



ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – СОФИЯ
Факултет по приложна математика и информатика
катедра “Математическо моделиране и числени методи”

маг. инж. Кирил Райчев Петков

**РОБАСТНО УПРАВЛЕНИЕ НА ДИНАМИЧНИ
ПАРАМЕТРИЧНИ СИСТЕМИ**

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

на дисертация за придобиване на образователна и научна степен
"ДОКТОР"

Област: 4. Природни науки, математика и информатика

Професионално направление: 4.5. Математика

Научна специалност: Математическо моделиране и приложение на
математиката

Научен ръководител: доц. д-р Даниела Ганчева Маринова

СОФИЯ, 2019 г.

Дисертационният труд е обсъден и насочен за защита от Катедрения съвет на катедра „Математическо моделиране и числени методи“ към Факултет по приложна математика и информатика на ТУ-София на редовно заседание, проведено на 09.04.2019 г.

Публичната защита на дисертационния труд ще се състои на 17.09.2019 г. от 13,00 часа в Конферентната зала на БИЦ на Технически университет – София на открито заседание на научното жури, определено със заповед № ОЖ-4.5.-06 / 17.04.2019 г. на Ректора на ТУ-София в състав:

1. доц. д-р Даниела Маринова – председател
2. проф. д.т.н. Тодор Нешков – научен секретар
3. проф. д.м.н. Людмил Каранджулов
4. доц. д-р Иван Алтъпармаков
5. доц. д-р Марин Маринов

Рецензенти:

1. проф. д.т.н. Тодор Нешков
2. проф. д.м.н. Людмил Каранджулов

Материалите по защитата са на разположение на интересуващите се в канцеларията на Факултета по приложна математика и информатика на ТУ-София, блок №2, кабинет № 2228-А.

Дисертантът е докторант на самостоятелна подготовка към катедра „Математическо моделиране и числени методи“ на Факултета по приложна математика и информатика. Изследванията по дисертационната разработка са направени от автора.

Автор: маг. инж. Кирил Райчев Петков

Заглавие: Робастно управление на динамични параметрични системи

Тираж: 30 броя

Отпечатано в ИПК на Технически университет – София

I. ОБЩА ХАРАКТЕРИСТИКА НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

Обект и предмет на дисертационния труд

Обект на настоящия дисертационен труд е развитието на методите за синтез на управления от фиксиран ред при удовлетворяване на различни критерии за оптималност, най-често противоречиви.

Разглежда се област от Теория на управлението, занимаваща се с изучаване на линейните параметрични системи, обхващащи линейните стационарни системи, линейните параметрични системи с променливи във времето параметри и системите с неопределености.

Актуалност на проблема

Актуалността на разглежданите в този труд задачи се обуславя от нарастващите нужди на индустрията от повишаване на ефективността на динамичните системи чрез разработване на новаторски подходи за синтез на управления – например, за управление на автономни превозни средства, в нанотехнологиите и др. След разработване на математическия модел, описващ динамичното поведение на системата, според желаните проектни цели трябва да се синтезира управление, използващо измервания в реално време, осъществявайки затворена верига. При синтеза се използват оптимизиращи критерии, например за минимизиране на времето за реакция при ограничение на потреблението на енергия.

Сложността на задачата за синтез на управлението зависи от динамичното поведение на системата, желаната структура на управлението и от броя и вида на проектните цели, на които системата със затворена верига трябва да отговаря.

Целта на дисертационния труд е:

Разработване на подобрени алгоритми за синтез на управления с прецизно изпълнение, които следва да бъдат:

- ✓ структурно прости, позволяващи проектирането на интуитивни, надеждни и достъпни системи за управление за произволно сложни промишлени приложения,
- ✓ удовлетворяващи множество (най-често противоречиви) проектни цели при синтеза, тъй като в повечето случаи е сложно да се обхванат всички ограничителни условия при моделирането на различните проектни цели,
- ✓ робастни, т.е. устойчиви на неточности на модела,
- ✓ приложими за *МИМО* системи,
- ✓ приложими както за системи, работещи в аналогов режим, така и за системи, в които информацията е дискретизирана. Повечето промишлени приложения имат непрекъсната във времето динамика, като управлението им почти винаги се изпълнява в числена среда,
- ✓ изискващи ограничена ръчна намеса от експерти,

- ✓ осигуряващи управление в реално време.

Задачите, които се поставят в дисертационния труд, за да се постигне целта, са следните:

- ✓ разработване на нов подход с изпъкнали достатъчни условия за синтез на управления от фиксиран ред на линейни параметрични системи,
- ✓ оценка на практическата приложимост на предлагания подход за синтез на управления на линейни параметрични системи с променливи във времето параметри,
- ✓ разширяване на подхода за моделиране на управление с итеративна изпъкнала процедура за синтез на робастни управления от фиксиран ред за линейни стационарни системи с неопределеност на параметрите,
- ✓ разработване на подход за намаляване на реда на модела,
- ✓ апроксимиране на линейна система със закъснение по време с крайномерна линейна стационарна система,
- ✓ разработване на комбиниран подход за синтез на управления от фиксиран ред за линейни стационарни системи на базата на предходните две точки и последващо прилагане на итеративна изпъкнала процедура за синтез на робастни управления от фиксиран ред.

Приносите в настоящия дисертационен труд имат научен и научно-приложен характер и се състоят в:

- ✓ Разработен е подход с изпъкнали достатъчни условия за синтез на управления от фиксиран ред на линейни динамични параметрични системи, който е:
 - ✓ структурно прост,
 - ✓ удовлетворява множество (най-често противоречиви) проектни цели при синтеза,
 - ✓ приложим за *ММО* системи,
 - ✓ осигурява управление в реално време.

Практическа приложимост

Реализирането на целта на дисертационния труд би имало важно практическо приложение, напр. при:

- ✓ проектиране на сервосистеми,
- ✓ експлоатация на кранове с цел компенсиране на залюляването на товара под въздействие на вибрации и ветрово натоварване,
- ✓ в автомобилната, самолетостроителната и космическа индустрии при отстраняване на активен шум и управление на вибрации,
- ✓ в автомобилната индустрия при проектиране на системи за активно окачване,
- ✓ в самолетостроителната и космическа индустрии при конструиране на системи за поддържане на зададена траектория на движение,
- ✓ конструиране на системи за неутрализиране на въздействието на сеизмично натоварване на строителни конструкции.

Апробация

Дисертационният труд е докладван и обсъждан в отделните му части и в завършен вид на заседания на катедра “Математическо моделиране и числени методи” при Факултет по приложна математика и информатика на Технически университет – София, както и на научни конференции.

Публикации

Основни постижения и резултати от дисертационния труд са публикувани в 3 броя научни статии, от които 1 брой самостоятелна и 2 броя в съавторство с научния ръководител.

Структура и обем на дисертационния труд

Дисертационният труд е в обем от 122 страници, като включва увод, 4 глави за решаване на формулираните основни задачи, списък на основните приноси, списък на публикациите по дисертацията и използвана литература. Цитирани са общо 92 литературни източници, като 90 са на латиница и 2 на кирилица. Работата включва общо 37 фигури и 14 таблици. Номерата на фигурите и таблиците в автореферата съответстват на тези в дисертационния труд.

