# СТАНОВИЩЕ

по конкурс за заемане на академична длъжност „професор“ в област на висше образование 4.5. Математика, специалност Диференциални уравнения
обявен в ДВ бр. 16/25.02.2022 г. от Технически университет-София за нуждите на ДКПРУ-Сливен
с кандидат доц. дмн Петьо Савов Келеведжиев
Член на научното жури: проф. дмн Анжела Славова Попивановар Институт по Математика и Информатика - БАН

1. **Обща характеристика на научноизследователската и научно-приложната дейност**

Доц. дмн Петьо Келеведжиев е защитил дисертация за присъждане на ОНС „доктор“ на тема „Двуточкови гранични задачи за класове диференциални уравнения от втори ред“ в ТУ- София през 1999 г. Защитил е дисертация за придобиване на научното звание „доктор на математическите науки“ на тема „Сингулярни начални и гранични задачи за обикновени диференциални уравнения“ през 2012 в Русенски Университет. И двете дисертации са по научната специалност Диференциални уравнения.

В конкурса за професор доц. дмн Келеведжиев участва с 8 публикации, от които 5 са в списания с импакт фактор и 3 са в списания със SJR. Представен е списък с публикациите, в който са включени 50 статии. Представен е и списък с публикациите за придобиване на академичната длъжност доцент – 9 на брой. Статиите в настоящия конкурс не се препокриват, така както се изисква в ЗРАСРБ.

В справката за покриване на минималните изисквания са представени съответно:

- В група В – 2 статии, от които 1 е с квартил Q1, и 1 със SJR. Точките надминават изискваните.
- В група Г – 4 статии, от които 2 са с квартил Q1, 1 с квартил Q2 и 1 с квартил Q3. Броят точки надминава изискваните.
- В група Д са представени общо 80 цитата и точките значително надхвърлят изискваните.
- В група Е са представени 2 защитили докторанта, и участие в 3 международни научни проекта. Точките нахвърлят изискваните.
- В група Ж е представен хорариума за водени лекции през последните три години, от който се вижда, че педагогическата натовареност надвишава значително изискваната.
- В група Е са представени 2 публикации със SJR.

От така направения анализ ясно се вижда, че научната и преподавателска дейност на доц. дмн Келеведжиев надхвърля минималните изисквания за придобиване на академичната длъжност професор.

**2. Оценка на педагогическата подготовка и дейност**

Педагогическата дейност на доц. дмн Келеведжиев е изключително голяма. Той е водил лекции по Висша математика I, Висша математика II, Висша математика III, Математическо моделиране за инженерни изследвания, Приложна математика, Математика I, Математика II, Математика за различни специалности за бакалаври и магистри.

Има проведени специализации в БАН, ИМИ, Сектор „Диференциални уравнения", 1989 г., Гърция, Янински университет, 2002 г. и Словакия, Прешовски университет, 2003 г. и 2006 г.

Доц. дмн Келеведжиев е бил Ръководител на кат. „Математика, физика и химия", ИПФ от 2003 – 2011 г. и е Председател на ОС на ДКПРУ от 2019 г. досега.

**3. Основни научни и научно-приложни приноси**

В представените публикации се изследва разрешимостта на гранични задачи (четириточкова и двуточкови) за нелинейни обикновени диференциални уравнения от втори, трети и четвърти ред. Получените резултати за съществуване на решението им са доказани, като е използван топологичен метод, а именно за конкретна гранична задача въпросът за съществуване на решение е заменен с проблема за съществуване на неподвижна точка на подходящо въведен оператор. Този подход се различава от класическите инструменти, като техниката на горно и долно решение, ръстови условия от тип Nagumo и условия тип Agarwal-O'Regan, изискващи непроменлив знак на основната нелинейност на уравнението. При работите на доц. дмн Келеведжиев наличието на неподвижна точка се подсигурява от топологичната трансверзална теорема на A. Granas. За целта се извършва предварителна подготовка като се конструира едно параметрична фамилия гранични задачи. Параметърът λ се мени в интервала [0,1]. Фамилията е такава, че при λ=0 се получава тривиално разрешима гранична задача, а при λ=1 – изследваната гранична задача. Операторният вид на тази фамилия е хомотопията от трансверзалната теорема. Изискваните свойства на хомотопията (компактност и липса на неподвижни точки по границата на множеството, върху което действа) „пренасят" непрекъснато по параметъра λ разрешимостта, което в частност гарантира разрешимост и на изследваната задача. Наличието на необходимите свойства на хомотопията зависи и от множеството U, върху което тя действа. То се дефинира с помощта на априорни оценки за евентуалните решения на фамилията гранични задачи, а за подсигуряване на тези оценки основно е използвана техниката на бариерните ивици, въведена в [P. Kelevedjiev, Existence of solutions for two-point boundary value problem, Nonlinear Analysis 22

