400$ kg, неподресорна маса $m_2=100$ kg и матрица на масовите инерционни моменти в $[\text{kg.m}^2]$

$$\begin{bmatrix} J_{x'} = 200 & J_{x'y'} = 0 & J_{x'z'} = 150 \\ J_{x'y'} = 0 & J_{y'} = 500 & J_{y'z'} = 0 \\ J_{x'z'} = 150 & J_{y'z'} = 0 & J_{z'} = 2000 \end{bmatrix}$$

в условията на суха пътна настилка след удар с друг автомобил губи напречната си устойчивост. Асимптотичният коефициент на триене между гумите и асфалта е $\mu=0,70$. Предното ляво колело е с деформирано окачване и се приема за блокирало. Автомобилът е на пета предавка, със спирачен момент на предно дясно колело, равен на 20% от максималния. Предните колела на автомобила след удара са завъртени надясно на ъгъл 7° .

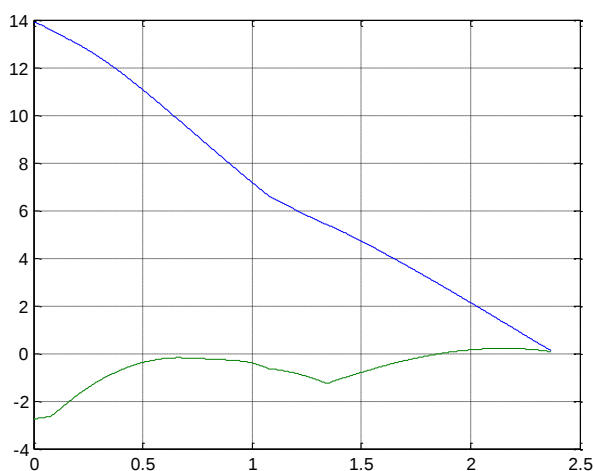


Фиг. 4.9. Начално и крайно положение на автомобила

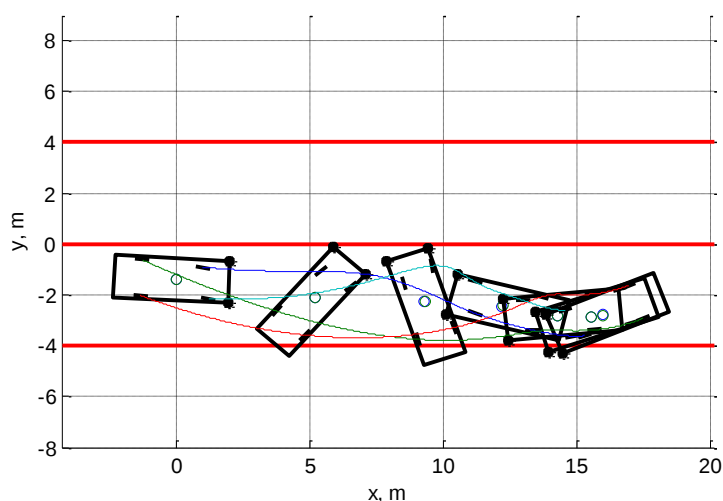
На фиг. 4.9-4.15 са показани резултатите от компютърната симулация при следните начални условия:

$$\begin{aligned} x_{c0} &= 0; y_{c0} = -1,4\text{ m}; z_{c0} = 0,55\text{ m}; \\ \dot{x}_{c0} &= 50\text{ km/h} = 17,89\text{ m/s}; \dot{y}_{c0} = -10\text{ km/h} = -2,78\text{ m/s}; \dot{z}_{c0} = 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\psi &= 0; & \vartheta &= 2^\circ; & \varphi &= -3^\circ; \\ \omega_{x'} &= 0; & \omega_{y'} &= 0 & \omega_{z'} &= 2,40 \text{ s}^{-1}.\end{aligned}$$



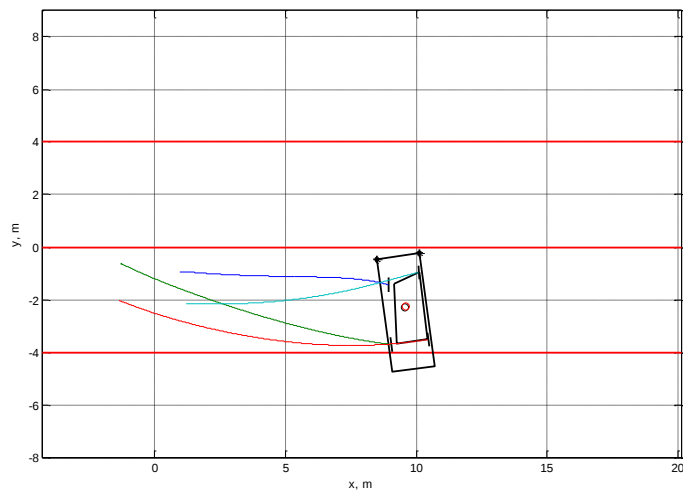
Фиг. 4.10. Проекции на скоростта на масовия център



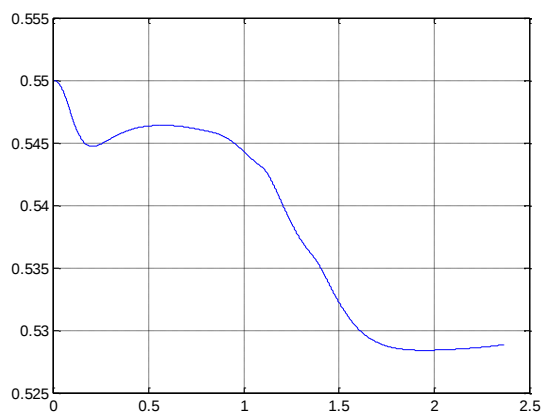
Фиг. 4.11. Компютърна симулация на движението – интервал 0,4 s

На фиг. 4.18 и 4.19 е показано сравнението между решението на системите диференциални уравнения на движение за квазиравнинния и пространствения модел. Отклонението за дадения случай в преместването на масовия център е около 1,1 %, а в ъгъла на завъртане – около 1,4%.

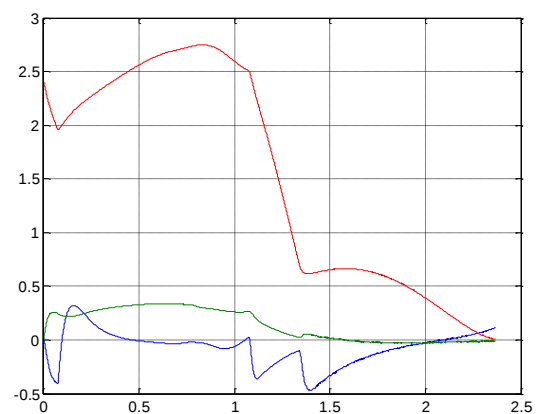
Интерес представлява и каква е разликата в началните условия, за да достигне автомобилът до едно и също крайно положение по двата модела. На фиг. 4.20 е показана разликата в симулациите до крайното положение, показано на фиг. 4.9 и 4.11.



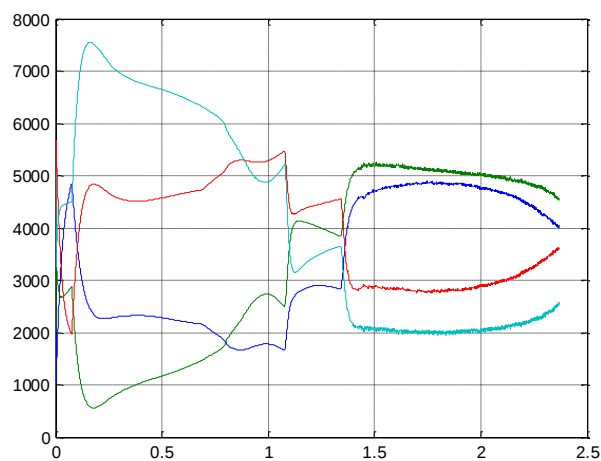
Фиг. 4.12. Положение на автомобила по време на движение



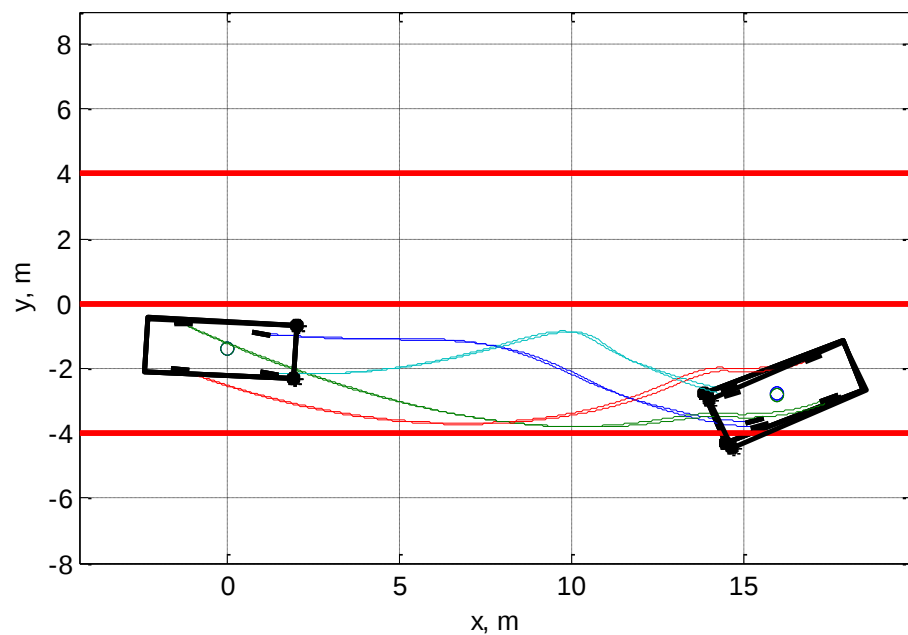
Фиг. 4.13. Изменение на апликацията на масовия център



Фиг. 4.14. Проекции на ъгловата скорост върху неизменно свързаните с автомобила координатни оси