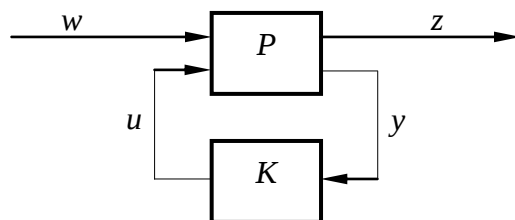
II. СЪДЪРЖАНИЕ НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

Глава 1.

В глава 1 се прави преглед на текущото състояние на изследователската тема, разгледана в дисертационния труд, като се посочват нерешените задачи. Описани са линейни параметрични системи, условията за устойчивост и два използвани критерия за оптималност. Разглеждат се оптимални устойчивост и изпълнение на линейни параметрични системи, като се прилага математическия апарат на изпъкнала оптимизация.

1.1 Въведение

Нарастващите изисквания на индустрията поставят нови задачи при синтеза на управления с повишена точност и прецизно изпълнение. Най-напред се построява математически модел P , описващ поведението на динамичната система. За този модел след това се синтезира управление K съгласно желаните проектни цели. Въз основа на измерванията y в реално време на изхода на динамичната система, управлението K генерира управляващ сигнал u , който се прилага към входа на динамичната система, така че влиянието на външния (напр. референтен/смушаващ) вход w върху управлявания изход z да отговаря на изискванията за изпълнение (фиг.1.1).



фигура 1.1: Обща конфигурация за управление

Сложността на управлението зависи от естеството на динамичната система, която трябва да се управлява. При предположение, че динамиката е линейна и стационарна, е разработен широк спектър от успешни подходи за синтез на управление. Въпреки че синтезът на управление за този ограничен клас системи представлява перспективно изследователско поле, редица важни проблеми с управлението, като построяването на оптимални управления с предварително фиксирана структура или оптимални управления, отговарящи на множество противоречиви цели, остават нерешени.

В същото време много задачи се характеризират с динамика, която е преобладаващо линейна, но се влияе от променливи (и във времето) параметри с неопределеност. Разработените техники за синтез на управление на линейни стационарни системи са незадоволителни за осигуряване на желаната точност и изпълнение, поради което са необходими по-универсални техники. За тази цел са разработени и се прилагат различни разширения на подходите за синтез на управление, разработени за линейни стационарни системи за справяне с променливи във времето системни коефициенти и с коефициенти с неопределеност.

В този контекст линейните параметрични системи с променливи във времето параметри се разглеждат като разширение на линейните стационарни системи. Линейните параметрични системи с променливи във времето параметри се характеризират с линейно входно-изходно съотношение, за което се приема, че зависи от измерими в реално време параметри. Чрез отчитане на стойностите на параметрите в реално време при синтеза на управлението може да се постигне по-висока ефективност със затворена верига в сравнение с управлението на линейните стационарни системи.

Същност на класическите подходи за моделиране на управления на линейни параметрични системи с променливи във времето параметри:

- ✓ моделът на линейната параметрична система с променливи във времето параметри се оценява за различни стойности на параметрите, при което се получават т.нар. локални линейни стационарни модели,
- ✓ за всеки локален модел се синтезира линейно стационарно управление,
- ✓ локалните линейни стационарни управления се интерполират чрез специфична параметризация, за да се получи линейно параметрично управление с променливи във времето параметри.

Въпреки резултатността на така получените управления на база използването на класическите методи, те може да бъдат ненадеждни поради многобройните компютърни симулации за оценка на характеристиките на времево-зависимите параметри.

В съвременните подходи управлението на линейни параметрични системи с променливи във времето параметри се получава директно чрез решаване на сложна задача по оптимизация на параметрите. Основното им предимство е, че за разлика от класическите подходи, те дават гаранция за устойчивост и изпълнение, тъй като се базират на теорията за устойчивост на *Ляпунов*.

Най-общо, сложността на схемата на управление за една линейна нестационарна параметрична система зависи от няколко фактора, като:

- ✓ желана структура на управление,
- ✓ наличие (и брой) времево вариращи/неопределени параметри, влияещи върху динамиката на системата,
- ✓ броя на проектните цели.

Понятието изпъкналост играе ключова роля при определянето на сложността. Когато оптимизационната задача има изпъкнала дефиниционна област, то всеки локален оптимум е глобално оптимално решение. В допълнение са разработени ефикасни алгоритми за решаване на оптимизационни задачи с изпъкнала дефиниционна област, така че лесно да се синтезира оптималното управление. Въпреки че дефиниционната област на някои важни задачи за управление е изпъкнала, в голямата си част приложните случаи са вътрешно неизпъкнали. Неизпъкналите задачи остават трудни за решаване, което обуславя провеждането на научни изследвания за подобряване на наличните техники за решаване на тези сложни проблеми с управлението. В допълнение, дори проблемите с изпъкналата оптимизация могат да бъдат предизвикателство в зависимост от размерността на задачата, която се влияе от броя на уравненията и параметрите, описващи динамичната система, която трябва да се управлява.

Дефинират се линейни параметрични динамични системи. Въвежда се обобщена времева ос T . Разглеждат се крайномерни *МИМО* линейни параметрични системи в пространството на състоянията, описани с уравнението

$$H: \begin{cases} \dot{x} = A(\alpha)x + B(\alpha)w, & x(0) = 0 \\ z = C(\alpha)x + D(\alpha)w, \end{cases} \quad (1.1)$$

със състояния $x: T \rightarrow \mathbb{R}^{n_x}$, вход по външни влияния $w: T \rightarrow \mathbb{R}^{n_w}$, управляван изход за качеството на изпълнение $z: T \rightarrow \mathbb{R}^{n_z}$ и външни параметри $\alpha: T \rightarrow \mathbb{R}^N$. Всички системни матрици са реални непрекъснати функции на α , ограничени за $t \in T$ и са с подходящи размерности. Параметърът α приема стойности в крайно множество $\Lambda \subset \mathbb{R}^N$ от точки $v_i \in \mathbb{R}^N$, $i=1, \dots, M$.

