

РЕЦЕНЗИЯ

на дисертационен труд

за придобиване на образователна и научна степен „доктор”

в област на висше образование

4. Природни науки, математика и информатика,

Професионално направление : 4.5 Математика

Научна специалност: „Математическо моделиране и приложение на математиката”

Автор: Боян Светославов Костадинов

Тема: ”Изследване свойствата на основни състояния на някои елиптични уравнения. Оптимизиращи функции на интерполационни неравенства от тип Харди-Соболев”

Научен ръководител: проф. д-р Георги Пенчев Венков

Рецензент: проф. д.м.н. Снежана Георгиева Христева-Краева,

Пловдивски университет “Паисий Хилендарски”

1. Общо описание на представените материали

Основание за написването на тази рецензия е заповед № ОЖ-4-5-12 от 23.06.2020 г. на ректора на ТУ-София, както и на решение на научното жури по процедурата (Протокол №1/07.01. 2020 г.).

Представените материали на електронен носител съдържат:

1. Дисертационен труд;
2. Автореферат на дисертационен труд;
3. Заповед № 883/12.03.2015 г. на Ректора на ТУ за записване на Боян Светославов Костадинов в задочна докторантура с научен ръководител проф. д-р Георги Пенчев Венков – ФПМИ на ТУ;
4. Протоколи от 1.07.2016 г. и от 1.03.2016 за проведени изпити съответно по специалността от индивидуалния план на Боян Светославов Костадинов и по английски език, и двата с оценка Отличен 6,00;
5. Ксерокопие на диплома серия А -2011 СУ № 210234 от 10.12.2001 г. за висше образование, ОКС магистър по специалност „Математика“;
6. Творческа автобиография на Боян Светославов Костадинов;
7. Списък на публикациите по темата на дисертацията;
8. Копия на научните трудове по дисертационния труд;
9. Приноси на дисертационния труд
10. Автореферат.

Комплектът материали по процедурата за придобиване на образователната и научна степен „доктор“, представен от ас. Б. Костадинов, е пълен и отговаря на изискванията на ЗРАСРБ, Правилника за прилагането му и Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени и за заемане на академични длъжности в ТУ – София.

Приемам представените материали за рецензиране.

2. Актуалност на проблема

Основните обекти на изучаване в дисертацията са няколко основни и добре познати уравнения и неравенства от теорията на частните диференциални уравнения, които задълбочено са изследвани в последните десетилетия. Това са някои елиптични уравнения и интерполационни неравенства от типа на Харди-Соболев. За неравенствата от типа на Харди-Соболев са получени минимизиращи функции и оптимални константи. За елиптичните уравнения са анализирани свойствата на решенията от тип основно състояние. Допълнително е изучена и устойчивостта и силната неустойчивост чрез избухване. Всички тези резултати в дисертацията надграждат полученото до момента в

областта на обобщените нелинейни уравнения и обобщават получените в последните 10 години в областта на нелинейните уравнения, като това на Клайн-Гордон-Хартли.

Актуалността на разработваната дисертация е очевидна - изследването е посветено на актуални проблеми, които са обект на изследване от редица автори в последните десетилетия.

3. Обзор на съдържанието и резултатите в дисертационния труд.

Дисертацията се състои от увод, пет глави, заключение и библиография и е написана на 119 стр.. Библиографията се състои от 69 източника, основно от публикувани статии. Тя е пълна и изчерпателна и дава добра информативна представа за получените досега резултати по темата.

В увода е направено кратко описание на изследванията по глави. За всяка глава е представена историческа справка на известните в литературата резултати и е обоснова актуалността на разглежданата задача. Добре би било, в увода да се представят както целите, така и постигнатите резултати в дисертационния труд.