Фиг. 4.15. Изменение на нормалните реакции в колелата



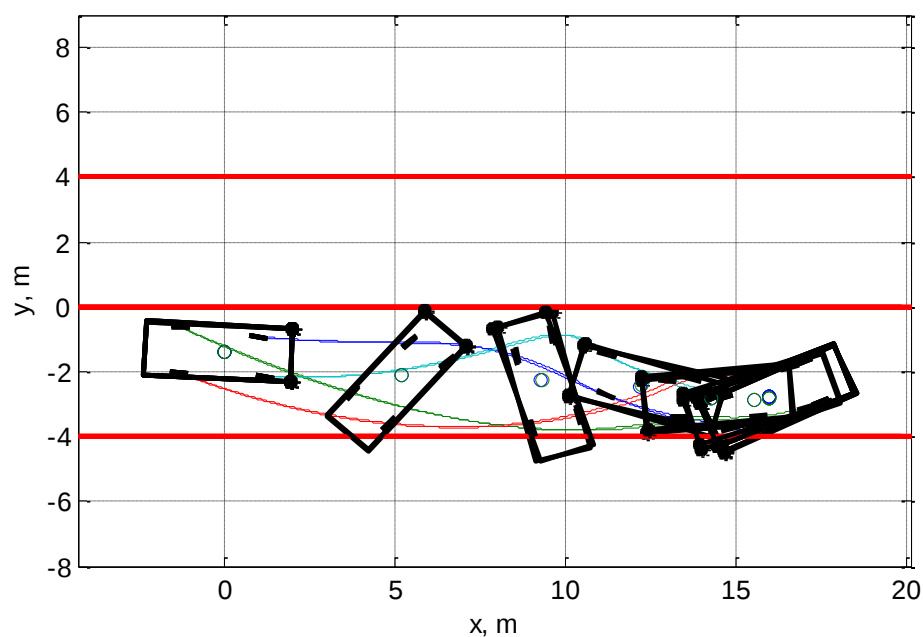
Фиг. 4.18. Сравнение между следите и крайните положения между равнинен и пространствен модел

Началните условия при квазиравнинния модел за движението на автомобила са следните:

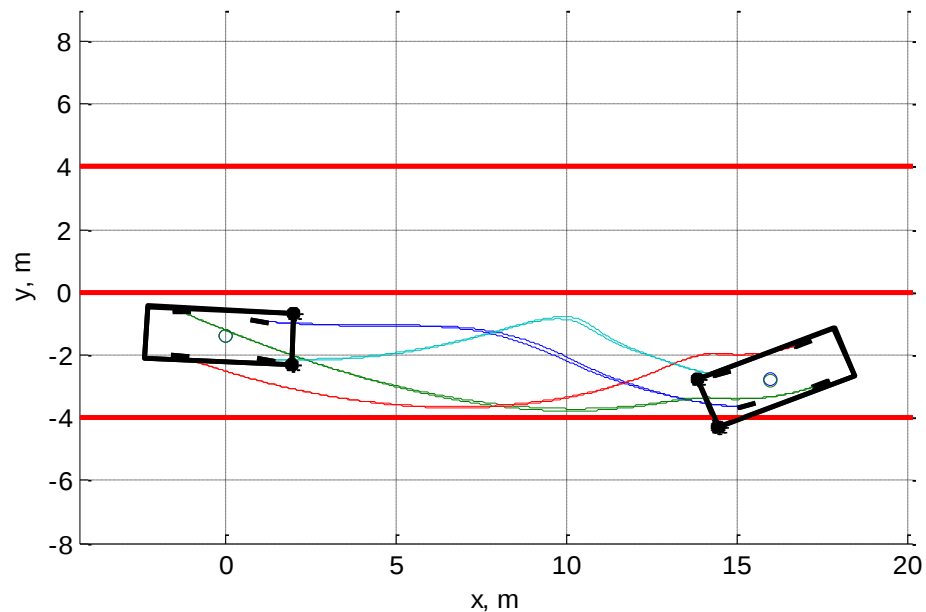
$$\dot{x}_{c0} = 13,89 \text{ m/s} = 50,0 \text{ km/h}; \dot{y}_{c0} = -2,50 \text{ m/s} = -9,0 \text{ km/h}; \omega_z = 2,49 \text{ s}^{-1},$$

а за пространствения -

$$\dot{x}_{c0} = 13,89 \text{ m/s} = 50,0 \text{ km/h}; \dot{y}_{c0} = -2,78 \text{ m/s} = -10,0 \text{ km/h}; \omega_z = 2,40 \text{ s}^{-1}.$$



Фиг. 4.19. Сравнение между дискретните положения в интервал 0,4 s между равнинен и пространствен модел



Фиг. 4.20. Сравнение между компютърните симулации между равнинен и пространствен модел за едно и също начално и крайно положение

Отклонението между съответните начални величини е следното:

$$\Delta \dot{x}_{c0} = 0,21 \text{ km/h} / 0,0 \% ; \Delta \dot{y}_{c0} = 1,0 \text{ km/h} / 10,0 \% ; \Delta \omega_{z'} = 0,21 \text{ s}^{-1} / 3,8 \% .$$

Пример 2

Лек автомобил с маса $m=950 \text{ kg}$ при завиване наляво на кръстообразно кръстовище се удря с друг насрещно движещ се автомобил /фиг. 4.21/. Матрицата на масовите инерционни моменти в $[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$ има вида

$$\begin{bmatrix} J_{x'} = 350 & J_{x'y'} = 0 & J_{x'z'} = 150 \\ J_{x'y'} = 0 & J_{y'} = 800 & J_{y'z'} = 0 \\ J_{x'z'} = 150 & J_{y'z'} = 0 & J_{z'} = 1150 \end{bmatrix}$$

След удара автомобилът придобива значителна ротация и в края на движението си излиза на разделителния затревен остров между двете платна за движение на пътя. На местопроизшествието са фиксирани следи от гуми.

Началните условия на движение, при които автомобилът достига крайното си положение в съответствие с началото на следите от гуми, са следните:

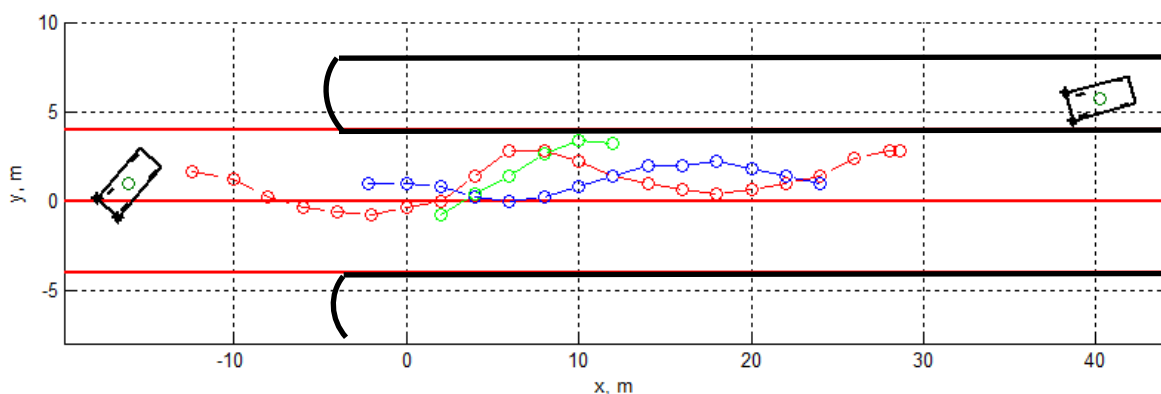
$$x_{c0} = -10,1\text{ m}; y_{c0} = 0,95\text{ m}; z_{c0} = 0,55\text{ m};$$

$$\dot{x}_{c0} = 96,0\text{ km/h} = 26,67\text{ m/s}; \dot{y}_{c0} = -0,60\text{ km/h} = -0,17\text{ m/s}; \dot{z}_{c0} = 0;$$

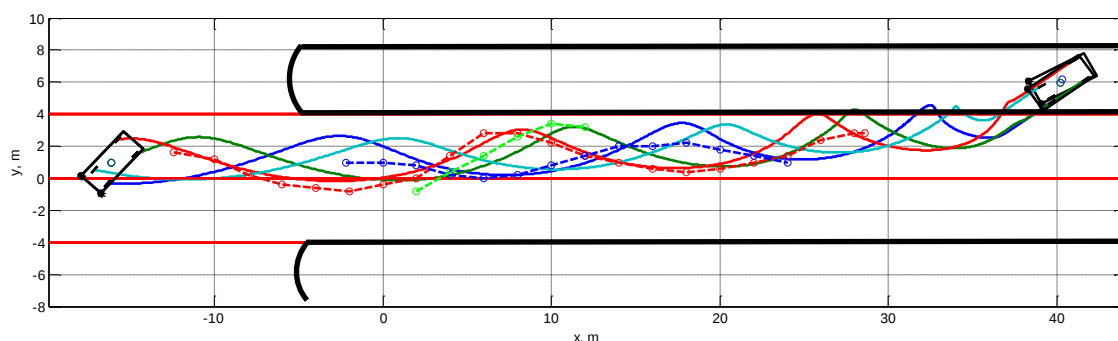
$$\psi = 0; \quad \vartheta = 2^\circ; \quad \varphi = 228^\circ;$$

$$\omega_{x'} = 0; \quad \omega_{y'} = 0 \quad \omega_{z'} = 6,70\text{ s}^{-1}.$$

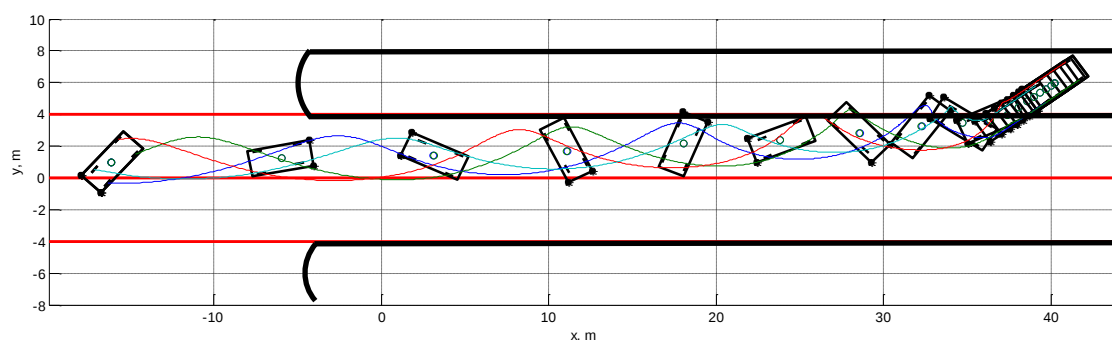
На фиг. 4.22-4.26 са показани резултатите от компютърната симулация.



