

С Т А Н О В И Щ Е

върху дисертационен труд за придобиване на образователна и научна степен „доктор”

Автор на дисертационния труд: **Боян Светославов Костадинов**

Тема на дисертационния труд: **Изследване свойствата на основни състояния на някои елиптични уравнения. Оптимизиращи функции на интерполационни неравенства на Харди-Соболев.**

Член на научното жури: **проф. д.м.н.. Степан Агоп Терзиян, Институт по математика и информатика, Българска академия на науките.**

Дисертационният труд е в обем от 123 страници и включва увод, 5 глави, основни приноси на дисертационния труд, библиография с 69 литературни източника, от които 5 статии на автора и съавтори. Не са приведени фигури и таблици. По процедурата са представени са 8 документа и 5 публикувани статии.

1. Актуалност на разработвания в дисертационния труд проблем в научно и научноприложно отношение. Степен и нива на актуалността на проблема и конкретните задачи, разработени в дисертацията.

В дисертационния труд и придружаващите статии са разгледани актуални задачи на математическата физика като решения от тип на солитонни вълни на уравнения на Шрьодингер-Шокар в тримерно пространство, обобщени уравнения на Клайн-Гордон-Хартри в многомерни пространства и оптимални константи на влагане в неравенства на Галярдо-Ниренберг. Изследвани са устойчивост, неустойчивост и избухвания на солитонни решения на разглежданите задачи в зависимост от параметри, които участват в тях. Приложени са методи на нелинейния функционален анализ като минимизация на функционали, равенства на Похожаев, неравенства на Щраус и др. .Получените резултати са интересни и представляват научна новост.

2. Степен на познаване състоянието на проблема и творческа интерпретация на литературния материал.

В библиографията към дисертацията са посочени 64 статии и монографии на английски език. Сред авторите са известни учени като H. Berestycki, P. L. Lions, E. Lieb, W. Strauss; 4 статии са на научния ръководител Г. Венков и съавтори. Изложението в статиите [1]-[5] на Костадинов и съавтори и дисертацията сочи ясно познаване на състоянието на разглежданите проблеми. Избраните методи на изследване са правилни и дават отговор на поставените цели и задачи.

3. Съответствие на избраната методика на изследване и поставената цел и задачи на дисертационния труд с постигнатите приноси.

В дисертационния труд са разгледани:

- интерполационно неравенство на Галярдо-Ниренберг и намиране на най-добра константа на влагане. Показано е, че съответната оптимална функция удовлетворява уравнението на Шокар;
- съществуване на солитонни решения на нелинейното уравнение на Шрьодингер-Шокар. Приложен е вариационен метод, неравенство на Галярдо-Ниренберг и профилна декомпозиция на ограничена редица;
- неустойчивост, строга неустойчивост и избухване на солитонни решения на обобщени уравнения на Клайн-Гордон-Хартри в $R \times R^n$, $n \geq 3$.

Приложени са актуални методи на нелинейния анализ, които съответстват на разглежданите задачи.

4. Научни и научно-приложни приноси на дисертационния труд. Значимост на приносите за науката и практиката.

Дисертационният труд е в обем 123 страници и включва увод, 5 глави, основни приноси, библиография с 69 литературни източника. Постигнати са интересни научни резултати.

Основни научно-приложни приноси на дисертацията:

В Глава 2 се разглежда задача за минимизация, свързана с намиране на най-добра константа на влагане в интерполационното неравенство на Галярдо-Ниренберг (2.5). Тя е основана на статия [1]. Съответната оптимална функция удовлетворява уравнението на Шокар. Главните резултати са Теорема 2.1.2 и Теорема 2.1.3.

В Глава 3 се изследва съществуването на солитонни (уединени) вълни на нелинейното уравнение на Шрьодингер-Шокар (3.1). Резултатите са основани на статия [2]. Използван е вариационен метод, неравенство на Галярдо-Ниренберг и профилна декомпозиция на ограничена редица в Соболевото пространство $H^1(R^3)$. Главни резултати са Теорема 3.1.1 и Теорема 3.1.2.