Първа глава (номерирана 2), която се състои от три параграфа, е посветена на интерполационното неравенство на Галиарди-Ниренберг и намирането на най-добрата константа в това неравенство. Дефинира се съответната минимизационна задача и се доказва, че оптималната функция е решение на p -Шокар уравнение. Разглежданото неравенство се заменя с подходящ функционал на Вайерщрас. За този функционал се доказва съществуването на положителни, радиално-симетрични и намаляващи минимизатори. Резултатите в дисертацията продължават изследванията в някои известни в литературата изследвания, като [22] и [37]. Ще отбележа, че формулите на стр. 6 долу не са дефинирани в дисертационния труд (както пише), а в статията,

Vladimir Georgiev, Mirko Tarulli, George Venkov, Existence and uniqueness of ground states for p - Choquard model in 3D, arXiv:1803.03492, [math.AP]

която би било добре да се цитира.

В глава втора, номерирана 3, се изследват солитонните вълни на уравнението на Шрьодингер-Шокар. Изучена е локалната добре поставеност (коректност) на началната задача и е доказана теорема 3.1.2 за орбитална устойчивост на солитонните вълни. Отново резултатите в тази глава обобщават и подобряват някои съвременни резултати, като тези в [37] и в [52].

В следващите три глави е направено цялостно изследване на устойчивите свойства на уравнението на Клайн-Гордон-Хартри. В глава 3, номерирана 4, се изучава орбитална неустойчивост. Изследвана е подробно задачата на Коши. За разлика от [36], [7], [28],[31],[55],[62] , ограниченията върху разглежданата задача за опростени и по-леки. Допълнително, разглежда се и по-общия случай. Доказано е алтернатива при избухващо решение. В дисертационния труд се използва походът предложен в статията [69], но адаптиран към изследваното уравнение.

В глава 4 се изследва орбитална устойчивост на солитонните вълни, като са някои достатъчни условия. Изследванията в тази глава се основават на резултатите получени от Shatah [60] за съществуване на устойчиви солитонни вълни, като цитираните изследвания са обобщени и продължени.

В глава 5, номерирана 6, се дефинира понятието силна неустойчивост и са получени критерии за силна неустойчивост чрез избухване. Този вид неустойчивост обобщава понятието орбитална неустойчивост.

В заключението (номерирано с 7) са посочени основните приноси на дисертационния труд. Посочени са осем основни приноса, които адекватно отразяват получените в дисертацията резултати.

4. Приноси на дисертационния труд.

Основните приноси в дисертацията, според мен, са в областта на уравнението на Клайн-Гордон-Хартри. За това уравнение е направено цялостно изследване на устойчивите свойства. Получени са различни критерии за орбитална устойчивост, за орбитална неустойчивост. Резултатите в тази насока обобщават известни такива в литературата, като олекотяват и наложените ограничения. Допълнително, в

дисертационния труд се въвежда ново понятие „силна неустойчивост“, което обобщава орбиталната неустойчивост и да изучени условия за силна неустойчивост при избухване.

Освен това, в дисертационния труд има принос и в областта на уравнението на Шрьодингер-Шокар. За това началната задача за това уравнение са изследвани солитонните вълни, като е изучена локалната добре поставеност (коректност) на началната задача и е доказана орбитална устойчивост на солитонните вълни.

Накратко, получените резултати имат теоретичен принос в изследването на два основни вида елиптични уравнения от теорията на частните диференциални уравнения и доразвиват, допълват или обобщават известни в литературата резултати.

5. Публикации и цитирания на публикации по дисертационния труд.

Резултатите от дисертационния труд са публикувани в пет статии, 4 от тях индексирани в международната база данни Scopus, една от тях е в списание с импакт фактор. Има и една е самостоятелна публикация. Това е доста добър показател за нивото на научните резултати в дисертацията.

Всички резултати на докторанта са изключително нови, (първата публикация по темата е от 2017 г.) и това се отразява върху цитиранията. Все още няма цитирания, но това не означава, че резултатите му са незабележими от международната общност.

6. Автореферат.

Авторефератът се написан на 32 стр. В него накратко и обосновано е представена актуалността на проблема, който е обект на изследване в дисертационния труд. Посочена е основната цел на дисертацията. Авторефератът е написан професионално, на високо научно ниво. Той представя по подходящ начин пълна и изчерпателна информация за цели, задачи, постигнати резултати и приноси в дисертационния труд. Някои забележки и препоръки, отнасящи се само до технически неточности, до изглаждане на математическия изказ и не са съществени за съдържанието бяха написани в предварителния отзив.