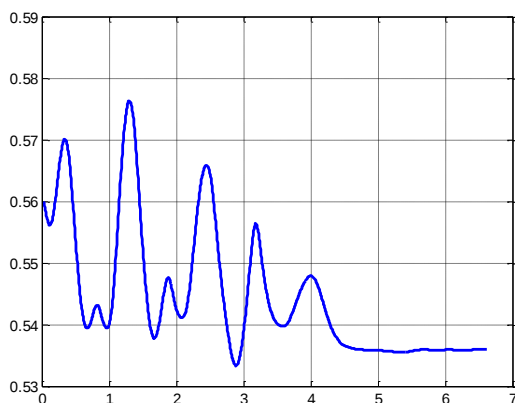
Фиг. 4.21. Схема на положението на лекия автомобил непосредствено след удара, крайно положение и следи от гуми



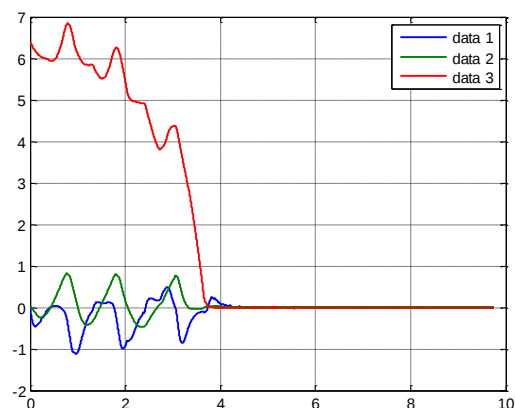
Фиг. 4.22. Схема на следите от компютърната симулация и на реалните следи



Фиг. 4.23. Компютърна симулация на движението на автомобила – интервал 0,4 s



Фиг. 4.25. Изменение на апликацията на масовия център

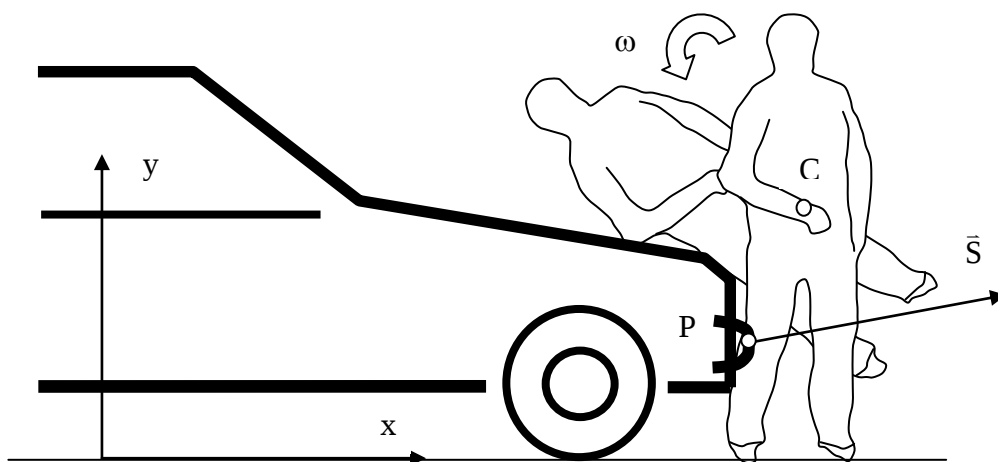


Фиг. 4.26. Проекции на ъгловата скорост

Резултатите показват едно много добро съвпадение между реалните следи от гуми и тези от компютърната симулация, което гарантира една добра точност на механоматематичния модел.

2.5. ГЛАВА 5 МЕХАНОМАТЕМАТИЧНО МОДЕЛИРАНЕ НА УДАР НА ПЕШЕХОДЕЦ

На фиг. 1.1 е показана схема на удар между лек автомобил и пешеходец, обърнат с едната си страна към автомобила. Особен интерес представлява относителното движение на тялото спрямо автомобила, поради което координатната система се избира неизменно свързана с автомобила. В общия случай автомобилът се движи с отрицателно ускорение, чиято абсолютна стойност е „ $|a|$ ”.



Фиг. 5.1. Схема на удар на пешеходец, ударен от лек автомобил

Върху тялото на пешеходеца в момента на удара действа ударен импулс $\vec{S}$, приложен в точка P, чието местоположение е известно. Директрисата на импулса сключва с абсцисната ос ъгъл φ_S . Скоростта на автомобила преди удара ще считаме за известна, като са дадени още масовите, геометричните и инерционни характеристики на автомобила и тялото на пострадалия. Задачата на удара е да се определи скоростта на автомобила, скоростта на масовия център на пешеходеца и ъгловата му скорост след удара.

В изследването се правят следните допускания:

1. Приема се, че относителното движение на тялото на пешеходеца след първоначалния контакт е равнинно. Основанието за това е значително по-малката скорост на пешеходеца от тази на автомобила в напречно на надлъжната ос на автомобила направление.
2. Приема се, че масовият инерционен момент на тялото спрямо масовия център не се променя. При достатъчно силни удари допускането е напълно основателно, поради минималното време на протичане на фазите на удара – според експериментални данни 0,05-0,1 s. Приема се, че безкрайно малкото време на удара е недостатъчно за промяната на конфигурацията на тялото по време на удара. Освен това възможното незначително относително преместване на долната част на краката или ръцете, които са с малки маси, не оказват съществено изменение на масовия инерционен момент.

Съгласно теоремата за изменение на количеството на движение за времето на удара се записват уравненията

$$\begin{aligned}
 (5.1) \quad & m_1 \cdot u_1 - m_1 \cdot V_1 = -\cos\varphi_S \cdot S; \\
 & m_2 \cdot u_{2x} - m_2 \cdot V_{2x} = \cos\varphi_S \cdot S; \\
 & m_2 \cdot u_{2y} - m_2 \cdot V_{2y} = \sin\varphi_S \cdot S,
 \end{aligned}$$

където $m_{1,2}$ са маси съответно на автомобила и пешеходеца; $u_{1,2}$ – скорост на автомобила и на масовия център на пешеходеца след удара; $V_{1,2}$ – скорост на автомобила и на масовия център на пешеходеца преди удара.

От теоремата за изменение на кинетичния момент на тялото на пешеходеца при релативното движение около масовия му център за времето на удара при допускането за постоянен масов инерционен момент е налице

$$\begin{aligned}
 (5.2) \quad & m_2 \cdot i^2 \cdot (\omega_1 - \omega_0) = \\
 & = (x_P - x_C) \cdot \sin\varphi_S \cdot S - (y_P - y_C) \cdot \cos\varphi_S \cdot S,
 \end{aligned}$$

където ω_0 и ω_1 са ъгловите скорости на тялото съответно преди и след удара; i – инерционен радиус на тялото спрямо централната

му ос, перпендикулярна на равнината на движение, приет за неизменен по време на удара.

Коефициентът на възстановяване между точката на контакта и съответната повърхнина на автомобила се определя от израза

$$(5.3) \quad k = \pm \frac{(\vec{u}_{p2} - \vec{u}_{p1}) \cdot \vec{n}}{(\vec{V}_{p1} - \vec{V}_{p2}) \cdot \vec{n}},$$

където $\vec{n}$ е единичният вектор на нормалата между двете контактуващи повърхнини, сключващ с абсцисната ос ъгъл φ_n .

Съгласно закона за разпределение на скоростите контактната точка от тялото на пешеходеца има следните скорости след и преди удара:

$$(5.4) \quad \begin{aligned} \vec{u}_{p2} &= \vec{u}_2 + \vec{\omega}_1 \times \vec{\rho}; \\ \vec{V}_{p2} &= \vec{V}_2 + \vec{\omega}_0 \times \vec{\rho}, \end{aligned}$$

където $\vec{\rho}$ е радиус-векторът на контактната точка Р спрямо масовия център на тялото.

След като се заместят изрази (3.4) в уравнение (3.3) и се извършат преобразованията, се получава изразът

$$(5.5) \quad \cos\varphi_S \cdot u_{2x} - \cos\varphi_S \cdot u_1 + \sin\varphi_S \cdot u_{2y} + (\sin\varphi_S \cdot \rho_x - \cos\varphi_S \cdot \rho_y) \cdot \omega_1 = V_{\omega S},$$

където е положено

$$(5.6) \quad \begin{aligned} V_{\omega S} &= (\pm k) \cdot \begin{bmatrix} (V_1 - V_{2x} + \omega_0 \cdot \rho_y) \cdot \cos\varphi_S - \\ - (V_{2y} + \omega_0 \cdot \rho_x) \cdot \sin\varphi_S \end{bmatrix}; \\ \rho_x &= x_P - x_C; \quad \rho_y = y_P - y_C. \end{aligned}$$

Алгебричната система от пет уравнения (5.1), (5.2) и (5.5) съдържа пет неизвестни – скоростта на автомобила след удара, проекциите на скоростта на масовия център на тялото след удара, ъгловата му скорост и ударния импулс. Така приведената система уравнения е валидна за произволно положение на тялото на пешеходеца спрямо автомобила и произволна контактна точка между него и каросерията. Системата се решава с помощта на компютърната среда Matlab.

След удара на тялото на пешеходеца движението му може да бъде свободно или не. При свободното си движение тялото не контактува с автомобила, а при несвободното то се подпира върху повърхнината на автомобила и се плъзга по нея. Ако след свободното движение има нов контакт между тялото и автомобила, се решава задачата на удара.

Фаза на свободно движение на тялото

Относителното движение на тялото спрямо автомобила се приема за равнинно, като се описва със следните диференциални уравнения на движение:

$$(5.7) \quad \begin{aligned} m_2 \cdot \ddot{x}_C &= m_2 \cdot |a|; \\ m_2 \cdot \ddot{y}_C &= -m_2 \cdot g; \\ m_2 \cdot i^2 \cdot \ddot{\varphi} &= 0, \end{aligned}$$

където „а” е спирачното закъснение на автомобила.

След интегриране на уравненията се получава законът на движение на масовия център на тялото при относителното му движение спрямо автомобила от вида

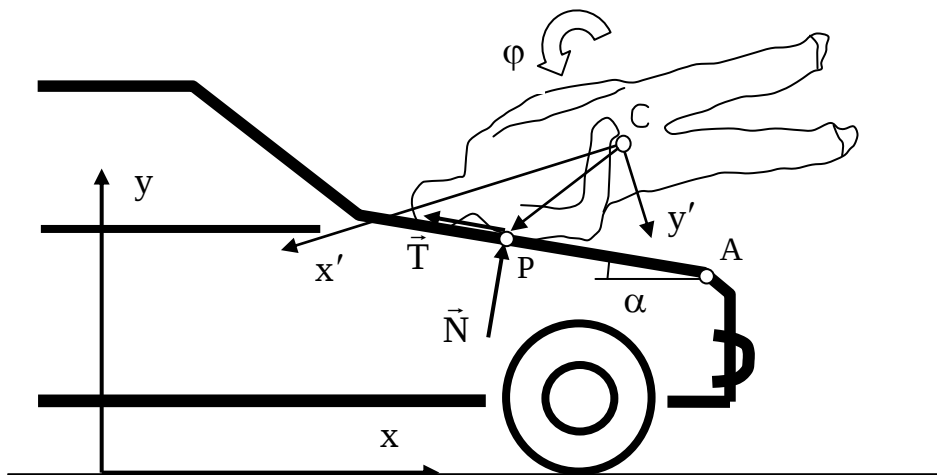
$$(5.8) \quad \begin{aligned} x_C &= (u_{2x} - u_1) \cdot t + \frac{|a| \cdot t^2}{2} + x_{C0}; \\ y_C &= u_{2y} \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2} + y_{C0}, \end{aligned}$$

където x_{C0} , y_{C0} са началните координати на масовия център.