В Глава 4 се разглежда обобщеното уравнение на Клайн-Гордон-Хартри (4.1) в $R \times R^n$, $n \geq 3$. Дадени са достатъчни условия за устойчивост и неустойчивост на солитонни вълни. Не са формулирани теореми като основни резултати. Добре е да се избягват изрази като „Очевидно функционалът ...“, стр. 70 и „Тогава лесно се проверява, че ...“, стр. 76.

Изложението на Глава 4 е подготвително за Глава 5, в която се следва статия [3]. В Глава 5 основен резултат е Теорема 5.2.1 за устойчивост на множеството от основни състояния G_ω .

В Глава 6 се разглежда неустойчивост, строга неустойчивост и избухване на солитонни решения на обобщени уравнения на Клайн-Гордон-Хартри (6.1) в $R \times R^n$. То се преобразува в смутено уравнение на Шрьодингер (6.3). Основни резултати са теореми 6.4.1 и 6.4.2 за силна неустойчивост на солитонни решения на уравнение (6.1). Основните резултати са публикувани в статия [4].

5. Преценка на публикациите по дисертационния труд: брой, характер на изданията, в които са отпечатани.

Основните постижения и резултати от дисертационния труд са публикувани в пет статии, от които една самостоятелна [5], и четири ([1]-[4]) са в съавторство в Г. Венков и М. Tarulli. Три от публикациите са на международни конференции AIP Conference Proceedings, 2017-2019, индексирани в базата данни Scopus, една е в С. R. Acad. Bulg. Sci, 2019. и една в Годишника на Техническия университет – София, 2019. Не са посочени цитирания.

6. Мнения, препоръки и бележки.

Нямам съществени забележки и препоръки към дисертационния труд и статиите. Отделни критични бележки отправих в т. 4. Би трябвало в отделните глави да се посочи връзката с публикуваните статии на автора.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Въз основа на горе-изложените факти за дисертационния труд „Изследване свойствата на основни състояния на някои елиптични уравнения. Оптимизиращи функции на интерполационни неравенства на Харди Соболев“, считам, че същия е задълбочено научно изследване. Основните резултати са апробирани на национални и международни форуми и са отпечатани в реферирани издания. Дисертацията съответства на изискванията на ЗРАСРБ и Правилника за неговото приложение за получаване на образователна и научна степен “доктор”. Оценката ми за дисертационния труд е Положителна.

Предлагам на уважаемото научно жури да присъди образователната и научна степен “доктор” на Боян Светославов Костадинов.

ЧЛЕН НА ЖУРИТО:

проф. д.м.н.. Степан Агоп Терзиян

Дата:
22.07.2020 г

R E P O R T

on a dissertation for the occupation of the educational and scientific degree "Doctor / PhD"

Author of the dissertation: **Boyan Svetoslavov Kostadinov**

Title of the dissertation: **Exploring ground state properties of certain elliptic equations. Optimising functions of Hartree-Sobolev type interpolation inequalities.**

Member of of the Academic board: **Prof. D.Sc. Stepan Agop Tersian, Section Analysis, Geometry and Topology, Institute of Mathematics and Informatics, Bulgarian Academy of Sciences.**

The dissertation is on 123 pages and includes Introduction, 5 chapters, main contributions, bibliography with 69 literature sources, of which 5 articles by the author and co-authors. Figures and tables are not given. 8 documents and 5 published articles were presented under the procedure.

1. Relevance of the problem developed in the dissertation in scientific and scientific-applied terms. Degree and levels of relevance of the problem and the specific tasks developed in the dissertation.

The current problems of mathematical physics are considered in the thesis as solitary waves of Schrödinger-Choquard equations in three-dimensional space, generalized Klein-Gordon-Hartree equations in multidimensional spaces and optimal constant of embedding in Gagliardo-Nirenberg interpolation inequality.

Stability, instability and blowup of the soliton solutions of the considered problems, depending on the parameters are studied. Methods of nonlinear functional analysis such as minimization of functionals, Pohozaev identities, Strauss inequalities, etc. are applied. The obtained results are interesting and have a scientific novelty.

2. Degree of knowledge of the state of the problem and creative interpretation of the material.

The bibliography of the dissertation includes 64 articles and monographs in English. Among the authors are well known scientists as H. Berestycki, P. L. Lions, E. Lieb, W. Strauss; 4 papers are joint with the thesis advisor G. Venkov and M. Tarulli.

