

СТАНОВИЩЕ

от проф. д-р Георги Пенчев Венков, ФПМИ на ТУ-София

**върху дисертационен труд за придобиване на образователната и научна степен
„Доктор”**

Област на висшето образование: 4. Природни науки, математика и информатика,

Професионално направление: 4.5. Математика,

Докторска програма: Математическо моделиране и приложение на математиката

Автор на дисертационния труд: маг. Боян Светославов Костадинов

**Тема на дисертационния труд: Изследване свойствата на основни състояния на
някои елиптични уравнения. Оптимизиращи функции на интерполационни
неравенства от тип Харди-Соболев**

Представям становището си по този конкурс като член на Научното жури, определено със заповед № ОЖ-4.5-12 от 23.06.2020 г. на Ректора на ТУ-София.

Становището е изготвено според изискванията на:

- Закона за развитието на академичния състав в Република България (ЗРАСРБ),
- Правилника за прилагане на ЗРАСРБ,
- Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени в ТУ–София.

1. Актуалност на разработвания в дисертационния труд проблем в научно и научноприложно отношение. Степен и нива на актуалността на проблема и конкретните задачи, разработени в дисертацията.

Областите на научните изследвания в дисертационния труд на маг. Боян Костадинов са уравнения на математическата физика и функционален анализ. По-специално, дисертационният труд изследва свойствата на един клас решения на нелинейни диференциални уравнения, известни като основни състояния. Решенията от тип основно състояние са $H^1(\mathbf{R}^n)$ – функции, които са радиално симетрични и бързо намаляващи на безкрайност. Също така, те удовлетворяват законите за запазване (на маса и енергия) и са единствено решение на съответното уравнение на Ойлер-Лагранж. Основните състояния се явяват оптимизиращи функции на редица функционални неравенства, а тяхната маса (или L^2 – норма) играе основна роля при изследване на въпросите за добре-поставеност на задачата на Коши, за разсейване или избухване на решението, за орбитална и асимптотическа устойчивост. Актуалността на проблемите и целите, поставени в дисертационния труд се корени във факта, че изследваните уравнения от класа на нелинейното уравнение на Шрьодингер, уравнението на Шокар и на Клайн-Гордън-Хартри съдържат нелокален (зададен чрез конволюционния оператор на Рис) нелинеен член.

2. Обща характеристика на дисертационния труд и автореферата

Дисертационният труд на Боян Костадинов е с обем 119 страници, структурирани в увод, 5 глави, приноси и библиография, в която са цитирани 69 литературни източника. Той се базира на получените от докторанта резултати в 5 публикации, цитирани под номера [1] – [5]. Авторефератът е с обем 30 страници и съдържа 32 цитирни литературни източника. Неговото съдържание отразява изчерпателно основните резултати на дисертационния труд.

3. Научни и/или научноприложни приноси на дисертационния труд

Основните научни и научноприложни приноси на дисертационния труд могат да се обобщят както следва:

- Изследван е въпросът за съществуване на солитонно решение за обобщеното уравнение на Шрьодингер-Хартри. Чрез използване на вариационен подход са получени условия за началните данни, както и за нелинейните експоненти, при които солитонното решение е орбитално устойчиво.
- Изследвана е оптимизационната задача, съответстваща на въпроса за точната константа в интерполационното неравенство на Галиардо-Ниринберг. Чрез използване подхода на Вайнщайн е доказано, че оптимизиращата функция на това неравенство е решение от тип основно състояние на нелокалното нелинейно уравнение p -Шокар. При стойност на нелинейната експонента $p=5$ (което се явява H^1 – критичния случай в пространствена размерност 3) точната константа и основното състояние са намерени в явен вид.
- Изследван е въпросът за съществуване на солитонни решения на обобщеното уравнение на Клайн-Гордън-Хартри. Чрез използване тъждествата на Похожаев са намерени условия върху нелинейната експонента и честотния параметър, гарантиращи орбитална устойчивост на тези решения.
- Изследвани са L^2 –субкритичният и L^2 –суперкритичният случай на обобщеното уравнение на Клайн-Гордън-Хартри, като и в двата случая са намерени условия, при които съответното множество от основни състояния е орбитално неустойчиво.
- Разгледан е въпросът за т. нар. „силна неустойчивост чрез избухване“ относно солитонните решения на обобщеното уравнение на Клайн-Гордън-Хартри. Намерени са условия върху честотния параметър, гарантиращи силна неустойчивост на солитонни вълни.