Ъгълът на завъртане на тялото се изменя по закона

$$(5.9) \quad \varphi = \omega_1 \cdot t + \varphi_0,$$

където φ_0 е началният ъгъл.



Фиг. 5.2. Фаза на плъзгане на тялото

Фаза на плъзгане на тялото по повърхнината на автомобила

На фиг. 5.2 е показана схема на фазата на относителното движение на тялото на пешеходеца, който е в контакт с

повърхнината на автомобила, като се плъзга по нея. Въведена е спомагателна подвижна координатна система $Cx'y'$, неизменно свързана с тялото. Освен инерционната сила и теглото, на тялото в точката на контакта действат и нормалната реакция $\vec{N}$ и силата на триене $\vec{T}$.

Обобщени координати на тялото са проекциите на масовия му център спрямо неизменно свързаната с автомобила подвижна координатна система x_C, y_C и ъгълът му на завъртане φ , отчетен от оста x към x' в посока, обратна на часовниковата стрелка.

Диференциалните уравнения на относителното движение на тялото спрямо автомобила имат вида

$$(5.10) \quad m_2 \cdot \ddot{x}_C = m_2 \cdot |a| + T_x + N \cdot \sin \alpha;$$

$$(5.11) \quad m_2 \cdot \ddot{y}_C = -m_2 \cdot g + T_y + N \cdot \cos \alpha;$$

$$(5.11) \quad m_2 \cdot i^2 \cdot \ddot{\varphi} = \rho_x \cdot (T_y + N \cdot \cos \alpha) - \rho_y \cdot (T_x + N \cdot \sin \alpha),$$

където проекциите на радиус-вектора на контактната точка в подвижната координатна система са

$$(5.12) \quad \rho_x = x'_P \cdot \cos \varphi - y'_P \cdot \sin \varphi;$$

$$\rho_y = x'_P \cdot \sin \varphi + y'_P \cdot \cos \varphi.$$

Силата на триене се определя от израза

$$(5.13) \quad \vec{T} = -\mu \cdot N \cdot \frac{\vec{V}_P}{V_P},$$

където μ е коефициентът на триене при плъзгане между тялото и повърхнината.

Проекциите на относителната скорост на контактната точка спрямо автомобила съгласно закона за разпределение на скоростите се определят по формулите

$$(5.14) \quad \dot{x}_P = \dot{x}_C - \dot{\varphi} \cdot (x'_P \sin \varphi + y'_P \cos \varphi);$$

$$\dot{y}_P = \dot{y}_C + \dot{\varphi} \cdot (x'_P \cos \varphi - y'_P \sin \varphi).$$

Проекциите на силата на триене, участващи в уравнения (5.10) и (5.11), се получават, като изрази (5.14) се заместят в проектираното векторно уравнение (5.13). Те имат вида

$$(5.15) \quad T_x = - \frac{[\dot{x}_C - \dot{\varphi} \cdot (x'_P \sin \varphi + y'_P \cos \varphi)]}{\sqrt{\dot{x}_P^2 + \dot{y}_P^2}} \mu \cdot N;$$

$$T_y = - \frac{[\dot{y}_C + \dot{\varphi} \cdot (x'_P \cos \varphi - y'_P \sin \varphi)]}{\sqrt{\dot{x}_P^2 + \dot{y}_P^2}} \mu \cdot N.$$

В общия случай т. Р е променлива и координатите ѝ удовлетворяват уравнението на права

$$(5.16) \quad y_P = (x_A - x_P) \cdot \operatorname{tg} \alpha + y_A,$$

където x_A и y_A са координати на произволна точка от правата от профила на автомобила, α - ъгъл на наклона.

Координатите на т. Р се определят по формулите

$$(5.17) \quad \begin{aligned} x_P &= x_C + x'_P \cos \varphi - y'_P \sin \varphi ; \\ y_P &= y_C + x'_P \sin \varphi + y'_P \cos \varphi , \end{aligned}$$

откъдето (5.16) придобива вида

$$(5.18) \quad \begin{aligned} &\operatorname{tg} \alpha \cdot x_C + y_C + x'_P \sin \varphi + y'_P \cos \varphi + \operatorname{tg} \alpha \cdot x'_P \cos \varphi - \operatorname{tg} \alpha \cdot y'_P \sin \varphi = \\ &= x_A \cdot \operatorname{tg} \alpha + y_A . \end{aligned}$$

От друга страна, координатите на т. Р удовлетворяват уравнението на кривата, обхващаща тялото на пострадалия, в подвижната координатна система в общия вид /примерно елипса/

$$(5.19) \quad f(x', y') = 0 .$$

Освен това, към приведените диференциални уравнения добавяме и кинематичната връзка относно посоката на скоростта на т. Р по правата, минаваща през т. А

$$(5.20) \quad \cos \alpha \cdot [\dot{y}_C + \dot{\varphi} \cdot (x'_P \cos \varphi - y'_P \sin \varphi)] + \sin \alpha \cdot [\dot{x}_C - \dot{\varphi} \cdot (x'_P \sin \varphi + y'_P \cos \varphi)] = 0 .$$

Следователно в общия случай относителното движение на тялото спрямо автомобила се характеризира с 6 диференциални уравнения на движението (5.10), (5.11), (5.18), (5.19) и (5.20). Неизвестни са законът на движение на тялото - $x_C(t)$, $y_C(t)$, $\varphi(t)$, нормалната реакция $N(t)$ и координатите на т. Р в координатната система $Cx'y'$ - $x'_P(t)$, $y'_P(t)$.

На практика относителното движение на тялото по време на тази фаза е кратко и предвид конфигурацията на тялото може да се приеме, че т. Р от тялото, разглеждана от подвижната система $Cx'y'$, е постоянна. Тогава системата диференциални уравнения се опростява – уравнения (5.18) и (5.19) не участват в системата.

Системата диференциални уравнения, описващи движението през тази фаза, се решава в средата на Matlab, toolbox Simulink.

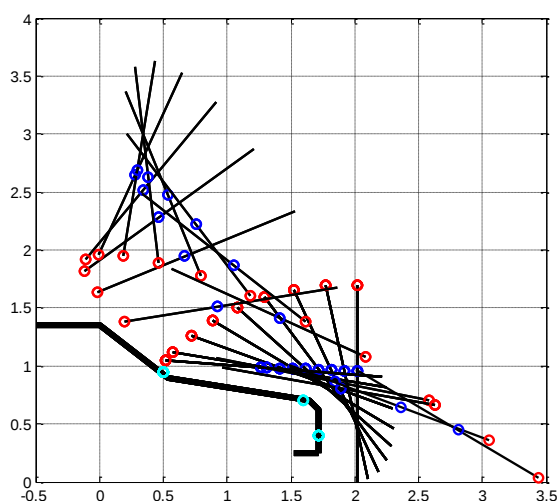
Целият механизъм на удара между автомобила и пешеходеца се разделя на отделни фази. В началото на всяка фаза се решава задачата на удара, като скоростите след удара се явяват начални за фазата на последващото движение на тялото – свободно или несвободно.

Свободното относително движение на тялото спрямо автомобила се описва чрез закона на движение (5.8) и (5.9) до момента на следващия контакт с повърхнината на автомобила. Крайните условия на движението представляват началните условия за решаването на следващата задача на удара. Решавайки

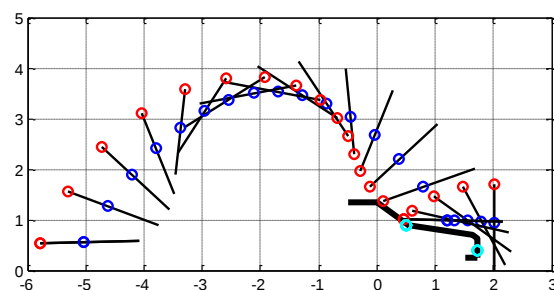
задачата на удара, се получават началните скорости за следващата фаза. Същата може да представлява отново свободно движение на тялото или може да е и несвободно. Това се преценява от самия вид на движението – приема се това, което кореспондира с профила на автомобила. Ако след решаване на задачата на удара контактната точка остава на повърхнината на автомобила, то следва несвободно движение на тялото, което се решава чрез приведената система диференциални уравнения. Това движение се симулира с помощта на Matlab, toolbox Simulink, като резултатите са начални условия за следващата фаза на свободно движение.

Създадена е компютърна програма на Matlab с помощта на специален m-файл, чрез която се следи движението на тялото след първоначалния контакт до момента на достигането му до предния капак, стъклото или тавана. В края на тази фаза се решава задачата на удара, след което движението продължава като свободно или не до следващия удар, фаза и т.н. Това продължава до момента на достигане на тялото до пътната настилка.

На фиг. 5.16 е показан пример на относителното движение на тялото на пешеходец при скорост на автомобила 72 km/h. След първоначалния контакт в предната броня, тялото се удря последователно в ръба на предния капак, в предното стъкло, прави салто във въздуха, пада отново върху предния капак, плъзга се по него и пада на пътната настилка пред спирация автомобил.