The exposition in the articles [1] - [5] of Kostadinov and co-authors and the thesis shows a clear knowledge of the state of the considered problems. The chosen research methods are correct and give an answer to the set of goals and objectives

3. Correspondence of the research methodology and the set of goal and tasks of the dissertation with the achieved contributions.

In the dissertation are considered:

- Gallardo-Nirenberg interpolation inequality and finding the best embedding constant. It is shown that the corresponding optimal function satisfies the Choquard equation;

- Existence of soliton solutions of the nonlinear Schrödinger- Choquard equation. The variational method, Gallardo-Nirenberg inequality and profile decomposition theorem are applied;

- Instability, strict instability and blowup of soliton solutions of generalized Klein-Gordon-Hartree equations in $\mathbb{R}^n$, $n \geq 3$.

Current methods of nonlinear functional analysis are applied, which correspond to the considered tasks.

4. Scientific and applied contributions to the dissertation. Significance of contributions to science and practice.

The dissertation is 123 pages long and includes an introduction, 5 chapters, main contributions, bibliography with 69 literature items. Interesting scientific results have been achieved.

Main scientific and applied contributions of the dissertation:

Chapter 2 deals with the minimization problem related to finding the best embedding constant in the Gallardo-Nirenberg interpolation inequality (2.5). It is based on an article [1]. The corresponding optimal function satisfies the Choquard equation. The main results are Theorem 2.1.2 and Theorem 2.1.3.

The existence of solitary waves of the nonlinear Schrödinger- Choquard equation (3.1) is considered in Chapter 3. The results are based on the article [2]. The variational method, Gallardo-Nirenberg inequality and profile decomposition of a limited series in the Sobolev's space $H^1(\mathbb{R}^3)$ were used. The main results are Theorem 3.1.1 and Theorem 3.1.2.

The generalized Klein-Gordon-Hartree equation (4.1) in $\mathbb{R}^n$, $n \geq 3$ is studied in Chapter 4. Sufficient conditions for the stability and instability of soliton waves are given. No theorems have been formulated as basic results. It is good to avoid expressions such as "Obviously the function ...", p. 70 and "Then it is easy to check that ...", p. 76.

The Chapter 4 is preparatory to the Chapter 5, which correspond to the article [3]. In Chapter 5, the main result is Theorem 5.2.1 for the stability of the set of ground states G_ω .

Chapter 6 deals with the instability, strict instability and blowup of soliton solutions of the generalized Klein-Gordon-Hartree equations (6.1) in $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^n$. It is transformed into a perturbed Schrödinger equation (6.3). The main results are Theorems 6.4.1 and 6.4.2 for strong instability of soliton solutions of equation (6.1). The main results are published in the article [4].

5. Evaluation of the dissertation publications: number, nature of the publications in which they are printed.

The main achievements and results of the dissertation are published in five articles, of which one is single-authored [5] and four ([1] - [4]) are co-authored by G. Venkov and M. Tarulli. Three of the publications are at international conferences AIP Conference Proceedings, 2017-2019, indexed in the Scopus database, one is in C. R. Acad. Bulg. Sci, 2019. and one in the Proceedings of the Technical University - Sofia, 2019. No citations are given.

6. Remarks and recommendations.

I have no significant remarks and recommendations to the thesis and the articles. I made some critical remarks in the item 4. The connection with the published articles of the author should be indicated in the separate chapters.

CONCLUSION

Under above considerations for the thesis "Exploring ground state properties of certain elliptic equations. Optimising functions of Hartree-Sobolev type interpolation inequalities", I confirm that it is a valuable research study. The main results have been presented on national and international forums and are published in refereed publications. The dissertation complies with the requirements of ZRASRB and the Regulations for its application for obtaining the educational and scientific degree "Doctor". My assessment of the thesis is Positive.

I propose to the esteemed scientific jury to award the educational and scientific degree "Doctor/ PhD" to Boyan Svetoslavov Kostadinov.

Member of the jury:

Prof. D. Sc. Stepan Agop Tersian

Date:

22.07.2020 r