Параметърът α се приема за непрекъснато диференцируема функция, т.е. $\alpha \in C^1(\mathbb{R}_+, \mathbb{R}^N)$:

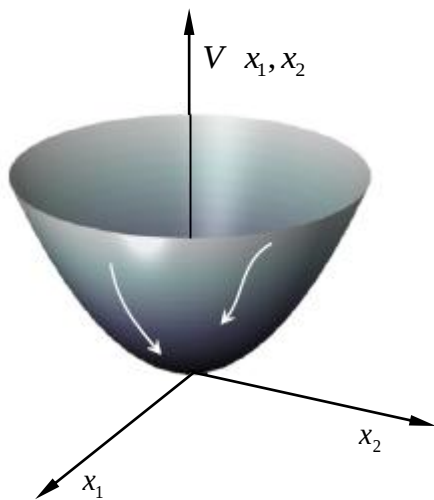
$$\alpha: T \rightarrow \mathbb{R}^N \mid \alpha(t) \in \Lambda, \forall t \in T, \text{ и } \alpha \in C^1(T, \mathbb{R}^N) \text{ ако } T = \mathbb{R}_+. \quad (1.2)$$

1.3.1 Устойчивост

Разглежда се линейната параметрична система

$$\dot{x} = A(\alpha)x, \quad x(0) = x_0, \quad (1.4)$$

със състояния $x: T \rightarrow \mathbb{R}^{n_x}$ и параметър $\alpha: T \rightarrow \Lambda$. Точката $x^* = 0$ е точка на равновесие на системата (1.4), защото за $x = 0$, $\dot{x} = 0$. Точката $x^* = 0$ е локално експоненциално устойчива, ако за всяко начално условие x_0 , достатъчно близо до началото и за всички $\alpha \in \tau$, състоянието на (1.4) се приближава експоненциално до равновесното. $x^* = 0$ е глобално експоненциално устойчива, ако е локално експоненциално устойчива за всички първоначални условия $x_0 \in \mathbb{R}^{n_x}$.



фигура 1.3: Типична квадратична функция на Ляпунов

Експоненциалната устойчивост на линейната параметрична система (1.4) се дава с директния метод на Ляпунов, т.е. когато може да се намери положително определена скаларна функция, зависеща от състоянието на системата (с глобален минимум в началната точка), която експоненциално монотонно намалява по траекториите на състоянията.

Тази положително определена скаларна функция е функцията на Ляпунов за състоянието на устойчивост на системата (1.4). Фиг.1.3 показва типична функция на Ляпунов.

Съгласно Ляпунов, ако съществува функция, която е непрекъснато диференцируема, такава че $V: \mathbb{R}^N \times \mathbb{R}^{n_x} \rightarrow \mathbb{R}$ и скалари $a, b, c > 0$ и $d \geq 1$, така че

$$a\|x\|^d \leq V(\alpha, x) \leq b\|x\|^d, \quad (1.5a)$$

$$\Delta V(\alpha, x) \leq -c\|x\|^d, \quad (1.5b)$$

за всички $\alpha \in \tau$ и всички възможни траектории $x: T \rightarrow R^{n_x}$ на (1.4), тогава линейната параметрична система (1.4) е експоненциално устойчива. (1.5а) и (1.5б) са достатъчните условия за експоненциална устойчивост на линейната параметрична система (1.4), като са базирани на прекия метод на *Ляпунов*.

За линейните параметрични системи, които се разглеждат в тази дисертация, съществува общ подход за намиране на параметрично зависима функция на *Ляпунов*, квадратична по състоянията от вида:

$$V_{\alpha, x} = x' P_{\alpha} x, \quad (1.6)$$

където P_{α} е ограничена положително определена матрица за всички $\alpha \in \tau$.

Използвайки квадратичната форма (1.6), достатъчните условия за устойчивост се дават във форма на параметрично зависими линейни матрични неравенства.

Нека $\Phi_c \alpha$ и $\Phi_d \alpha$ са параметрично зависими матрици от вида

$$\Phi_c \alpha := \begin{bmatrix} \square & \\ P_{\alpha} & P_{\alpha} \\ P_{\alpha} & 0 \end{bmatrix}, \quad \Phi_d \alpha := \begin{bmatrix} -P_{\alpha} & 0 \\ 0 & P_{\alpha} \delta \alpha \end{bmatrix}.$$

Съгласно друга дефиниция на *Ляпунов* за експоненциална устойчивост, линейната параметрична система (1.4) е експоненциално устойчива, ако съществува ограничена матрица $P_{\alpha} t \in S_+^{n_x}$ за всички $\alpha \in \tau$, $t \in T$, така че

$$\begin{bmatrix} I \\ A_{\alpha} t \end{bmatrix}' \Phi_{\alpha} t \begin{bmatrix} I \\ A_{\alpha} t \end{bmatrix} < 0 \quad (1.7)$$

за всички $\alpha \in \tau$, $t \in T$, където $\Phi = \Phi_c$ при непрекъснато и $\Phi = \Phi_d$ при дискретно отчитане на времето.

Параметрично зависимите линейни матрични неравенства (1.7) са достатъчно условие, когато $\alpha = \alpha t$, и необходимо и достатъчно условие, когато се разглеждат параметри, които не зависят от времето. Необходимото и достатъчно условие за експоненциална устойчивост на линейните стационарни системи се получава, когато параметричната зависимост в (1.7) се пропусне. Съществуването на функция на *Ляпунов* (1.6) (без да се налагат никакви ограничения за вида на P_{α}) е необходимо и достатъчно условие за устойчивостта на линейните стационарни системи с неопределеност.

1.4 Синтез на многокритериално управление от пълен ред на линейни параметрични системи

Този раздел прави преглед на съществуващите изпъкнали подходи за построяване на H_{∞} и H_2 управления от пълен ред за линейни параметрични системи, описани с уравненията

$$P: \begin{cases} \square \\ x = A_{\alpha} x + B_w \alpha w + B_u \alpha u \\ z = C_z \alpha x + D_{zw} \alpha w + D_{zu} \alpha u, \\ y = C_y \alpha x + D_{yw} \alpha w \end{cases}$$

със състояния $x: T \rightarrow R^{n_x}$, външни влияния $w: T \rightarrow R^{n_w}$, управление $u: T \rightarrow R^{n_u}$,

управляван изход за качеството на изпълнение $z: T \rightarrow \mathbf{R}^{n_z}$ и измерен изход $y: T \rightarrow \mathbf{R}^{n_y}$. Всички системни матрици са реални непрекъснати функции на външния параметър $\alpha: T \rightarrow \mathbf{R}^N$, ограничени за $t \in T$ и са с подходящи размерности. Директната матрица от u до y е положена равна на нула без загуба на обща стойност.

Целта е да се създаде управление от пълен ред, което е динамично управление по обратна връзка във формата

$$K: \begin{cases} \dot{x}_c = A_c \alpha x_c + B_c \alpha u \\ u = C_c \alpha x_c + D_c \alpha y \end{cases} \quad (1.13)$$

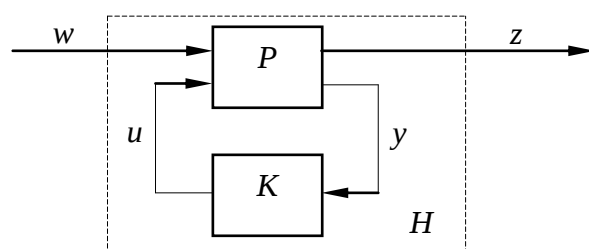
със същия брой състояния, както на системата, която трябва да се управлява (т.е., $x_c \ t \in \mathbf{R}^{n_x}$), така че системата със затворена верига

$$H: \begin{cases} \dot{x}_{c1} = A \alpha x_{c1} + B \alpha w \\ z = C \alpha x_{c1} + D \alpha w \end{cases} \quad (1.14)$$

с $x_{c1} \ t = \begin{bmatrix} x \ t' & x_c \ t' \end{bmatrix}' \in \mathbf{R}^{2n_x}$ и системни матрици

$$\begin{aligned} A \alpha &= \begin{bmatrix} A \alpha + B_u \alpha D_c \alpha C_y \alpha & B_u \alpha C_c \alpha \\ B_c \alpha C_y \alpha & A_c \alpha \end{bmatrix}, \\ B \alpha &= \begin{bmatrix} B_w \alpha + B_u \alpha D_c \alpha D_{yw} \alpha \\ B_c \alpha D_{yw} \alpha \end{bmatrix}, \\ C \alpha &= \begin{bmatrix} C_z \alpha + D_{zu} \alpha D_c \alpha C_y \alpha & D_{zu} \alpha C_c \alpha \end{bmatrix}, \\ D \alpha &= D_{zw} \alpha + D_{zu} \alpha D_c \alpha D_{yw} \alpha, \end{aligned}$$

е експоненциално устойчива и отговаря на критерии за H_∞ или H_2 изпълнение за $\alpha \in \tau$.