Фиг. 5.16. Относително движение на тялото до момента на удара в пътната настилка



Фиг. 5.19. Относително движение на тялото при равномерно движение на автомобила и удар със скорост 80 km/h

На фиг. 5.19 е показано относителното движение на тяло, ударено от автомобил при скорост 80 km/h, при равномерно движение на автомобила. В този случай относителното движение на

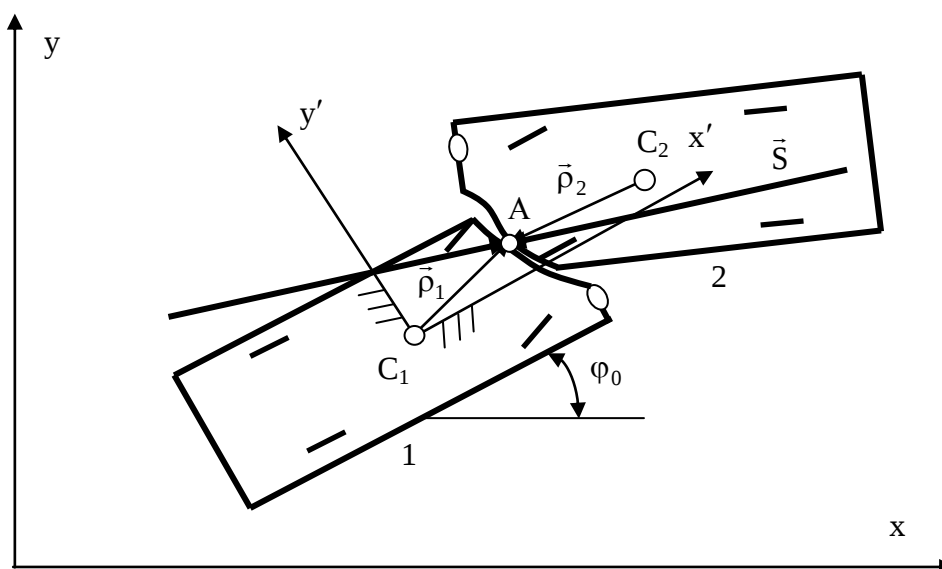
тялото до момента на удара в предното стъкло е почти идентично, но предвид равномерното движение на автомобила, при относителното си движение тялото се премества назад спрямо него. Реално пешеходецът се прехвърля над автомобила и пада зад него.

С помощта на предложеното механоматематично моделиране на удара на пешеходец и реализирания автоматизиран алгоритъм много точно може да се направи оценка за скоростта на автомобила в момента на удара. Според травмите на пострадалия се съди за локалните му удари в купето, а чрез деформациите по автомобила се определя относителното му движение.

2.6. ГЛАВА 6 МЕХАНОМАТЕМАТИЧНО МОДЕЛИРАНЕ НА УДАР МЕЖДУ МПС И УДАР В ПРЕПЯТСТВИЕ

Задача на удара при идентификация на ПТП при удар между МПС

На фиг. 6.3 е показана схема на два автомобила в момента на удара в произволно положение спрямо неподвижна координатна система при достигане на максималната им деформация – в края на първата фаза на удара /фазата на деформиране/.



Фиг. 6.3. Схема на удара

След първоначалния контакт двата автомобила започват да се деформират. Това е първата фаза на удара - фазата на деформиране. Тази фаза продължава до максималното сближаване

на двете превозни средства. В началото деформацията е еластична, т.е. такава, която след отделяне на автомобилите се възстановява напълно. След еластичната деформация на първата фаза по време на удара настъпва пластична деформация, която се състои в постепенно трайно деформиране на отделните елементи от конструкцията, включително и извън непосредствените контактни повърхнини. Възможно е след удара двата автомобила да не се разделят вследствие, което отговаря на съвършено нееластичен удар. В този случай при достигане на максималната деформация скоростите на контактните повърхнини на двата автомобила се изравняват и липсва относително движение между тях /липсва приплъзване/. Възможно е двата автомобила да останат на място или да се преместят заедно, но без разделяне на контактните повърхнини. При съвършения нееластичен удар фазата на удара е само една.

При несъвършено нееластичен удар /еластопластичен удар/ след първата фаза на деформиране на автомобилите, след максималното взаимно проникване между конструкциите, следва фаза на разделяне на автомобилите – фаза на възстановяване. През тази фаза телата възстановяват отчасти формата си в зависимост от еластичните си качества и започват да се разделят. Фазата на възстановяване завършва в момента на пълното отделяне на телата. При автомобилите тази фаза е значително по-малка от първата предвид слабите еластични качества на конструкцията на автомобилите.

Разделянето на МПС по време на втората фаза може да стане след изравняване на скоростите на контактните повърхнини или без изравняване, т.е. съответно без или със приплъзване. В първия случай е налице блокиращ удар, а във втория – приплъзващ. По време на деформирането на МПС в първата фаза се натрупва известна потенциална енергия от еластични елементи на конструкцията – греди, подкалници, купе, колонки, окачване и др., която енергия се освобождава след достигане на максималната деформация и трансформира в кинетична във втората фаза - фазата на възстановяване /разделяне/. Съвършено нееластичният удар във всички случаи е блокиращ, а еластопластичният удар може да бъде блокиращ или приплъзващ. При приплъзващия удар втората фаза може практически да отсъства. Това е възможно, когато площта на контактните повърхности е много малка и автомобилите продължават движението си вследствие на предварителната си кинетична енергия.

След удара в общия случай всяко от превозните средства продължава движението си съобразно преразпределената

остатъчна кинетична енергия, състояща се от транслационна и ротационна съставляща.

С оглед реалните дадености може да се формулира следната основна задача на идентификацията на ПТП с удар между МПС, която се решава с помощта на две подзадачи:

Основна задача

Известни са положенията на автомобилите в момента на удара и след ПТП, както и ъгловите скорости на автомобилите преди ПТП. Търсят се скоростите на масовите центрове на автомобилите преди удара. Тази задача съдържа следните две подзадачи:

Същинска задача на удара

Известни са скоростите на масовите центрове след удара, ъгловите скорости на автомобилите след удара и ъгловите скорости преди удара. Търсят се ударният импулс и скоростите на масовите центрове преди удара.

Задачата се решава чрез прилагане на теоремата за изменение на количеството на движение на всеки автомобил и теоремата за изменение на кинетичния му момент при релативното му движение спрямо масовия център.

Гранична задача

Известни са част от началните условия - положение в момента на удара и крайните условия на автомобила след ПТП - положение и скорости /обикновено нулеви/. Търсят се част от началните условия – линейни и ъглови скорости след удара.

Задачата се решава чрез механоматематично моделиране и компютърна симулация на движението на автомобилите след удара до тяхното окончателно спиране.

Целта на предложения метод е да се реши така формулираната основна задача, в частност двете подзадачи, като автомобилите се приемат за материални тела и се избегне използването на коефициента на възстановяване и трудно определяемите коефициенти на коравина при удар /краш-коефициентите/.

Решение на същинската задача на удара

Теоремите за изменение на количеството на движение на системата от двата автомобила за времето на удара и теоремата за изменение на кинетичния момент на всеки от тях при релативното му движение около масовия център се записват във вида

$$(6.16) \quad m_1 \cdot \vec{u}_1 - m_1 \cdot \vec{V}_1 = \vec{S};$$

$$m_2 \cdot \vec{u}_2 - m_2 \cdot \vec{V}_2 = -\vec{S};$$

$$(6.17) \quad I_1 \cdot \omega_1 = \rho_{1x} \cdot S_y - \rho_{1y} \cdot S_x;$$

$$I_2 \cdot \omega_2 = -\rho_{2x} \cdot S_y + \rho_{2y} \cdot S_x,$$

където m_j / $j=1,2$ / са маси на двата автомобила, $\vec{V}_j$ - скорости на масовите центрове на автомобилите преди удара; $\vec{u}_j$ - скорости на масовите центрове след удара; $\vec{S}$ - ударен импулс на първия автомобил; I_j - масови инерционни моменти на автомобилите спрямо централните им оси, перпендикулярни на равнината им на движение; ω_j - ъглови скорости на автомобилите след удара; $\vec{\rho}_j$ - радиус-вектори на приложната точка на ударния импулс спрямо масовите центрове на автомобилите.

Приложната точка на ударния импулс може да се избере за кой да е от двата автомобила, като произволна точка от директрисата му. Съгласно метода тази точка се въвежда приблизително и начална при последващото итеративно решение. За този автомобил проекциите на радиус-вектора на приложната точка на ударния импулс спрямо неподвижната координатна система са

$$(6.18) \quad \rho_x = \cos \varphi_0 \cdot x'_A - \sin \varphi_0 \cdot y'_A;$$

$$\rho_y = \sin \varphi_0 \cdot x'_A + \cos \varphi_0 \cdot y'_A.$$

Тук φ_0 е ъгълът на завъртане на същия автомобил в момента на удара; x'_A, y'_A - координати на приложната точка на ударния импулс спрямо неизменно свързана с автомобила подвижна координатна система, които се задават на базата на деформациите на автомобила /в първо приближение/.

За втория автомобил проекциите на радиус-вектора на приложната точка на ударния импулс спрямо неподвижната координатна система се определят от изразите

$$(6.19) \quad \rho_{xd} = x_0 + \rho_x - x_{0d};$$

$$\rho_{yd} = y_0 + \rho_y - y_{0d},$$

където x_0, y_0 са координатите на масовия център в момента на удара на автомобила, от който приемаме приложната точка на ударния импулс; x_{0d}, y_{0d} - координати на масовия център на другия автомобил в момента на удара.

Векторното уравнение (6.16) се проектира върху неподвижните координатни оси и заедно с уравнение (6.17) образуват алгебрична система уравнения спрямо проекциите на ударния импулс и на

скоростите на масовите центрове на автомобилите преди удара. Същите имат вида

$$(6.20) \quad S_x = \frac{I_1 \cdot \omega_1 \cdot \rho_{2x} + I_2 \cdot \omega_2 \cdot \rho_{1x}}{\rho_{1x} \cdot \rho_{2y} - \rho_{2x} \cdot \rho_{1y}};$$

$$S_y = \frac{I_1 \cdot \omega_1 \cdot \rho_{2y} + I_2 \cdot \omega_2 \cdot \rho_{1y}}{\rho_{1x} \cdot \rho_{2y} - \rho_{2x} \cdot \rho_{1y}};$$

$$(6.21) \quad V_{1x} = u_{1x} - S_x / m_1; \quad V_{1y} = u_{1y} - S_y / m_1;$$

$$V_{2x} = u_{2x} + S_x / m_2; \quad V_{2y} = u_{2y} + S_y / m_2.$$

Необходимите за решението проекции на скоростите на масовите центрове след удара и ъгловите скорости се определят чрез механоматематично моделиране и компютърна симулация на движението на всеки автомобил след удара /решаване на граничната задача/.

По този начин при метода се използват две уравнения на изменение на кинетичния момент, а не едно енергийно, както при метода "Delta-V", което позволява неизвестните да се получат като векторни величини. Това от своя страна позволява да се реши една своеобразна оптимизационна задача – да се въведе итеративен метод при въвеждането на точката от директрисата на ударния импулс с цел нейното уточняване до получаване на скорости преди удара, успоредни на осите на автомобилите. Целева функция в случая се явява средната квадратична грешка от ъглите между получените скорости преди удара и надлъжните оси на автомобилите

$$(6.22) \quad F = \sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2},$$

където δ е съответното ъглово отклонение за всеки автомобил.

Решение на граничната задача

Граничната задача се решава чрез компютърно механоматематично моделиране на движението на автомобилите след удара. Моделът за всеки автомобил и диференциалните уравнения на движение са аналогични на приведените в глава 3.