(1994), 217-224]. Бариерната ивица е подмножество на дефиниционната област на основната нелинейност на диференциалното уравнение, в което тя не си променя знака. Подходящ комплект от две или четири бариерни ивици подсигуряват априорна оценка за (k-1)-те производни на евентуалните решения на λ-фамилията, конструирана за гранична задача от k-ти ред. Прилагането на комплект бариерни ивици е възможен, ако (k-1)-те производни имат една и съща известна стойност в някаква стойност на променливата, най-често в край на интервала, в който се разглежда граничната задача.

Най-общо научните приноси на доц. дмн Келеведжиев могат да се класифицират по следния начин:

А. Разрешимост на гранични задачи за ОДУ от втори ред.

В този цикъл работи участват статии З.2, Г.7-1, Г.7-2 и Г.7.3 (номерацията е според справката за минималните изисквания). Изследвана е несингулярна гранична задача за общо нелинейно уравнение от втори ред, решено спрямо втората производна. Независимата променлива се мени в интервал от вида *(a,b).* По отношение на зависимите променливи, основната нелинейност на уравнението може да е дефинирана в ограничени множества. Граничните условия включват зададена стойност на първата производна в левия край на интервала *t=a* (това дава възможност да се използва техниката на бариерните ивици) и линейна комбинация от стойностите на неизвестната функция и нейната първа производна в десния край на интервала *t=b*. Получена е теорема за съществуване на $C^2[a,b]$-решение на разглежданата несингулярна задача.

Разгледана е несингулярна гранична задача за общо нелинейно уравнение от втори ред. Граничните условия включват зададени стойности на първата производна в краищата на интервала *[0,1].* Уравнението не е решено спрямо втората производна. Това налага наред с условия от бариерен тип, да се използват и условия, които гарантират априорни оценки за евентуалните решения на конструираната λ-параметрична фамилия гранични задачи. В тях се изисква лявата страна на уравнението *f(t,x,p,q)* да е диференцируема по *x* и *q* и производните да са с подходящ непроменлив знак.

Разгледана е гранична задача за уравнение от втори ред с $p$-Laplacian, т.е. лявата страна има вида $(\phi_p(x'))'$, където $\phi_з(s) = s|s|^p$, а $p \in (1,2]$. Дясната страна на уравнението е нелинейна функция на независимата променлива, на неизвестната функция и на нейната първа производна. Граничните условия са от смесен тип – в левия край на интервала е зададена стойност на неизвестната функция, а в десния на нейната първа производна. Наложено е условие от бариерен тип, което подсигурява априорни оценки първо за първите производни на евентуалните $C^2[0,1]$-решения на конструираната $\lambda$-параметрична фамилия, а като следствие от тях и априорни оценки за самите решения. Показано е, че при подходящи бариерни ивици гарантираното $C^2[0,1]$-решение притежава важни свойства, то е положително и монотонно.

Разгледана е граничната задача от при *p*>2. В този случай зададената стойност на първата производна в t=1 е не по-малка от 1. Наложени са и допълнителни изисквания към бариерните ивици, което налага различен технически подход. Полученият резултат за разрешимост гарантира строго растящо решение.

B. Разрешимост на гранични задачи за ОДУ от трети ред.

В този кръг от статии участват работи В.4-1 и В.4-2. Разгледани са несингулярни гранични задачи за най-общи нелинейни диференциални уравнения от трети ред, решени спрямо третата производна. Получените достатъчни условия гарантират поне едно решение в $C^3[0,1]$, което удовлетворява групи от по три гранични условия. Всяка група включва зададена стойност на втората производна в началото на интервала. Това подсигурява всички необходими априорни оценки. Доказани са и теореми, които гарантират положителни или неотрицателни, монотонни, изпъкнали или вдлъбнати решения на разглежданите гранични задачи.