фигура 1.4: Схема на управляема система

Фиг.1.4 дава схематично представяне на системата. Матриците на управлението трябва да бъдат постоянни (т.е. независими от α) при α с неопределеност, докато общата форма (1.13) се прилага, когато α е предварително известен или измерим в реално време параметър.

Системата със затворена верига (1.14) е експоненциално устойчива, ако съществува ограничена матрица

$$P \alpha \ t \in \mathbf{S}_+^{2n_x}$$

за всички $\alpha \in \tau$, $t \in T$, така че

$$\begin{bmatrix} I \\ A \alpha t \end{bmatrix}^T \Phi \alpha t \begin{bmatrix} I \\ A \alpha t \end{bmatrix} < 0 \quad (1.15)$$

е изпълнено за $\alpha \in \tau$, $t \in T$. Тъй като матрицата $A \alpha$ на затворената система зависи от матриците на управлението, е ясно, че (1.15) е линейно матрично неравенство, което води до неизпълняваща задача. Подобна аргументация се прилага и за синтеза на H_∞ и H_2 управление.

За да се избегне този проблем, са предложени няколко подхода за моделиране на H_∞ и H_2 управления от пълен ред. За линейни стационарни системи съответните нелинейни матрични неравенства могат да бъдат преформулирани в еквивалентни линейни матрични неравенства чрез нелинейна смяна на променливите, премахване на управляващи променливи или комбинация от тези два подхода. По този начин H_∞ и H_2 управленията от пълен ред за линейни стационарни системи стават изпълними задачи.

Горните подходи за линейни стационарни системи могат да се прилагат и за линейни нестационарни системи и линейни параметрични системи с променливи във времето параметри. В тези случаи трябва да се наложат структурни ограничения върху променливите на линейните матрични неравенства, за да се получат консервативни управления (т.е. управления, независими от вторични или бъдещи стойности на параметрите).

Задачата за синтез на управление от пълен ред на линейни системи с неопределеност е много трудно решима, което се дължи главно на структурните ограничения на управлението. Нелинейна смяна на променливите не може да се приложи, тъй като реконструираното управление зависи от параметрично-зависимите матрици на системата с отворена верига. Възможен традиционен подход е преформулирането на задачата за синтез на управление от пълен ред в задача за синтез на обратна връзка и впоследствие прилагане на традиционен подход за синтез на робастно управление.

1.5 Смекчаване на условията

Тъй като всички предходно представени условия във вид на линейни матрични неравенства се характеризират с безкрайномерни оптимизационни променливи и безкрайно много ограничения, те са числено неприложими за работа. Поради това в този раздел се коментира извеждането на приемливи изпълними условия. Това би позволило да се гарантира устойчивостта и изпълнението на линейната параметрична система чрез числено решаване на задача за оптимизация.

Получаването на изпълними условия се извършва в два етапа:

- ✓ параметризация на променливите на линейните матрични неравенства, което води до ограничен брой променливи за оптимизиране,
- ✓ смекчаване на условията, което се свежда до заместване на безкрайно множество от ограничения с крайно множество от ограничения.

Най-често използваните параметризации, подредени по реда на тяхната общоприложивост, са:

- ✓ афинна параметризация,
- ✓ мултиафинна параметризация,
- ✓ едномерна полиномиална параметризация,
- ✓ многомерна полиномиална параметризация,

- ✓ полиномиална сплайн параметризация.

Разработени са различни числени подходи за обработка на множество от линейни матрични неравенства, които гарантират изпълнимостта на полубезкрайната задача с линейни матрични неравенства. Повечето от тези подходи използват изразяване на параметрично зависима матрица в изрази на положително определени базисни функции, така че положителността на всеки коефициент да предполага положителност на параметрично зависимата матрица за всички параметри в определено множество. Впоследствие, използвайки B -сплайни като базисни функции, се получава смекчаване на условията на линейните матрични неравенства с полиномиална сплайн зависимост.

1.6 Изводи към глава 1

- ✓ Общият клас на линейните параметрични системи обхваща широка гама линейни системи, включително линейни стационарни системи с неопределености и линейни параметрични системи с променливи във времето параметри,
- ✓ Експоненциалната устойчивост и H_∞ и H_2 изпълнението на линейните параметрични система се изразяват с линейни параметрични неравенства, съдържащи безкрайномерни оптимизационни променливи и безкрайно много ограничения,
- ✓ Задачата за синтез на H_∞ и H_2 управления от пълен ред е изпъкнала за линейните динамични стационарни системи,
- ✓ H_∞ и H_2 синтез на управление от пълен ред за линейни стационарни системи чрез линейни матрични неравенства може да бъде разширен за линейни нестационарни системи и линейни параметрични системи с променливи във времето параметри, като върху променливите на неравенствата се наложат структурни ограничения, за да се получат удобни управления,
- ✓ Задачата за синтез на оптимално управление от пълен ред за неопределени линейни системи е трудно решима (тъй като е неизпъкнала оптимизационна задача), което се дължи главно на структурните ограничения на управлението,
- ✓ Задачата за многокритериално управление от пълен ред е неизпъкнала, дори и за линейни стационарни системи. Трябва да се въведат достатъчно силни ограничения, за да се получат изпъкнали (достатъчни) условия,
- ✓ Получено е реализируемо множество от изпъкнали условия, което е изразено чрез параметрична система линейни матрични неравенства с безкрайномерни променливи за оптимизиране и безкрайно много ограничения по следния начин – променливите на неравенствата се параметризират с полиномиални сплайнове, след което се прилага смекчаване на условията.

Глава 2.

2.1 Обединяващ подход за синтез на управление от фиксиран ред за линейни параметрични системи

В тази глава е представен обединяващ подход за синтез на многокритериални H_∞/H_2 управления от фиксиран ред за линейни параметрични системи чрез линейни матрични неравенства.