За всеки автомобил се решава оптимизационна задача – търсят се тези начални условия на движение след удара, че автомобилът с достатъчна точност да реализира движение с крайно положение - действителното след ПТП. Алгоритмът на решаване на оптимизационната задача е приведен в глава 3, като той се отнася едновременно и за двата автомобила при обща целева функция

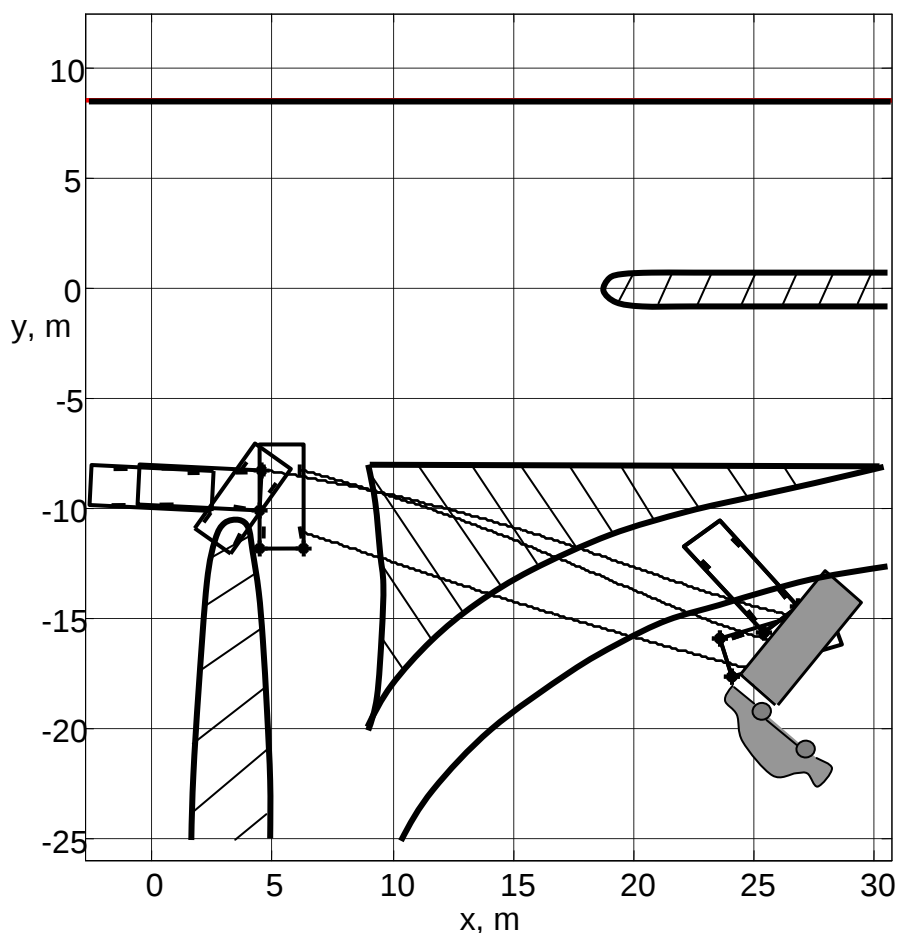
$$(6.23) \quad F = \delta([\dot{q}]_0) = \sqrt{\sum_{i=1}^2 [\delta_{ix}^2 + \delta_{iy}^2 + \delta_{i\varphi}^2]},$$

където δ_i е съответното линейно или ъглово отклонение от крайните геометрични условия за дадения автомобил.

За численото решаване на системите диференциални уравнения, описващи движението на всеки автомобил след удара, за осъществяване на съответната анимация на движението и решаване на същинската задача на удара е създаден отделен модул към програмата "Expertcar" - "Avtom2". Този модул е предназначен именно за идентификация на ПТП с удар между автомобили при максимално автоматизиран подход.

Пример

На Т-образно кръстовище настъпва страничен удар между лек автомобил Мерцедес и лек автомобил Пежо с маси съответно $m_1=2230$ kg; $m_2=1705$ kg и инерционни моменти $I_1=4000$ kg.m² ; $I_2=2750$ kg.m² /фиг. 6.16/.



Фиг. 6.16. Положение на автомобилите непосредствено преди контакта, към момента на удара, преди преобръщането на автомобиля Пежо и след ПТП, следи от гуми на Пежо

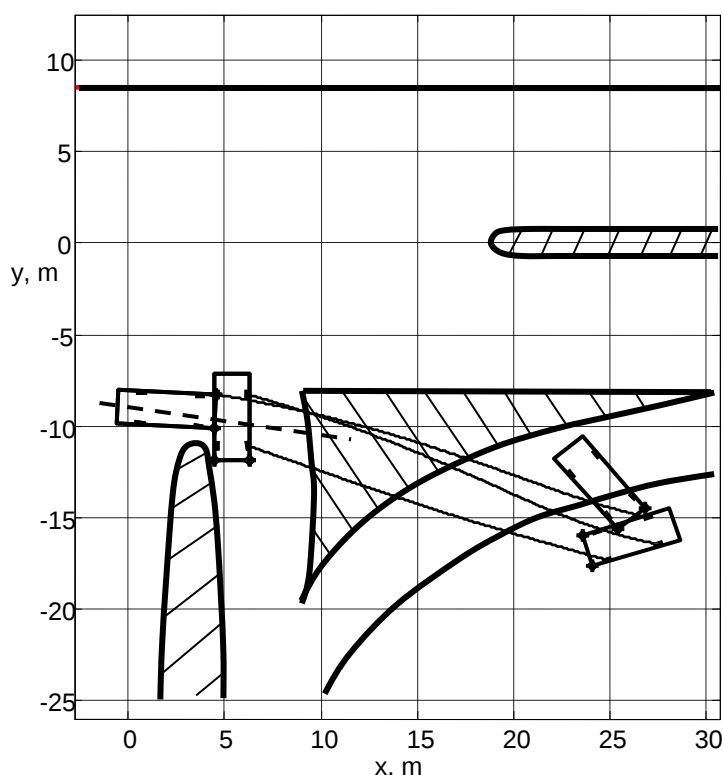
Ударът е при движение на автомобиля Мерцедес по път с

предимство и при завиване на автомобила Пежо наляво към второстепенен път. Непосредствено преди удара водачът на автомобила Мерцедес отклонява автомобила си надясно с цел да избегне удара и превозното средство излиза извън платното за движение. След сблъсъка автомобилът Мерцедес продължава движението си напред и косо надясно, а автомобилът Пежо рязко променя направлението си на движение, отправяйки се странично в посоката на движение на автомобила Мерцедес. След удара двата автомобила напускат платното за движение, като след това автомобилът Пежо се преобръща на лявата си страна. Коефициентът на надлъжно триене между гумите и асфалта е променлив при асимптотична стойност $\mu=0,7$, а по затревения банкет - $\mu=0,4$. На местопроизшествието са намерени следи от гумите на автомобила Пежо след удара.

Обобщените координати на автомобилите в момента на удара са съответно

$$x_1 = 2,3 \text{ m}; y_1 = -9,1 \text{ m}; \varphi_1 = 357^\circ;$$

$$x_2 = 5,4 \text{ m}; y_2 = -9,95 \text{ m}; \varphi_2 = 270^\circ.$$

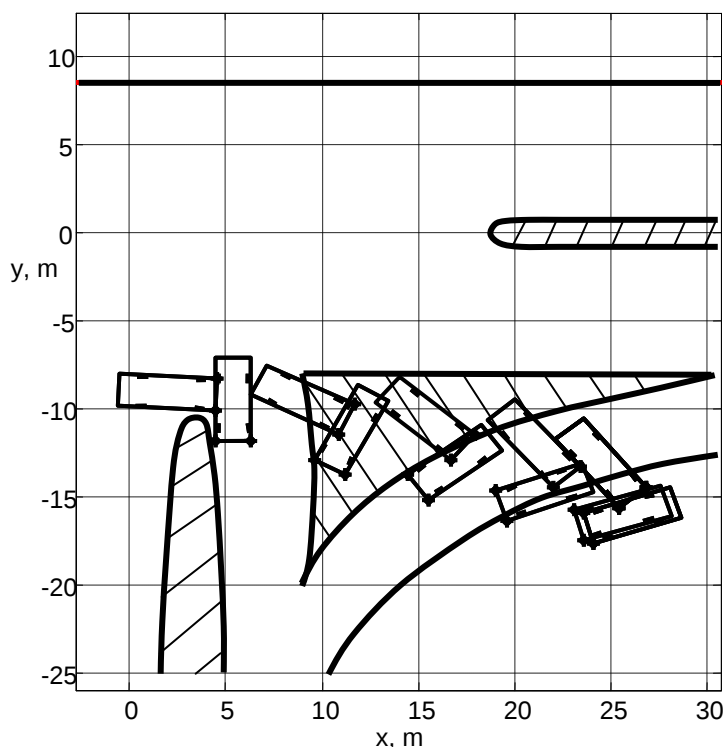


Фиг. 6.17. Положение на автомобилите в момента на удара и преди преобръщането на Пежо, директриса на ударния импулс и следи от гуми на Пежо

Определени са началните условия, при които автомобилите достигат положението си непосредствено преди преобръщането на автомобила Пежо. Това са скоростите непосредствено след удара

$$u_{1x} = 18,21 \text{ m/s}; u_{1y} = -0,51 \text{ m/s}; \omega_1 = -1,39 \text{ s}^{-1};$$

$$u_{2x} = 15,60 \text{ m/s}; u_{2y} = -4,08 \text{ m/s}; \omega_2 = -1,13 \text{ s}^{-1}.$$



Фиг. 6.18. Движение на автомобилите след удара до преобръщането на автомобила Пежо

В случая крайните скорости на автомобилите при симулацията не са нулеви. Тези скорости - непосредствено преди момента на преобръщането на автомобила Пежо, се задават като крайни условия на симулацията. Итерационната процедура продължава до достигане на автомобилите в указаните положения с въведените крайни скорости.

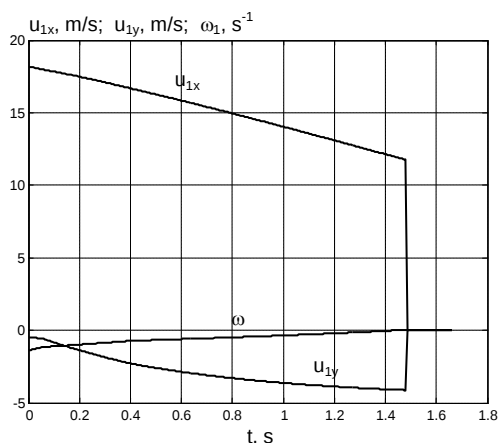
На фиг. 6.17 и фиг. 6.18 е показано положението на автомобилите в момента на удара, преди преобръщането на Пежо и компютърна симулация на движението на автомобилите след удара. На фиг. 6.19 и фиг. 6.20 са показани измененията на проекциите на скоростите на масовите центрове на автомобилите и ъгловите скорости след удара.