Написаната на английски анотация е математически точна и изчерпателна и дава пълна представа на читателя за основните, получени в дисертационния труд, резултати.

.

7. Забележки и препоръки.

Основните забележки по дисертационния труд съм отбелязала по-горе, когато детайлно, глава по глава, съм рецензирала резултатите.

Ще отбележа някои формални забележки, свързани с оформлението, което не намалява научните приноси в дисертацията:

- В библиографията прави неприятно впечатление цитирането на [58], публикувана 1954 г. Бих отбелязала и нееднотипния формат на цитиранията (вж., например, [45], [54]).
- Странно е, че уводът е номериран 1, което променя номерацията на главите.

Бих препоръчала на маг. Боян Костадинов, да продължава с хъс и много труд да се занимава с научно-изследователска дейност, като използва основата, изградена чрез изследванията по дисертацията, да продължава да допълва теоретично областта на частните диференциални уравнения.

8. Лични впечатления.

Познавам Боян Костадинов само като автор на научни трудове, но не и персонално като човек. Надявам се, че педантичността му при оформяне на научни статии, коректния математически изказ и логическото му мислене му помагат както в живота, така и в учебно-преподавателската му дейност.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ.

Дисертационният труд съдържа съществени научни резултати, които представляват оригинален принос в науката и отговарят на напълно на изискванията на ЗРАСРБ, Правилника за прилагане на ЗРАСРБ и Правилника за развитие на академичния състав на ТУ-София.

Дисертационният труд показва, че докторантът **Боян Светославов Костадинов** притежава задълбочени теоретични знания и професионални умения по математика, като демонстрира качества и умения за самостоятелно провеждане на научно изследване.

Поради гореизложеното, убедено давам своята положителна оценка за проведеното изследване, представено от рецензираните по-горе дисертационен труд, автореферат, постигнати резултати и приноси. Получените в дисертацията резултати ми дават основание да предложa на почитаемото научно жури да бъде присъдена образователната и научна степен „доктор” на **Боян Светославов Костадинов** в област на висше образование: 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление: 4.5 Математика, научна специалност: „Математическо моделиране и приложение на математиката”.

29.08.2020

Подпис:

Гр. Пловдив

/ проф. д.м.н. Снежана Георгиева Христова-Краева /

REVIEW

of PhD Thesis

for obtaining an educational and scientific degree "Doctor"

in the field of higher education 4. Natural Sciences, Mathematics and Informatics,

Professional field: 4.5 Mathematics

Scientific specialty: "Mathematical modeling and application of mathematics"

Author: Boyan Svetoslavov Kostadinov

Topic: "Investigation of the properties of ground states of some elliptic equations. Optimizing functions of Hardy-Sobolev type interpolation inequalities "

Scientific adviser: Prof. Georgi Penchev Venkov, PhD

Reviewer: Prof. Snezhana Georgieva Hristeva-Kraeva, PhD, DSc.

Plovdiv University "Paisii Hilendarski"

1. General description of the submitted materials

The reason for writing this review is Order № OЖ-4-5-12 of 23.06.2020 of the Rector of TU-Sofia, as well as of the decision of the scientific jury on the procedure (№1 / 07.01. 2020).

The presented materials on electronic media contain:

1. PhD Thesis;
2. Abstract of PhD Thesis;
3. Order № 883 / 12.03.2015 of the Rector of the Technical University for enrollment of Boyan Svetoslavov Kostadinov in part-time doctoral studies with research supervisor Prof. Georgi Penchev Venkov, PhD - FAMI of the Technical University;
4. Protocols from 1.07.2016 and from 1.03.2016 for passing two exams according to the individual plan of Boyan Svetoslavov Kostadinov, both with a grade of Excellent 6.00;
5. Diploma A -2011 from Sofia University, № 210234 dated 10.12.2001 for higher education, Master's degree in Mathematics (copy);
6. CV of Boyan Svetoslavov Kostadinov;

7. List of publications on the topic of the dissertation;
8. Copies of the scientific papers, connected with the topic of PhD Thesis;
9. Contributions to the dissertation
10. Abstract.