Този подход се основава на множество от предварително изчислени линейни параметрични управления от пълен ред, които стабилизират динамичната система за всички възможни траектории на параметрите, които се използват като параметри в достатъчни условия във вид на линейни матрични неравенства за построяване на управление от фиксиран ред. Синтезът на управление се изразява чрез формулирането на тези достатъчни условия във вид на линейни матрични неравенства. Сложността на управлението, която се определя напълно от броя на състоянията и от параметричната му зависимост, се задава предварително.

2.1.1 Формулиране на задачата за синтез на управление от фиксиран ред за линейни параметрични системи

Дадена е крайномерна линейна параметрична система, описана в пространството на състоянията със системата

$$\begin{cases} \dot{x} = A \alpha x + B_w \alpha w + B_u \alpha u \\ z = C_z \alpha x + D_{zw} \alpha w + D_{zu} \alpha u, \\ y = C_y \alpha x + D_{yw} \alpha w \end{cases} \quad (2.1)$$

с състояния $x: T \rightarrow \mathbf{R}^{n_x}$, външни влияния $w: T \rightarrow \mathbf{R}^{n_w}$, управляващ вход $u: T \rightarrow \mathbf{R}^{n_u}$, управляван изход за качество на изпълнение $z: T \rightarrow \mathbf{R}^{n_z}$ и измерен изход $y: T \rightarrow \mathbf{R}^{n_y}$. Предполага се, че всички матрици на системата са реални непрекъснати функции на външния параметър $\alpha: T \rightarrow \mathbf{R}^N$, ограничени за $t \in T$, и са с подходящи размерности.

Целта е да се създаде динамично управление с обратна връзка по изход от фиксиран ред от вида

$$\begin{cases} \dot{x}_c = A_c \alpha x_c + B_c \alpha y \\ u = C_c \alpha x_c + D_c \alpha y \end{cases} \quad (2.2)$$

с $x_c, t \in \mathbf{R}^q, q \leq n_x$, което експоненциално стабилизира линейната параметрична система (2.1) и удовлетворява H_∞ и/или H_2 оптимизационни критерии за изпълнение на затворената верига за $\alpha \in \tau$.

Ако матриците на управлението от (2.2) се групират по следния начин

$$\Theta \alpha := \begin{bmatrix} A_c \alpha & B_c \alpha \\ C_c \alpha & D_c \alpha \end{bmatrix}, \quad (2.3)$$

то взаимодействието на затворената верига на линейната параметрична система (2.1) с линейното параметрично управление от фиксиран ред (2.2) се дава с уравненията

$$H_{\Theta} : \begin{cases} \dot{x}_{c1} = A_{\Theta} \alpha x_{c1} + B_{\Theta} \alpha w, \\ z = C_{\Theta} \alpha x_{c1} + D_{\Theta} \alpha w \end{cases}, \quad (2.4)$$

където $x_{c1} \ t = \begin{bmatrix} x \ t' & x_c \ t' \end{bmatrix}' \in \mathbf{R}^{n_x+q}$ е обобщения вектор на състоянието на затворената верига. Ако се въведат матриците $A_{\Theta}, B_{\Theta}, C_{\Theta}, D_{\Theta}$, които са матриците на

$$\begin{bmatrix} A \alpha & B_w \alpha & B_u \alpha \\ C_z \alpha & D_{zw} \alpha & D_{zu} \alpha \\ C_y \alpha & D_{yw} \alpha & 0 \end{bmatrix} := \left[\begin{array}{cc|cc|cc} A \alpha & 0 & B_w \alpha & 0 & 0 & B_u \alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_q & 0 \\ \hline C_z \alpha & 0 & D_{zw} \alpha & 0 & 0 & D_{zu} \alpha \\ \hline 0 & I_q & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_y \alpha & 0 & D_{yw} \alpha & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \quad (2.5)$$

системата със затворена верига и с управление от фиксиран ред q , то матриците от затворената верига в (2.4) с управление $\Theta \alpha$ се изразяват по следния начин

$$\begin{bmatrix} A_{\Theta} \alpha & B_{\Theta} \alpha \\ C_{\Theta} \alpha & D_{\Theta} \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \alpha & B_w \alpha \\ C_z \alpha & D_{zw} \alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_u \alpha \\ D_{zu} \alpha \end{bmatrix} \Theta \alpha \begin{bmatrix} C_y \alpha & D_{yw} \alpha \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

По-нататък в труда матрицата $\Theta \alpha$ в уравнение (2.3) се нарича управление, като се има предвид управление на формата (2.2) от фиксиран ред.

2.1.2 Разширени условия за анализ

2.1.2.1 H_{∞} критерий за изпълнение

Нека $\Psi \alpha t \in \mathbf{R}^{n_x+n_u \times n_x+n_y}$ е управлението от пълен ред и е ограничена матрица за $\alpha \in \tau, t \in \mathbf{T}$, и нека $\Theta_a \alpha t \in \mathbf{R}^{n_x+n_u \times n_x+n_y}$ е получена от матрицата $\Theta \alpha t \in \mathbf{R}^{q+n_u \times q+n_y}$ чрез добавяне на експоненциално устойчива ненаблюдаема и/или неуправляема динамика, описана по-горе.

Системата със затворена верига H_{Θ} , дефинирана в уравнение (2.4), е експоненциално устойчива и

$$\|H_{\Theta}\|_{\infty} < \sqrt{\gamma},$$

ако съществуват ограничените матрици

$$P \alpha t \in \mathbf{S}_{+}^{2n_x} \quad X_1 \alpha t \in \mathbf{R}^{2n_x \times n_x+n_u}$$

$$X_2 \alpha t \in \mathbf{R}^{n_w \times n_x+n_u} \quad X_3 \alpha t \in \mathbf{R}^{n_x+n_u \times n_x+n_u}$$

за всички $\alpha \in \tau, t \in \mathbf{T}$, така че параметричните линейни матрични неравенства

$$R_{\Psi, \infty} \alpha t' \begin{bmatrix} \Phi \alpha t & 0 & 0 \\ 0 & -\gamma I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} R_{\Psi, \infty} \alpha t +$$

$$+He \left\{ \begin{bmatrix} X_1 \alpha t \\ X_2 \alpha t \\ X_3 \alpha t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Upsilon \alpha t & C_y \alpha t & \Upsilon \alpha t & D_{yw} \alpha t & -I \end{bmatrix} \right\} \prec 0 \quad (2.9)$$

са удовлетворени за всички $\alpha \in \tau$, $t \in T$, където $\Phi = \Phi_c$ в непрекъснатия случай и $\Phi = \Phi_d$ в дискретния случай.