Разгледани са несингулярни гранични задачи за най-общи нелинейни диференциални уравнения от трети, решени спрямо третата производна. Граничните условия са два вида. Единият вид включва зададена стойност на втората производна в $t = 1$ и или зададени стойности на решението в $t = 0$ и $t = 1$, или зададени стойности на решението и неговата първа производна в краищата на интервала $[0.1]$ . В другия вид гранични условия не е зададена стойност на втората производна. За всяка от разгледаните задачи са доказани теореми, които гарантират положителни или неотрицателни, монотонни, изпъкнали или вдлъбнати решения.

C. Разрешимост на гранични задачи за ОДУ от четвърти ред

Тук участват работи Г.7-4 и З.1. Разгледани са множество несингулярни гранични задачи за най-общи нелинейни диференциални уравнения от четвърти ред, решени спрямо четвъртата производна. Доказаните достатъчни условия гарантират поне едно решение в $C^4$[0,1], което удовлетворява набор от по четири гранични условия. Всеки набор включва зададена стойност на третата производна в $t = 1$. Основното предположение изисква наличие на бариерни ивици за третата производна на решенията на $\lambda$-фамилията. Следствие от него са всички необходими априорни оценки. Доказани са и теореми, гарантиращи не само положителни решения, но и такива, които са монотонни и с подходяща кривина.

Изследвана е разрешимостта на несингулярна задача за уравнение от четвърти ред, решено спрямо четвъртата производна. Граничните условия са четириточкови, освен, че се изисква стойностите на решението в краищата на интервала [0,1] да са нула, наложени са и линейни комбинации върху стойностите на втората и третата производна в две различни вътрешни точки. Като се използват теоремата на Knesser и свойства на векторното пространство, се установява, че разглежданата гранична задача притежава положително или отрицателно решение.

### 4. Значимост на приносите за науката и практиката

Доц. дмн Келеведжиев е представил публикации съвместно с известни учени в областта на диференциалните уравнения като проф. Рави Агарвал, проф. Паламидес, проф. Мирон Граматикорулос и др. Това е атестация за неговата международна признатост. Нещо повече има представени 80 цитата от предимно чуждестранни учени, което ясно показва, че трудовете му имат значимост със своите приноси.

Представената справка за покриване на минималните изисквания ясно доказва, че доц. дмн Келеведжиев надхвърля количествените показатели за заемане на академичната длъжност професор.

Той е признат учен както у нас, така и в чубина.

### 5. Критични бележки и препоръки

Нямам критични бележки. Препоръката ми е да оформи монография с резултатите в международно издателство.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Въз основа на представените научни трудове и тяхното международно признание считам, че доц. дмн Петьо Савов Келеведжиев покрива всички изисквания на ЗРНСРБ за придобиване на академичната длъжност професор и че той е изграден учен с много качествени резултати.

Предлагам убедително доц. дмн Петьо Савов Келеведжиев да заеме академичната длъжност „професор“ в област на висше образование 4.5. Математика, специалност Диференциални уравнения за нуждите на ДКПРУ-Сливен.

9.06.2022 г. Подпис:

Гр. София

(проф. дмн Анжела Попиванова)

**OPINION**

in a competition for the academic position of "professor" in the field of higher education 4.5. Mathematics, specialty Differential equations

announced in SG no. 16 / 25.02.2022 from the Technical University-Sofia for the needs of DKPRU-Sliven

with the candidate Associate Professor, D. Sci Petyo Savov Kelevedzhiev

Member of the Scientific Jury: Prof. D. Sci. Angela Slavova Popivanova, Institute of Mathematics and Informatics – BAS

## 1. General characteristics of the research and applied research activity

Assoc. Prof. Petyo Kelevedjiev defended his dissertation for the award of ONS "Doctor" on "Two-point boundary value problems for classes of differential equations of the second order" at TU-Sofia in 1999. He defended his dissertation for the title of "Doctor of Mathematics" on" Singular initial and boundary value problems for ordinary differential equations "in 2012 at the University of Ruse. Both dissertations are in the scientific specialty Differential Equations.

In the competition for professor Assoc. Prof. Kelevedjiev participated with 8 publications, of which 5 are in journals with impact factor and 3 are in journals with SJR. A list of publications is presented, which includes 50 articles. A list of publications for the acquisition of the academic position of associate professor is also presented - 9 in number. The articles in this competition do not overlap, as required by the ZRASRB.

In the report for meeting the minimum requirements are presented respectively:

- In group B - 2 articles, of which 1 is with quartile Q1 and 1 with SJR. The points exceed the required ones.

- In group D - 4 articles, of which 2 are with quartile Q1, 1 with quartile Q2 and 1 with quartile Q3. The number of points exceeds the required ones.