Проекциите на ударния импулс и скоростите на автомобилите преди удара имат вида

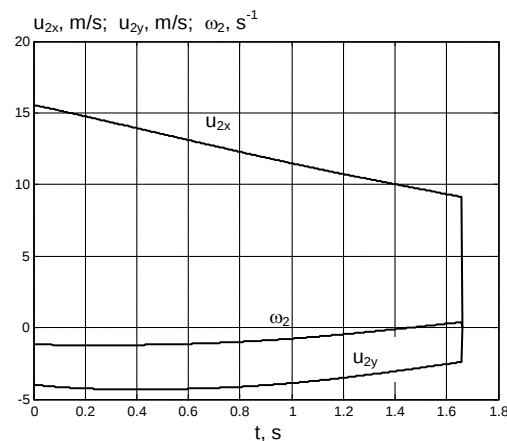
$$S_x = -26704 \text{ N.s}; S_y = 4531 \text{ N.s}; S = 27086 \text{ N.s};$$

$$V_{1x} = 30,19 \text{ m/s} = 108,7 \text{ km/h}; V_{1y} = -2,54 \text{ m/s} = -9,17 \text{ km/h};$$

$$V_{2x} = -0,07 \text{ m/s} = -0,24 \text{ km/h} ; \quad V_{2y} = -1,42 \text{ m/s} = -5,12 \text{ km/h} .$$



Фиг. 4.19. Проекции на скоростта на масовия център и ъглова скорост на автомобила Мерцедес след удара



Фиг. 6.20. Проекции на скоростта на масовия център и ъглова скорост на автомобила Пежо след удара

Координатите на приложната точка от директрисата на ударния импулс, при които има пълно съответствие между скоростите на масовите центрове на автомобилите в момента на удара и тяхното положение, са

$$x'_A = 0,98 \text{ m}; y'_A = -0,32 \text{ m} .$$

При така получените проекции на скоростите скоростта на автомобила Мерцедес сключва с оста на платното 355° , а на Пежо – 267° . Тези ъгли точно съответстват на положението на автомобилите в момента на удара или имаме отклонение от предварително зададеното положение на автомобилите в момента на удара съответно 2° и 3° .

Скоростите на автомобилите Мерцедес и Пежо непосредствено преди удара са съответно $V_1 = 109 \text{ km/h}$ и $V_2 = 5 \text{ km/h}$.

Решение на задачата на Коши при удар между МПС

Във връзка с идентификацията на ПТП понякога е наложително да се изследва движението на автомобилите след удара при известни скорости на движение преди удара, т.е. да се реши задачата на Коши – известни са началните условия на движение, търсят се част от крайните /крайните скорости са нулеви/.

За решаване на тази задача са необходими повече уравнения – неизвестните са 8 – проекциите на масовите центрове на двата

автомобила след удара, ъгловите скорости и проекциите на ударния импулс. За тази цел към системата уравнения (6.16) и (6.17) се добавя уравнението на директрисата на ударния импулс

$$(6.26) \quad \frac{S_x}{(x_1 + \rho_{x_1}) - (x_2 + \rho_{x_2})} = \frac{S_y}{(y_1 + \rho_{y_1}) - (y_2 + \rho_{y_2})},$$

където x_j и y_j / $j=1,2$ / са координатите на масовите центрове на автомобилите в момента на удара, а ρ_{x_j}, ρ_{y_j} - проекциите на радиус-вектора на приложната точка на ударния импулс спрямо неподвижната координатна система, определени по формули (6.18). В случая се приема, че е известна по една точка от директрисата на импулса за двата автомобила, определени в подвижните координатни системи чрез координатите x'_{Aj}, y'_{Aj} . Същите се определят съгласно деформациите на двата автомобила.

Съгласно постановката на Нютон се въвежда коефициентът на възстановяване във вида

$$k = \pm \frac{(\vec{u}_{p2} - \vec{u}_{p1}) \cdot \vec{e}}{(\vec{V}_{p1} - \vec{V}_{p2}) \cdot \vec{e}}$$

$$(6.3) \quad (-\cos\alpha_1 \cdot e_x - \sin\alpha_1 \cdot e_y) \cdot V_1 + (\cos\alpha_2 \cdot e_x + \sin\alpha_2 \cdot e_y) \cdot V_2 = \\ = [(\cos\beta_2 \cdot e_x + \sin\beta_2 \cdot e_y) \cdot u_2 - (\cos\beta_1 \cdot e_x + \sin\beta_1 \cdot e_y) \cdot u_1] / (\pm k),$$

където $\vec{e}$ е единичният вектор на вектора на ударния импулс, приет за който и да е от автомобилите. Тук е направено допускането, че нормалата между двете удрящи се повърхнини съвпада с директрисата на ударния импулс.

Уравнения (6.16), (6.17), (6.26) и (6.3) представляват алгебрична система от 8 скаларни уравнения, която в матричен вид има вида

$$(6.27) \quad [Q] = [A]^{-1} \cdot [F],$$

където $[Q]$ е матрица-стълб от неизвестните проекции на скоростите на масовите центрове на автомобилите непосредствено след удара, ъгловите скорости и проекциите на ударния импулс; $[A]^{-1}$ - квадратна матрица от коефициентите пред неизвестните; $[F]$ – матрица-стълб от десните страни на уравненията.

Системата уравнения се решава чрез програмен продукт Matlab с помощта на създадения допълнителен модул към програмата "Expertcar" – "Avtom 2k". Отначало се решава матричното уравнение (6.27), в резултат на което се получават необходимите за симулацията начални условия – скоростите на масовите центрове на автомобилите след удара и ъгловите

скорости. Механоматематичното моделиране на движението е аналогично на описаното в моделите “Avtom 1” и “Avtom 2”.

Изследване на удар в неподвижно препятствие

Съгласно теоремата за изменение на кинетичния момент при релативното движение на автомобила около масовия му център, приложена в теорията на удара, е в сила уравнението

$$(6.27) \quad I\omega = S \cdot h ,$$

където I е инерционен момент на автомобила спрямо вертикалната му ос, минаваща през масовия център; ω - ъглова скорост на автомобила след удара; S - ударен импулс; h - рамо на импулса спрямо масовия център на дадения автомобил.

Ударният импулс се получава

$$(6.28) \quad S = \frac{I\omega}{h} .$$

Директрисата на ударния импулс и рамото се определят съгласно деформациите на автомобила. Ъгловата скорост и скоростта на масовия център след удара се определят чрез компютърна симулация на движението на автомобила след удара.

Скоростта на автомобила в момента на удара се изчислява от теоремата за изменение на количеството на движение на автомобила за времето на удара във вида

$$(6.29) \quad m \cdot (\vec{u} - \vec{V}_y) = \vec{S} ,$$

откъдето проекциите на скоростта на масовия център преди удара имат вида

$$(6.30) \quad \begin{aligned} V_{yx} &= u_x - S_x / m ; \\ V_{yy} &= u_y - S_y / m . \end{aligned}$$

Проекциите на скоростта на масовия център след удара се получават чрез компютърната симулация, а проекциите на ударния импулс върху двете координатни оси се намират след проектирането му върху тях.

По този метод, за разлика от метода “Delta-V”, скоростта преди удара се получава не само по големина, но и по направление. Контрол за достоверността на резултатите е съответствието между направлението на скоростта преди удара и положението на автомобила в момента на удара. Недостатък на метода е по-голямата му грешка при малко рамо на ударния импулс.

3. НАУЧНИ, НАУЧНО-ПРИЛОЖНИ И ПРИЛОЖНИ ПРИНОСИ

За идентификация на ПТП са разработени и реализирани следните механоматематични модели, методи за идентификация на ПТП и компютърни програми:

1. Механоматематични модели

- 1.1. Модел на движението на автомобил с изправна или частично работеща спирачна уредба при спускане по пътен участък с променлив наклон, в който се отчита съпротивителният момент от двигателя в режим на принудителен празен ход и преходът от чисто търкаляне на колелата към търкаляне с плъзгане или плъзгане без търкаляне.
- 1.2. Квазиравнинен и пространствен механоматематичен модел на движението на автомобил по наклонена равнина, в които се отчитат собствената ротация на колелата, изменението на реакциите в колелата, еластичността на окачването, завъртането на управляемите колела около шенкелните оси, променливият коефициент на триене, характеристиката на двигателя, стабилизиращият момент в управляемите колела, смяната на вида на пътната настилка и др.
- 1.3. Модел на многофазовото относително движение на тялото на пешеходец спрямо автомобил при удар.

2. Методи за идентификация на ПТП с удар

- 2.1. Идентификация на удар на пешеходец от автомобил чрез изследване на многофазовото относително движение на тялото на пострадалия спрямо автомобила.
- 2.2. Въведени и са решени същинска и гранична задача на удар между автомобили и удар на автомобил в препятствие чрез механоматематичен модел на процеса на удара и динамичното изследване на движението на автомобилите след него без да се използват коефициенти на коравина при удар на МПС /краш-коефициенти/ и коефициент на възстановяване. За решаване на комплексната задача на удара е предложен автоматизиран алгоритъм.

3. Компютърни програми

- 3.1. Компютърна програма на Matlab за идентификация на действителното движение на автомобил с технически изправна или частично работеща спирачна уредба при спускане по наклонен пътен участък. С помощта на програмата могат да се укажат препоръки за безопасно и ефективно

управление на дадения пътен участък при наличния товар и техническо състояние на превозното средство.

- 3.2. Компютърна симулационна програма на Matlab, придружена и с анимация, за определяне на реалното движение на автомобил при известно крайно положение и следи от гуми.
- 3.3. Компютърна програма на Matlab за автоматизирано решение на комплексната задача на удара между автомобили и удар на автомобил в препятствие.
- 3.4. Компютърна симулационна програма на Matlab за идентификация на относителното движение на тялото на пешеходец при удар от автомобил.