4. Преценка на публикациите по дисертационния труд

Дисертационният труд на Боян Костадинов се базира на резултатите, получени в 5 публикации на автора, една от тях самостоятелна, а останалите в съавторство. Всички статии са публикувани на английски език като една има импакт фактор (IF), а три имат импакт ранг (SJR). Съгласно Приложение 1 на Правилника за условията и реда за

придобиване на научни степени в ТУ–София, даващо минималните наукометрични показатели за придобиване на ОНС „Доктор“ по професионално направление 4.5 Математика, статиите на Боян Костадинов се оценяват с 66 точки, при изискуеми 30 точки на Група от показатели Г.7.

След използване на безплатната платформа „Quetext: Plagiarism Checker“ (<https://www.quetext.com/>) мога да потвърдя липсата на плагиатство във включените в дисертационния труд научни публикации на автора.

5. Критични бележки и препоръки

Нямам критични бележки към дисертационния труд на маг. Боян Костадинов. Като евентуална препоръка за бъдещето му развитие е той да продължи своята научноизследователска дейност в тази научна област.

6. Заключение

В заключение считам, че представеният дисертационния труд на маг. Боян Костадинов напълно отговаря на изискванията на ЗРАСРБ, на Правилника за неговото прилагане и на Правилника за условията и реда за придобиване на научни степени в ТУ–София.

Ето защо, убедено предлагам на уважаемото научното жури да оцени положително настоящият дисертационния труд и единодушно да присъди на маг. Боян Светославов Костадинов ОНС „Доктор“ в област на висше образование 4. Природни науки, математика и информатика, професионално направление 4.5. Математика, докторска програма „Математическо моделиране и приложение на математиката“.

10.09.2020 г.

София

(проф. д-р Георги Венков)

R E P O R T

from Prof. PhD Georgi Penchev Venkov

of dissertation thesis for acquisition of the Educational and Scientific degree „Doctor”

Area of higher education: 4. Natural Sciences, Mathematics and Informatics

Professional field: 4.5 Mathematics

Doctoral program: Mathematical modelling and application of mathematics

Author of the thesis: Boyan Svetoslavov Kostadinov

Dissertation title: Study of the properties of ground state solutions to some elliptic equations. Optimal functions of Hardy-Sobolev type interpolation inequalities

I present my report as a member of the Scientific Jury, determined by Order № ОЖ-4.5-06 from June 23th, 2020 of the Rector of Technical University - Sofia.

This report is prepared in accordance to the requirements of:

- the Law for the Development of Academic Staff in the Republic of Bulgaria (ZRASRB),
- the Regulations for the Implementation of the ZRASRB,
- the Regulations on the Terms and Conditions for Acquisition of Scientific Degrees at the Technical University - Sofia.

1. Relevance of the problems developed in the dissertation in scientific and applied-scientific terms. Degree and levels of relevance of the problem and the specific tasks developed in the dissertation

The research fields in the dissertation thesis of Boyan Kostadinov are equations of Mathematical Physics and Functional Analysis. More precisely, the thesis studies the properties of a class of solutions to nonlinear differential equations, known as ground states. The ground state solutions are $H^1(\mathbb{R}^n)$ – functions, which are smooth, radially symmetric and rapidly decaying at infinity. Moreover, they satisfy the conservation laws (of mass and energy) and are the unique solution of the corresponding Euler-Lagrange equation. The ground states are optimal functions for series of functional inequalities, while their mass (or L^2 – norm) plays an essential role in studying the problems for well-posedness, for scattering or blow-up properties of the solution, for orbital and asymptotic stability. The relevance of the problems and goals set in the dissertation is rooted in the fact, that the considered equations of the class of the nonlinear Schrödinger equation, the Choquard equation and the Klein-Gordon-Hartree equation contain a nonlocal (given by the Riesz convolution operator) nonlinear term.