2.1.2.2 H_2 критерий за изпълнение

Нека $\Psi \alpha t \in \mathbf{R}^{n_x+n_u \times n_x+n_y}$ е управлението от пълен ред и е ограничена матрица за $\alpha \in \tau$, $t \in T$, а $\Theta_a \alpha t \in \mathbf{R}^{n_x+n_u \times n_x+n_y}$ е разширеното управление, получено от управлението от фиксиран ред $\Theta \alpha \in \mathbf{R}^{q+n_u \times q+n_y}$ (уравнение (2.3) чрез добавяне на експоненциално устойчива ненаблюдаема и/или неуправляема динамика). В случая, когато $D_\Theta \alpha = 0$ за всички $\alpha \in \tau$, системата със затворена верига H_Θ , дефинирана в (2.4), е експоненциално устойчива и

$$\|H_\Theta\|_2^2 \prec \sup_{\alpha \in \tau} \limsup_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \|I_{n_z}\|_W^2 \alpha, 0, T \quad (2.10)$$

ако съществуват ограничени матрици

$$\begin{aligned} P \alpha t &\in \mathbf{S}_+^{2n_x} & X_3 \alpha t &\in \mathbf{R}^{n_x+n_u \times n_x+n_u} \\ W \alpha t &\in \mathbf{S}_+^{n_z} & X_4 \alpha t &\in \mathbf{R}^{n_z \times n_x+n_u} \\ X_1 \alpha t &\in \mathbf{R}^{2n_x \times n_x+n_u} & X_5 \alpha t &\in \mathbf{R}^{2n_x \times n_x+n_u} \\ X_2 \alpha t &\in \mathbf{R}^{n_w \times n_x+n_u} & X_6 \alpha t &\in \mathbf{R}^{n_w \times n_x+n_u} \end{aligned}$$

за $\alpha \in \tau$, $t \in T$, така че параметричните линейни матрични неравенства

$$R_{\Psi,2} \alpha t \begin{bmatrix} \Phi \alpha t & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix} R_{\Psi,2} \alpha t +$$

$$+He \left\{ \begin{bmatrix} X_1 \alpha t \\ X_2 \alpha t \\ X_3 \alpha t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Upsilon \alpha t & C_y \alpha t & \Upsilon \alpha t & D_{yw} \alpha t & -I \end{bmatrix} \right\} \prec 0 \quad (2.11a)$$

$$\begin{bmatrix} W \alpha t & C_\Psi \alpha t & D_{zu} \alpha t \\ * & P \alpha t & 0 \\ * & * & 0 \end{bmatrix} +$$

$$+He \left\{ \begin{bmatrix} X_4 \alpha t \\ X_5 \alpha t \\ X_6 \alpha t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \Upsilon \alpha t & C_y \alpha t & -I \end{bmatrix} \right\} \succ 0 \quad (2.11b)$$

са удовлетворени за всички $\alpha \in \tau$, $t \in T$, където $\Phi = \Phi_c$ в непрекъснатия случай и $\Phi = \Phi_d$ в дискретния случай.

В случай на дискретна линейна параметрична система H_Θ , дефинирана с (2.4), която не е строго собствена (т.е., $D_\Theta \alpha \neq 0$), линейните матрични неравенства (2.11б) трябва да се заменят със следните такива

$$\begin{bmatrix} W \alpha & C_\Psi \alpha & D_\Psi \alpha & D_{zu} \alpha \\ * & P \alpha & 0 & 0 \\ * & * & I & 0 \\ * & * & 0 & 0 \end{bmatrix} + \\ + He \left\{ \begin{bmatrix} X_4 \alpha \\ X_5 \alpha \\ X_6 \alpha \\ X_7 \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \Upsilon \alpha & C_y \alpha & \Upsilon \alpha & D_{yw} \alpha & -I \end{bmatrix} \right\} \succ 0,$$

което е еквивалентно на

$$\begin{bmatrix} W \alpha & -D_\Theta \alpha & D_\Theta \alpha' & C_\Theta \alpha \\ * & & & P \alpha \end{bmatrix} \succ 0,$$

които са достатъчни параметрични линейни матрични неравенства за анализ на H_2 изпълнението на системата (2.1) със затворена верига и управление от фиксиран ред (2.2). Изборът на управлението от пълен ред $\Psi \alpha$ е ирелевантен при анализа с линейните матрични неравенства (2.9) и (2.11). При все това, неравенствата за синтез, представени по-нататък, изискват стабилизиращо управление $\Psi \alpha$.

2.1.3 Условия за синтез на H_∞ и H_2 управления от фиксиран ред

В този раздел е обсъден нов подход за получаване на достатъчни параметрични линейни матрични неравенства за синтез на управление от фиксиран ред във формата (2.2) на линейната параметрична система (2.1), така че системата със затворена верига да е експоненциално устойчива и да удовлетворява един или повече H_∞ и/или H_2 оптимални критерия за изпълнението за всички траектории на параметрите $\alpha \in \tau$, $t \in T$. Подходът се основава на разширенията на получените H_∞ и H_2 изпълнения, и изисква множество от стабилизиращи управления от пълен ред

$$\Psi_j \alpha t \in \mathbf{R}^{n_x+n_u \times n_x+n_y}, \quad \alpha \in \tau, t \in T, j \in S,$$

където всеки индекс j отговаря на съответния оптимален критерий за изпълнение. С $S \subset N_+$ се обозначава множеството от индексите на изпълнението. Управленията от пълен ред $\Psi_j \alpha$ се изчисляват чрез подходи за изпъкнала оптимизация.

След получаването на достатъчните параметрични линейни матрични неравенства за синтез на управление от фиксиран ред се прилага подходът, разгледан в §2.1.3.1 в случая на H_∞ оптимален критерий, и подходът, разгледан в §2.1.3.2 в случая на H_2 оптимален критерий. След това се прилага разширението за многокритериално H_∞ и H_2 управление от фиксиран ред, дадено в §2.1.3.3.

2.1.3.1 H_∞ синтез на управление от фиксиран ред

Нека $\Psi \alpha t \in \mathbf{R}^{n_x+n_u \times n_x+n_y}$ е стабилизиращо управление от пълен ред за системата (2.1). Нека с $A_\Psi \alpha$, $B_\Psi \alpha$, $C_\Psi \alpha$ и $D_\Psi \alpha$ са означени съответните матрици на затворената верига, аналогично на (2.4). За предварително фиксиран ред на управление q $0 \leq q \leq n_x$, нека $A_{22} \alpha t \in \mathbf{R}^{n_x-q \times n_x-q}$ (заедно с A_{12} и C_2 от уравнение (2.7)) съответства на експоненциално устойчива динамика, използвана за разширението на управлението от фиксиран ред до управление от пълен ред.