4. НАУЧНИ ПУБЛИКАЦИИ, СВЪРЗАНИ С ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

1. Монева, И., С. Карапетков. Динамично изследване на затворена система дизелов двигател - двурежимен регулатор. Механика на машините No 13, 1995.
2. Карапетков, С. Методика за експертно изследване на ПТП с пешеходец. Механика на машините, No 15, 1996.
3. Карапетков, С. Движение на автомобил по равнина при аварийно спиране. Механика на машините, No 15, 1996.
4. Карапетков, С. Моделиране и анимация на равнинното движение на автомобил при аварийно спиране. Механика на машините, No 19, 1997.
5. Genova, P., S. Karapetkov, T. Dimitrov, I. Moneva. Dynamics of lifting transport crane with rope suspended load taking into account the wheels sliding. Journal of Theoretical and Applied Mechanics, Sofia, 1997.
6. Карапетков, С. Динамика на удар между автомобили при пътно-транспортни произшествия. Машиностроене, No 12, 1997.
7. Карапетков, С., С. Петров. Експериментално определяне на спирачното закъснение на автомобилите. Механика на машините No 23, 1998 .
8. Genova, P., S. Karapetkov, I. Moneva, R. Petrova. The transition in a hoisting and hauling mechanical system, regarding the wheel sliding. Механика на машините No 25, 1999.
9. Карапетков, С. Динамичен анализ и компютърна симулация на удар на автомобили. Механика на машините No 26, 1999.
10. Карапетков, С. Експертно изследване на ПТП с пешеходец в нощни условия. Механика на машините No 26, 1999.
11. Карапетков, С. Компютърна симулация на движението на

- автовлак при странично плъзгане. Механика на машините No 28, 1999.
12. Карапетков, С. Експертно изследване на ПТП с отнемане на предимство. Механика на машините No 35, 2000.
 13. Карапетков, С., Х. Узунов, М. Старков. Експериментално определяне на спирачното закъснение на автомобилите при сняг. Механика на машините No 35, 2000.
 14. Karapetkov, S., H. Uzunov, Zh. Kalitchin. Comparative Evaluation of Vehicles' Stopping in the Presence of Snow Cover of Three Groups of Motor Cars. Journal of Balkan tribological Association, 2001.
 15. Карапетков, С. Компютърна програма "Expertcar" са съдебно експертно изследване на удар на автомобили. Механика на машините No 38, 2001.
 16. Генова, П., С. Карапетков, Ж. Каличин, Х. Узунов. Обобщени сили при пространствено движение на автомобил след удар. Механика на машините No 38, 2001.
 17. Карапетков, С. Динамично изследване на удар на автомобили при ПТП чрез компютърна симулация и идентификация по теорията на удара. Научна сесия "Русе 2002", научни трудове, том 39, серия 8, с. 103-107.
 18. Карапетков, С. Х. Узунов. Сравнителен анализ между метод "Delta-V" и компютърна програма "Expertcar" за изследване на удар на автомобили. Механика на машините No 41, 2002.
 19. Карапетков, С., Х. Узунов, П. Генова, Ж. Каличин. Идентификация на ПТП при загуба на устойчиво транслационно движение. Механика на машините No 41, 2002.
 20. Карапетков, С. Г. Генчев. Спирачно закъснение на автомобили със и без ABS. Механика на машините No 43, 2002.
 21. Karapetkov, S., Z. Kalitchin, H. Uzunov. Determination of Vehicles' Velocities in Car Crash Using Different Friction Coefficients. 4-th International Conference on Tribology, Kayseri, Turkey, 12 - 14 June, 2002, Proceedings, Volume II, p. 455 - 463.
 22. Karapetkov, S., Z. Kalitchin, H. Uzunov. Comparative Evaluation of Vehicles' Stopping in The presence of Snow Cover of Three Groups of Motor Cars. 4-th International Conference on Tribology, Kayseri, Turkey, 12 - 14 June, 2002, p. Proceedings, Volume II, p. 557 – 566
 23. Карапетков, С. Компютърна симулация на движението на автомобил след удар с отчитане на ротацията на колелата. Механика на машините No 41, 2002.
 24. Карапетков, С., Х. Узунов, В. Шишков. Погрешност на програма "Expertcar" при компютърна симулация на движението на автомобил след загуба на устойчивост. Механика на машините No 43, 2002.

25. Карапетков, С. Методи за динамично изследване на удар на автомобили при ПТП. Механика на машините No 46, 2003.
26. Карапетков, С., П. Генова, Х. Узунов, Ж. Каличин. Загуба на устойчивост на автомобила в завой. Механика на машините No 46, 2003.
27. Карапетков, С. Отчитане на променливия характер на коефициента на триене при компютърна симулация на движението на автомобилите. Механика на машините No 49, 2003.
28. Karapetkov, S. Computer Simulation of Automobile Movement on Plane in Programme "Expertcar". International Journal of Computational and Numerical Analysis and Applications, Sofia, vol. 4, No 2, 2003, 167-176.
29. Карапетков, С. Автоматизиран подход за експертно изследване на удар на автомобили чрез компютърна програма "Expertcar". Механика на машините No 56, 2005.
30. Карапетков, С. Среден коефициент на съпротивление при странично плъзгане на автомобил. Механика на машините No 56, 2005.
31. Карапетков, С. Многофазово относително движение на тялото на пешеходец спрямо автомобил при ПТП. Годишник на Бургаски свободен университет, том 13, 2005.
32. Монева, И., Р. Петрова. С. Карапетков. Изменение на кинематичните параметри на автомобил при движението му с превключване от първа на втора предавка. Механика на машините No 59, 2005.
33. Petrova, R., S. Karapetkov, I. Moneva. Dynamics of a closed System "Motor – Clutch - Working Machine – Regulator". I-st International Conference "Computational Mechanics and Virtual Engineering", COMES 2005, 20-22 October 2005, Brasov, Romania, pp. 392-396.
34. Карапетков, С. Идентификация на загуба на устойчивост на автомобил при ПТП по следи от гуми. Механика на машините, No 63, 2006.
35. Карапетков, С. Динамично изследване на удар на пешеходец, ударен от автомобил. Механика на машините, No 63, 2006.
36. Карапетков, С. Експертно изследване на удар на МПС в неподвижно препятствие. Механика на машините, No 65, 2006.
37. Карапетков, С. Механика на ПТП. Механика на машините, No 65, 2006.
38. Карапетков, С., М. Михайлова, Ст. Пехливанов, И. Монева. Моделиране на движението на автомобил при спиране с отчитане на колебанията му спрямо масовия център. Известия на Съюза на учените-Сливен, том 11, кн. 2, 2006.

39. Karapetkov, S. N. Kolev. Modelling and Computer Simulation of a Trailer Truck Movement along Inclined Plane. International Journal of Pure and Applied Mathematics, Sofia, 2006.
40. Карапетков, С., И. Монева, С. Георгиев. Динамика на движение на автомобил при спускане с отчитане на променливия ъгъл на наклона. Механика на машините, кн. 1, Варна, 2009.
41. Карапетков, С., И. Монева, М. Михайлова, М. Граменова. Относно стабилизиращия момент на управляемите колела на автомобил. Механика на машините, кн. 84, стр. 41-45, Варна, 2009.
42. Карапетков, С., И. Монева, С. Георгиев, N. Erbil. Динамика на движение на автомобил при спускане с отчитане на променливия ъгъл на наклона и частично работеща спирачна уредба, Механика на машините, година XVIII, кн. 6, Варна, 2010.
43. Карапетков, С., И. Монева, М. Граменова, М. Цонева. Движение на автомобил по наклонен пътен участък с отчитане на стабилизиращия момент в управляемите колела вследствие външно смущение. Механика на машините, кн. 95, стр. 74-77, Варна, 2011.
44. Karapetkov, S., I. Moneva, M. Gramenova, M. Tsoneva. Mechano-mathematical modeling of motor-vehicle motion with reading the stabilizing moment of the driving wheels. Heavy machinery – HM, Kraljevo- Serbia, 2011.
45. Karapetkov, S., I. Moneva, S. Georgiev, M. Gramenova, I. Ivanov. Mechanical – Mathematical Modeling and Computer Simulation of Travel Paths of Vehicles Involved in Road Traffic Accidents. The 3rd International Conference on Innovation, Recent Trends and Challenges in Mechatronics, Mechanical Engineering and New High-Tech Products Development, Bucharest, sept. 2011.
46. Карапетков, С. Идентификация на движението на автобуси при ПТП. Механика на машините No 98, 2011.
47. Карапетков, С. Динамика на движение на автомобил след спадане на гума. Механика на машините No 98, 2011.

УЧЕБНИЦИ

1. Карапетков, С. Автотехническа експертиза. София, издателство на Технически университет-София, 2005.
2. Карапетков, С. Разследване на ПТП, технически коментар за юриста. София, издателство на Технически университет-София, 2010.

ABSTRACT

MECHANICAL AND MATHEMATICAL MODELING OF VEHICLE MOVEMENT AT ACCIDENT RECONSTRUCTION

The dissertation paper represents dynamic research of a vehicle movement on a plane, vehicle crash into obstacle, crash between vehicles and a hit of a pedestrian. The aim is accident reconstruction. The paper consists of several basic sections: mechanical and mathematical modeling of a movement of double axis vehicles, with fully or partially functioning braking system on a slope way, with varying inclination; mechanical and mathematical modeling of a vehicle movement on a plane – quasiplane model and spatial one; mechanical and mathematical modeling of a hit of pedestrian; mechanical and mathematical modeling of crash between vehicles and obstacles.

The researches reflected in the paper, are widely used in the technical expert analysis of crashes in the country. The actual movement of the vehicles after loss of resistance is evaluated by the invented mechanical and mathematical models of vehicle movement, with partially working braking system, on a plane and inclined way, is realized by the programmed field of Matlab. A long descend, crash, turn and way with reduced cohesion are taken in mind.

The proposed model of a crash between two or more vehicles, and crash consisting of a vehicle and an obstacle, represents new approach of determination of the velocities before the accident. According to the author, in definite ways this method overmatches the classical energy one.

СЪДЪРЖАНИЕ

1. Обща характеристика на дисертационния труд	3
1.1. Актуалност на темата	3
1.2. Цел и задачи на дисертационния труд	4
1.3. Практическа приложимост	5
1.4. Научна новост	5
1.5. Аprobация на дисертационния труд	6
2. Съдържание на дисертационния труд	6
2.1. Литературен обзор	6
2.2. Механоматематично моделиране на движението на двuosно превозно средство с изправна или частично работеща спирачна уредба по наклонен участък с променлив наклон	7
2.3. Механоматематично моделиране на движението на автомобил по равнина – квазиравнинен модел	13
2.4. Механоматематично моделиране на движението на автомобил по равнина – пространствен модел	30
2.5. Механоматематично моделиране на удар на пешеходец	48
2.6. Механоматематично моделиране на удар между МПС и удар в препятствие	55
3. Научни, научно-приложни и приложни приноси	66
4. Научни публикации, свързани с дисертационния труд	67
5. Резюме	71
Съдържание	72