- In group E, a total of 80 citations are presented and the points significantly exceed the required ones.

- In group E are presented 2 defended doctoral students, and participation in 3 international research projects. The points exceed the required ones.

- In group G is presented the schedule of lectures in the last three years, which shows that the pedagogical workload significantly exceeds the required.

- In group E are presented 2 publications with SJR.

From the above analysis, it is clear that the scientific and teaching activity of Assoc. Prof. Kelevedjiev exceeds the minimum requirements for acquiring the academic position of professor.

## 2. Evaluation of pedagogical training and activity

The pedagogical activity of Assoc. Prof. Kelevedjiev is extremely great. He has lectured on Higher Mathematics I, Higher Mathematics II, Higher Mathematics III, Mathematical Modeling for Engineering Research, Applied Mathematics, Mathematics I, Mathematics II, Mathematics for various specialties for bachelors and masters.

He has completed specializations at BAS, IMI, Sector "Differential Equations", 1989, Greece, Ioannina University, 2002 and Slovakia, University of Presov, 2003 and 2006.

Assoc. Prof. Kelevedjiev was Head of the Department. "Mathematics, Physics and Chemistry", IPF from 2003 to 2011 and is Chairman of the General Assembly of DKPRU from 2019 until now.

## 3. Main scientific and scientific-applied contributions

In the presented publications the solvability of boundary value problems (four-point and two-point) for nonlinear ordinary differential equations of second, third and fourth order is investigated. The obtained results for the existence of their solution are proved by using a topological method, namely for a specific boundary value problem the question of the existence of a solution is replaced by the problem of the existence of a fixed point of a properly introduced operator. This approach differs from classical instruments, such as the upper and lower solution technique, Nagumo-type growth conditions, and Agarwal-O'Regan-type conditions, which require a fixed sign of the fundamental nonlinearity of the equation.

In the works of Assoc. Prof. Kelevedjiev, the presence of a fixed point is ensured by the topological transverse theorem of A. Granas. For this purpose, preliminary preparation is performed by constructing a parametric family of boundary value problems. The parameter $\lambda$ changes in the interval [0,1]. The family is such that at $\lambda = 0$ a trivially solvable boundary value problem is obtained, and at $\lambda = 1$ - the studied boundary value problem. The operator type of this family is the homotopy of the transverse theorem. The required properties of homotopy (compactness and absence of fixed points on the boundary of the set on which it acts) "transfer" continuously on the parameter $\lambda$ the solvability, which in particular guarantees the solvability of the studied problem. The presence of the necessary properties of homotopy also depends on the set U on which it acts. It is defined with the help of a priori estimates for the possible solutions of the family of boundary value problems, and to ensure these estimates the technique of barrier strips, introduced in [*P. Kelevedjiev, Existence of solutions for two-point boundary value problem, Nonlinear Analysis 22 (1994), 217-224*]. The barrier band is a subset of the definition domain of the basic nonlinearity of the differential equation in which it does not change its sign. An appropriate set of two or four barrier strips provides an a priori estimate for the (k-1) derivatives of possible solutions of the λ-family constructed for a k-th boundary value problem. The application of a set of barrier strips is possible if the (k-1) derivatives have the same known value in some value of the variable, most often at the end of the interval in which the boundary value problem is considered.

In general, the scientific contributions of Assoc. Prof. Dr. Kelevedjiev can be classified as follows:

A. Solvability of second-order ODE boundary value problems.

Articles 3.2, Г.7-1, Г.7-2 and Г.7.3 participate in this cycle of works (the numbering is according to the reference for the minimum requirements). A nonsingular boundary value problem for a general nonlinear second-order equation solved with respect to the second derivative is investigated. The independent variable varies in the range of type *(a, b)*. With respect to the dependent variables, the basic nonlinearity of the equation can be defined in finite sets. The boundary conditions include a set value of the first derivative at the left end of the interval $t = a$ (this allows the barrier strip technique to be used) and a linear combination of the values of the unknown function and its first derivative at the right end of the interval $t = b$. A theorem for the existence of $C^2[a, b]$-solution of the considered nonsingular problem is obtained.

A nonsingular boundary value problem for a general nonlinear second-order equation is considered. The limit conditions include set values of the first derivative at the ends of the interval *[0,1].* The equation is not solved with respect to the second derivative. This requires, along with barrier-type conditions, to use conditions that guarantee a priori estimates of possible solutions of the constructed $\lambda$-parametric family of boundary value problems. They require that the left-hand side of the equation $f(t, x, p, q)$ be differentiable by $x$ and $q$ and that the derivatives be appropriately invariant.