Ако съществуват ограничени матрици

$$P \alpha t \in \mathbf{S}_+^{2n_x},$$

$$\bar{\Theta} \alpha = \begin{bmatrix} \bar{\Theta}_{11} \alpha & \bar{\Theta}_{12} \alpha & \bar{\Theta}_{13} \alpha \\ 0 & 0_{n_x-q \times n_x-q} & 0 \\ \bar{\Theta}_{21} \alpha & \bar{\Theta}_{22} \alpha & \bar{\Theta}_{23} \alpha \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

с $\bar{\Theta}_{11} \alpha t \in \mathbf{R}^{q \times q}$, $\bar{\Theta}_{12} \alpha t \in \mathbf{R}^{q \times n_x-q}$, и $\bar{\Theta}_{23} \alpha t \in \mathbf{R}^{n_u \times n_y}$, и

$$Y \alpha = \begin{bmatrix} Y_{11} \alpha & Y_{12} \alpha & Y_{13} \alpha \\ 0 & Y_{22} \alpha & 0 \\ Y_{31} \alpha & Y_{32} \alpha & Y_{33} \alpha \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

с $Y_{11} \alpha t \in \mathbf{R}^{q \times q}$, $Y_{22} \alpha t \in \mathbf{R}^{n_x-q \times n_x-q}$, и $Y_{33} \alpha t \in \mathbf{R}^{n_u \times n_u}$, за всички $\alpha \in \tau$, $t \in T$, така че параметричното линейно матрично неравенство

$$R_{\Psi,\infty} \alpha t \begin{bmatrix} \Phi \alpha t & 0 & 0 \\ 0 & -\gamma I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} R_{\Psi,\infty} \alpha t + \\ + He \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z \alpha t & C_y \alpha t & Z \alpha t & D_{yw} \alpha t & -Y \alpha t \end{bmatrix} \right\} \prec 0 \quad (2.14)$$

е удовлетворено за всички $\alpha \in \tau$, $t \in T$, с

$$Z \alpha := \bar{\Theta} \alpha + Y \alpha \left(\begin{bmatrix} 0_{q \times q} & 0 & 0 \\ 0 & A_{22} \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0_{n_u \times n_y} \end{bmatrix} - \Psi \alpha \right), \quad (2.15)$$

където $\Phi = \Phi_c$ в непрекъснатия случай и $\Phi = \Phi_d$ в дискретния случай. Тогава управлението от фиксиран ред във вида

$$\Theta \alpha = \begin{bmatrix} Y_{11} \alpha & Y_{13} \alpha \\ Y_{31} \alpha & Y_{33} \alpha \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \bar{\Theta}_{11} \alpha & \bar{\Theta}_{13} \alpha \\ \bar{\Theta}_{21} \alpha & \bar{\Theta}_{23} \alpha \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

стабилизира линейната параметрична система (2.1) с гарантирана граница $\|H_\Theta\|_\infty \prec \sqrt{\gamma}$ за H_∞ критерия по изпълнението на затворената верига.

2.1.3.2 H_2 синтез на управление от фиксиран ред

Нека $D_{zw} \alpha = 0$, $D_{zu} \alpha = 0$ и $D_{yw} \alpha = 0$ за всички $\alpha \in \tau$, отговарящ на непрекъснат случай и крайна H_2 норма. Нека $\Psi \alpha t \in \mathbf{R}^{n_x+n_u \times n_x+n_y}$ (представено аналогично на вида в уравнение (2.3)) е стабилизиращо управление от пълен ред за системата (2.1). Нека с $A_\Psi \alpha$, $B_\Psi \alpha$, $C_\Psi \alpha$, $D_\Psi \alpha$ са означени съответните матрици на затворената верига с това управление, аналогично на (2.4). За предварително фиксиран ред на управление q $0 \leq q \leq n_x$, нека $A_{22} \alpha t \in \mathbf{R}^{n_x-q \times n_x-q}$, заедно с A_{12} и C_2 от уравнение (2.7), съответстват на експоненциално устойчива динамика, допълваща управлението от фиксиран ред до управление от пълен ред. В случаите, когато могат да бъдат намерени ограничени матрици

$$P \alpha t \in \mathbf{S}_+^{2n_x} \quad \bar{\Theta} \alpha t \in \mathbf{R}^{q+n_u \times n_x+n_y}$$

$$W \alpha t \in \mathbf{S}_+^{n_z} \quad Y \alpha t \in \mathbf{R}^{n_x+n_u \times n_x+n_u}$$

за $\alpha \in \tau$, $t \in \mathbf{T}$, където $\bar{\Theta} \alpha$ и $Y \alpha$ се определят с (2.12) и (2.13), така че параметричните линейни матрични неравенства

$$R_{\Psi,2} \alpha t \begin{bmatrix} \Phi \alpha t & 0 & 0 \\ 0 & -\gamma I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} R_{\Psi,2} \alpha t + \\ + He \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z \alpha t & C_y \alpha t & Z \alpha t & D_{yw} \alpha t & -Y \alpha t \end{bmatrix} \right\} \prec 0 \quad (2.17a)$$

$$\begin{bmatrix} W \alpha t & C_\Psi \alpha t & D_{zu} \alpha t \\ * & P \alpha t & 0 \\ * & * & 0 \end{bmatrix} + \\ + He \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -Z \alpha t & C_y \alpha t & Y \alpha t \end{bmatrix} \right\} \succ 0 \quad (2.17b)$$

са удовлетворени за $\alpha \in \tau$, $t \in \mathbf{T}$, при $Z \alpha$, определено с уравнение (2.15), то управлението от фиксиран ред от вида (2.16), стабилизира системата (2.1) и гарантира точна горна граница на нормата на управлението

$$\|H_\Theta\|_2^2 \prec \sup_{\alpha \in \tau} \limsup_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \|I_{n_z}\|_{W \alpha, 0, T}^2$$

за H_2 изпълнението на затворената верига. H_2 управление от фиксиран ред може да бъде синтезирано и в случая, когато матриците D_{zw} , D_{zu} и D_{yw} са ненулеви.

За да се стигне до изпъкнали условия на синтез, върху променливите $X_j \alpha$, $j=1, \dots, 6$ в (2.9) и (2.11) се налагат структурни ограничения в условието за

анализ (2.9). Също така,

$$\begin{array}{lll} X_1 \alpha = 0 & X_3 \alpha = Y \alpha & X_5 \alpha = 0 \\ X_2 \alpha = 0 & X_4 \alpha = 0 & X_6 \alpha = -Y \alpha \end{array}$$

в условията (2.11). Тогава управлението от фиксиран ред се дава във вида (2.16).

Параметризиране на управлението Всички променливи за оптимизация в (2.14) и (2.17) могат да бъдат параметрично зависими. Чрез налагането на параметризация на променливите на линейните матрични неравенства от (2.16) е ясно, че може да

$$\bar{\Theta}_{11} \alpha \quad \bar{\Theta}_{13} \alpha \quad \bar{\Theta}_{21} \alpha \quad \bar{\Theta}_{23} \alpha \quad (2.18a)$$

$$Y_{11} \alpha \quad Y_{13} \alpha \quad Y_{31} \alpha \quad Y_{33} \alpha \quad (2.18b)$$

бъде избрана всяка желана параметризация на управлението от фиксиран ред.