The set of materials on the procedure for acquiring the educational and scientific degree "Doctor", presented by MS B. Kostadinov, is complete and meets the requirements of the law for development of academic staff in the Republic of Bulgaria (LDASRB), the Regulations for implementation of LDASRB, and the rules for acquiring scientific degrees and for holding academic positions in TU-Sofia have been complied with.

I accept the submitted materials for a review.

2. Relevance of the problem

The main objects of study in the dissertation are several basic and well-known equations and inequalities from the theory of partial differential equations, which have been thoroughly studied in recent decades. These are some elliptic equations and interpolation inequalities of the Hardy-Sobolev type. For Hardy-Sobolev-type inequalities, minimizing functions and optimal constants are obtained. For the elliptic equations, the properties of the solutions of the ground state type are analyzed. In addition, stability and strong instability by blowing up have been studied. All these results in the dissertation are based on the results obtained so far in the field of generalized nonlinear equations and summarize the results obtained in the last 10 years in the field of nonlinear equations, such as the Klein-Gordon-Hartley equation.

The relevance of the dissertation is obvious - the research is dedicated to current issues, which are object of research investigation by several mathematicians in recent decades.

3. Overview of the content and results in the dissertation.

The dissertation consists of an introduction, five chapters, a conclusion and a bibliography section and it is written on 119 pages. The bibliography consists of 69 sources, mainly of published articles. It is complete and comprehensive and it gives the reader a good informative idea of the results obtained so far on the topic.

Introduction provides a brief description of the research chapter by chapter. For each chapter a brief historical overview of the known in the literature results is presented and the main studied problems are pointed out. I would like to mention that it would be better in Introduction to be presented both the goals and the achieved results in this PhD Thesis.

The first chapter (numbered by 2), which consists of three paragraphs, is devoted to the Gagliardi-Nirenberg interpolation inequality and to finding the best constant in this inequality. The corresponding minimization problem is defined and it is proved that the optimal function is a solution of the p -Shokar equation. The inequality under consideration is replaced by an appropriate Weierstrass functional. The existence of positive, radially symmetric and decreasing minimizers is proved for this functionality. The results in the dissertation continue the research in some studies known in the literature, such as [22] and [37]. I would like to note that the formulas on page 6, the last line, are not defined in the dissertation (as it is written), but in the paper:

Vladimir Georgiev, Mirko Tarulli, George Venkov, Existence and uniqueness of ground states for p - Choquard model in 3D, arXiv: 1803.03492, [math.AP]

which would be good to be cited.

In Chapter Two, numbered by 3, the soliton waves of Schrödinger-Shokar equation are studied. The local well- posedness (correctness) of the initial problem is studied and Theorem 3.1.2 for orbital stability of soliton waves is proved. The results in this chapter summarize and improve some current results, such as those in [37] and [52].

In the next three chapters, a comprehensive study of the stability properties of the Klein-Gordon-Hartree equation is done. Chapter 3, numbered by 4, studies orbital instability. Cauchy's problem is investigated in details. In contrast to [7], [28], [31], [36], [55], [62], the assumptions of the given problem are simplified and simplified. Additionally, more general case is considered. An alternative to an blow up solutions has been proved. The applied approach is a appropriate modification of the one in the paper [69].

Chapter 4 investigates the orbital stability of soliton waves, and some sufficient conditions are obtained. The studies in this chapter are based on the results obtained by Shatah [60] for the existence of stable soliton waves. Note that the results of [60] are generalized and continued in PhD Thesis.

In Chapter 5, numbered by 6, a new definition is introduced and studied. It is defined strong instability and criteria for strong instability by blowing up are obtained. This type of instability generalizes the concept of orbital instability.