A boundary value problem for a second-order equation with $p$-Laplacian, i.e. the left side has the form $(\phi_p(x'))'$ where $\phi_3(s) = s|s|^p,\ p \in (1,2]$. The right side of the equation is a nonlinear function of the independent variable, of the unknown function and of its first derivative. The boundary conditions are of mixed type - at the left end of the interval is set the value of the unknown function, and at the right - of its first derivative. A condition of barrier type is imposed, which provides a priori estimates first for the first derivatives of the possible $C^2[0,1]$-solutions of the constructed $\lambda$-parametric family, and as a consequence of them a priori estimates for the decisions themselves. It is shown that with suitable barrier strips the guaranteed $C^2[0,1]$-solution has important properties, it is positive and monotonous.

The boundary value problem for *p> 2* is considered. In this case the set value of the first derivative in *t = 1* is not less than *1*. Additional requirements are imposed on the barrier strips, which requires a different technical approach. The obtained solvability result guarantees a strictly growing solution.

B. Solvability of third-order ODE boundary value problems.

Works B.4-1 and B.4-2 are included in this series of articles. Non-singular boundary value problems for the most general nonlinear third-order differential equations solved with respect to the third derivative are considered. The sufficient conditions obtained guarantee at least one solution $C^3[0,1]$ which satisfies groups of three boundary conditions. Each group includes a set value of the second derivative at the beginning of the interval. This provides all the necessary a priori estimates. Theorems that guarantee positive or non-negative, monotonic, convex or concave solutions of the considered boundary value problems are also proved.

Non-singular boundary value problems for the most general nonlinear differential equations of third ones solved with respect to the third derivative are considered. There are two types of boundary conditions. One type includes a set value of the second derivative in $t = 1$ and or set values of the solution in $t = 0$ and $t = 1$, or set value of the solution and its first derivative at the ends of the interval $[0,1]$. In the other type of boundary conditions no value of the second derivative is set. Theorems have been proved for each of the considered problems, which guarantee positive or non-negative, monotonic, convex or concave solutions.

C. Solvability of fourth-order ODE boundary value problems.

Works Г.7-4 and 3.1 are involved here. A number of nonsingular boundary value problems for the most general nonlinear fourth-order differential equations solved with respect to the fourth derivative are considered. Proven sufficient conditions guarantee at least one solution in $C^4$[0,1] that satisfies a set of four boundary conditions. Each set includes a set value of the third derivative in $t = 1$. The basic assumption requires the presence of barrier strips for the third derivative of the -family solutions. The consequence of it are all the necessary a priori estimates. Theorems have been proved that guarantee not only positive solutions, but also those that are monotonic and with appropriate curvature.

The solvability of a nonsingular problem for a fourth-order equation solved with respect to the fourth derivative is investigated. The boundary conditions are four-point, except that the values of the solution at the ends of the interval *[0,1]* are required to be zero, and linear combinations are imposed on the values of the second and third derivatives at two different internal points. Using Knesser's theorem and properties of vector space, it is established that the considered boundary value problem has a positive or negative solution.

**4. Significance of contributions to science and practice**

Assoc. Prof. Kelevedjiev has presented publications together with famous scientists in the field of differential equations such as Prof. Ravi Agarwal, Prof. Palamides, Prof. Myron Gramatikoroulos and others. This is a testament to his international recognition. Moreover, there are 80 citations from mostly foreign scholars, which clearly shows that his work is significant with its contributions.

The presented report for meeting the minimum requirements clearly proves that Assoc. Prof. Kelevedjiev exceeds the quantitative indicators for holding the academic position of professor.

He is a recognized scientist both in Bulgaria and abroad.

**5. Critical remarks and recommendations**

I have no critical remarks. My recommendation is to write a monograph with the results in an international publishing house.

**CONCLUSION**

Based on the presented scientific papers and their international recognition, I believe that Assoc. Prof. Petyo Savov Kelevedzhiev meets all the requirements of the ZRNSRB for acquiring the academic position of professor and that he is a scientist with very good results.

I propose convincingly  Assoc. Prof. Petyo Savov Kelevedjiev to take the academic position of "professor" in the field of higher education 4.5. Mathematics, specialty Differential equations for the needs of DKPRU-Sliven.

June 9, 2022 Signature:

Sofia

(Prof. D. Sci. Angela Popivanova)