2. General characteristics of the dissertation thesis and the summary

The dissertation thesis of Boyan Kostadinov has a volume of 119 pages and consists of an introduction, 5 chapters, contributions and a bibliography citing 69 sources. It is based on

the obtained results in 5 papers of the author, cited in the bibliography by [1] – [5]. The summary has a volume of 30 pages and contains 32 citations. Its content comprehensively reflects the main results of the dissertation.

3. Scientific and/or applied scientific contributions of the dissertation thesis

The main scientific and applied scientific contributions of the dissertation thesis can be summarized as follows:

- The problem for the existence of solitary wave solution of the generalized Schrödinger-Hartree equation is studied. By using variational approach are obtained conditions on the initial data, as well as on the nonlinear exponents, that guarantee the orbital stability of the solitary wave solution.
- The optimization problem, corresponding to the problem of optimal constant of the interpolation Gagliardo-Nirenberg inequality is studied. By using the Weinstein approach, it is proved that the optimizing function of this inequality is a ground state solution of the nonlocal nonlinear p -Chquard equation. For value of the nonlinear exponent $p=5$ (which is the H^1 – critical case in spatial dimension 3) the optimal constant and the ground state solution are found explicitly.
- The problem of existence of solitary wave solutions of the generalized Klein-Gordon-Hartree equation is considered. Using the Pohozaev identities conditions on the nonlinear exponent and the frequency parameter, that guarantee orbital stability of these solutions are found.
- The L^2 –subcritical and the L^2 –supercritical cases of the generalized Klein-Gordon-Hartree equation are studied, and in both cases conditions for orbital instability of the set of ground state solutions are derived.
- The so called “strong instability by blow-up” problem for solitary wave solutions of the generalized Klein-Gordon-Hartree equation is considered. Conditions on the frequency parameter implying strong instability of solitons are found.

4. Evaluation of publications included in the dissertation thesis

The dissertation thesis of Boyan Kostadinov is based on the results obtained in 5 publications, of which one is solo and the others are co-authored. All articles are published in English, one has impact factor (IF), three have impact ranking (SJR). According to the Annex 1 of the Regulations on the terms and conditions for acquisition of scientific degrees at the Technical University - Sofia, giving the minimal scientific indicators for acquisition of the Educational and Scientific degree „Doctor” in professional field 4.5 Mathematics, the papers of Boyan Kostadinov are evaluated with 66 points, while the minimum requirement of Group of indicators G.7 is 30 points.

After using the free „Quetext: Plagiarism Checker“ database platform (<https://www.quetext.com/>), I can confirm the lack of any plagiarism in the scientific papers included in the dissertation.

5. Critical notes and recommendations

I have no critical comments on the dissertation thesis of Boyan Kostadinov. As a possible recommendation for his future development is to continue his scientific research activity in this scientific field.

6. Conclusion

In conclusion, I think that the submitted dissertation thesis of Boyan Kostadinov fully meet the requirements of the ZRASRB, the Regulations for its implementation and the Regulations on the terms and conditions for acquisition of scientific degrees at the Technical University - Sofia.

Therefore, I strongly suggest to the Honorable Scientific Jury to positively evaluate the submitted dissertation thesis and to unanimously award Boyan Svetoslavov Kostadinov the educational and scientific degree of “Doctor” in area of higher education: 4. Natural Sciences, Mathematics and Informatics, professional field: 4.5 Mathematics, doctoral program: Mathematical modelling and application of mathematics.

10.09.2020 r.

Sofia

(Prof. PhD Georgi Venkov)