In section Conclusions (numbered by 7) the main contributions of the dissertation are pointed out. Eight main contributions are indicated, which adequately reflect the results obtained in Thesis.

4. Contributions to the dissertation.

The main contributions to the dissertation, in my opinion, are in the field of the Klein-Gordon-Hartree equation. For this equation, a comprehensive study of the stability properties is done. Different criteria for orbital stability and orbital instability are obtained. The results in this

direction summarize some known ones in the literature and simplify some restrictions on the known in the literature results. Additionally, a new concept of "strong instability" is introduced, which generalizes the orbital instability. Some sufficient conditions for strong instability in blowing up are obtained.

In addition, in the dissertation there is a contribution in the field of the Schrödinger-Shokar equation. Therefore, for the initial value problem for this equation it is studied the soliton waves. The local well-posedness (correctness) of the initial value problem is investigated and the orbital stability of the soliton waves is proved.

As a overall, the results in Thesis have a theoretical contribution to the study of two main types of elliptical equations from the theory of partial differential equations and further developments, supplements or generalizations of the results known in the literature are obtained.

5. Publications and citations of publications on the dissertation.

The results of the dissertation are published in five papers, 4 of them are indexed in the Scopus, one of them is published in a journal with an impact factor (WoS). There is also a paper with only one author. This is a pretty good indicator of the level of the scientific results in Thesis.

All the results of the doctoral student are extremely new (the first publication on the topic is from 2017) and this affects the citations. There are no citations yet, but it does not lower the scientific level of the results in Thesis.

6. Abstract.

The abstract is written on 32 pages. It briefly and reasonably presents the relevance of the problems, which are object of investigation in the dissertation. The main goal of the dissertation is set up correctly. The abstract is written professionally, at a high scientific level. It presents in an appropriate way the complete and comprehensive information about goals, objectives, obtained results and contributions to the dissertation. Some remarks and recommendations, which refer only to technical inaccuracies, to the smoothing of the mathematical expression and are not essential for the content, were written in my preliminary review.

The annotation in English is mathematically accurate and comprehensive and it gives the readers a complete idea of the main results obtained in the dissertation.

7. Remarks and recommendations.

In the above written review, I have noted some remarks connected with the scientific sounds of Thesis.

I will note some remarks, related mainly to the presentation, which do not reduce the scientific contributions to the dissertation:

- In Bibliography, the citation [58], published in 1954, makes an unpleasant impression. I would also note the non-uniform format of the citations (see, for example, [45], [54]).

- It is strange that Introduction is numbered 1, the Conclusion is also numbered, which changes the numbers of the chapters.

I would recommend to MS Boyan Kostadinov to continue with enthusiasm and a lot of work to engage in research, using the basis built through research on the dissertation, to continue to theoretically complement the field of Partial Differential Equations.

8. Personal impressions.

I know Boyan Kostadinov only as an author of scientific papers, but not personally. I hope that his meticulousness in writing scientific papers, correct mathematical expression and logical thinking help him both in life and in his teaching.

CONCLUSION.

The PhD Thesis contains significant scientific results that represent an original contribution to science and fully meet the requirements of the law for development of academic staff in the Republic of Bulgaria (LDASRB), the Regulations for implementation of LDASRB, and the rules for acquiring scientific degrees and for holding academic positions in TU-Sofia.

The dissertation shows that the PhD student Boyan Svetoslavov Kostadinov has in-depth theoretical knowledge and professional skills in Mathematics, demonstrating qualities and skills for independent research.

Due to the above, I confidently give my **positive assessment** of the study, presented by the above-reviewed dissertation, abstract, results and contributions. The results obtained in the dissertation give me rights **to propose** to the scientific jury **to be awarded the educational and scientific degree "Doctor"** of Boyan Svetoslavov Kostadinov in the field of higher education: 4. Natural sciences, Mathematics and Informatics, professional field: 4.5 Mathematics, scientific specialty : "Mathematical modeling and application of mathematics".

08/29/2020

Plovdiv

Signature:

/ Prof. Snezhana Georgieva Hristeva-Kraeva /