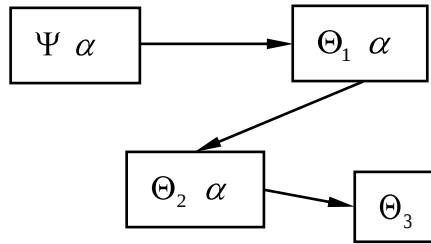
Намаляване на реда с итеративна процедура Подходите, разгледани в §2.1.3.1 и §2.1.3.2 могат да бъдат обобщени по следния начин. За множеството от управления от фиксиран ред

$$\Psi_j \alpha t \in \mathbf{R}^{p+n_u \times p+n_y}, \quad \alpha \in \tau, t \in T, j \in S,$$

където $0 \leq p \leq n_x$, отговарящи на управленията от ред p , може да се синтезира управление от ред q $0 \leq q \leq p$. Размерността на параметрите/променливите на неравенствата се обобщават, както следва:

$$P \alpha t \in \mathbf{S}^{n_x+p}, \quad \bar{\Theta}_{12} \alpha t \in \mathbf{R}^{q \times p-q}, \quad Y_{22} \alpha t \in \mathbf{R}^{p-q \times p-q}$$

и $A_{22} \alpha t \in \mathbf{R}^{p-q \times p-q}$. Това обобщаване позволява итеративно прилагане на разгледаните подходи за синтез на управление от фиксиран ред, така че постепенно да се намали както броят на състоянията на управлението, така и сложността на представянето на управлението. Фиг.2.2 илюстрира тази концепция за повторно намаляване на реда на управлението. Започвайки от стабилизиращо линейно параметрично управление от пълен ред $\Psi \alpha$, синтезните линейни матрични



фигура 2.2: Процедура за намаляване на реда на управление

неравенства от фиксиран ред могат да бъдат итеративно приложени.

2.1.3.3 Многокритериално управление

За много практически приложения е желателно да се наложат повече от един (обикновено противоречиви) критерий за построяване на управлението.

Такива задачи са например, свеждането до минимум на границата на H_∞ изпълнението, подчинено на H_2 изпълнението, или минимизирането на претеглената комбинация от различните граници на изпълнението.

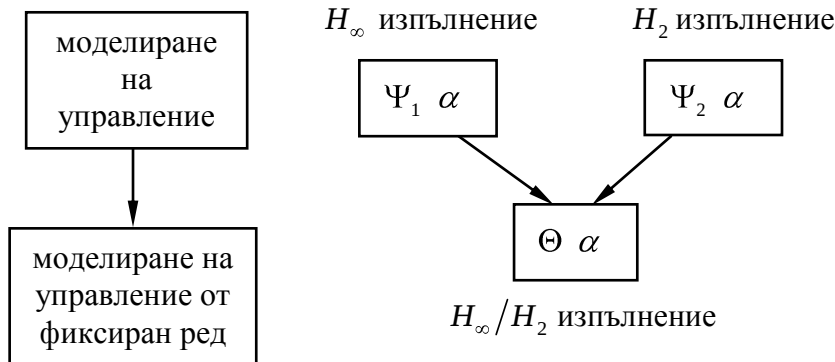
Всеки критерий на изпълнението $j \in S$ се налага чрез подходящо определяне на матриците за подбор L_j и R_j както следва

$$\begin{cases} \dot{x} = A \alpha x + B_w \alpha w_j + B_u \alpha u \\ z_j = L_j C_z \alpha x + L_j D_w \alpha w_j + L_j D_u \alpha u \\ y = C_y \alpha x + D_y \alpha w_j \end{cases}$$

където $w_j := R_j w$ и $z_j := L_j z$. Системата със затворена верига, съответстваща на канала за изпълнение $j \in S$, се обозначава с

$$H_{\Theta,j} : \begin{cases} \dot{x}_{c1} = A_{\Theta} \alpha x_{c1} + B_{\Theta,j} \alpha w_j \\ z_j = C_{\Theta,j} \alpha x_{c1} + D_{\Theta,j} \alpha w_j \end{cases}, \quad (2.19)$$

където $B_{\Theta,j} \alpha = B_{\Theta} \alpha R_j$, $C_{\Theta,j} \alpha = L_j C_{\Theta} \alpha$, и $D_{\Theta,j} \alpha = L_j D_{\Theta} \alpha R_j$.



фигура 2.3: Синтез на управление от фиксиран ред

2.4 Изводи към глава 2

- ✓ Задачата за синтез на управление от фиксиран ред е неизпъкнала, дори и за линейни стационарни системи,
- ✓ Разгледана е разширена система линейни матрични неравенства за анализ на H_{∞} и H_2 изпълнението на система със затворена верига при дадено управление от фиксиран ред чрез изразяване на матриците, описващи затворената верига, като функция на произволно управление от пълен ред за същата система,
- ✓ Чрез налагането на структурни ограничения върху променливите в разширените линейни матрични неравенства се получават достатъчни линейни матрични неравенства за синтез на многокритериални H_{∞}/H_2 управления от фиксиран ред за линейни параметрични системи, изискващи предварително изчислено стабилизиращо управление от пълен ред за всеки критерий на изпълнение,
- ✓ Синтезирането чрез линейни матрични неравенства от фиксиран ред позволява получаването на строго собствени управления,
- ✓ Приложен е итеративен подход чрез линейни матрични неравенства за синтез на многокритериално управление от фиксиран ред, така че реда на управлението постепенно да се намали.

Глава 3.

3.1 Синтез на управление от фиксиран ред на линейни параметрични системи с променливи във времето параметри

Синтезът на линейни параметрични управления от фиксиран ред (т.е. с предварително зададени ред и параметрична зависимост) не е изучен подробно. Има подходи, които осигуряват синтез на управление от ред, по-голям или равен на реда на основната система, минус размерността на вектора на състоянията. Други алгоритми за синтез на управления от фиксиран ред, които са много успешни за линейни стационарни системи, не могат да се приложат за линейните параметрични динамични системи. Съществуват методи за изпъкнало оптимизиране, които са приложими за линейни параметрични динамични системи, но изискват изчислителни ресурси. Съществува подход за числен синтез на множество произволни начални управления, които впоследствие се използват за построяването на едно линейно параметрично управление. Това води до тежка изчислителна процедура за пресмятането на подходящо линейно параметрично управление. Освен това, този подход не позволява всички системни матрици да бъдат параметрично зависими.

В тази глава представеният в глава 2 подход за синтез на управление от фиксиран ред, се прилага за синтез на линейни параметрични управления от фиксиран ред с дробно-рационална зависимост от параметри, където степента на полиномите в числителя и знаменателя, както и броят на състоянията са предварително зададени. Подходът позволява полиномиална параметрична зависимост на всички системни матрици, използва многокритериална оптимизация и дава интуитивни указания за избора на начално управление от пълен ред при синтеза на управления от фиксиран ред за линейни параметрични системи. Освен това, се вземат предвид границите за скоростта на изменение на параметрите. Това прави предлагания метод привлекателен, както изчислително, така и практически, в сравнение със съществуващите подходи.

3.1.1 Формулиране на задачата

Дадено е крайномерно линейно параметрично пространство на състоянията (2.1). Параметърът α е предварително неизвестен, измерим в реално време и променящ се във времето. Разглежда се линейна нестационарна параметрична динамична система от вида

$$\begin{cases} \dot{x} = A(\alpha)x + B_w(\alpha)w + B_u(\alpha)u \\ z = C_z(\alpha)x + D_{zw}(\alpha)w + D_{zu}(\alpha)u \\ y = C_y(\alpha)x + D_{yw}(\alpha)w \end{cases} \quad (3.1)$$

с състояние $x: T \rightarrow \mathbf{R}^{n_x}$, външни влияния $w: T \rightarrow \mathbf{R}^{n_w}$, управление $u: T \rightarrow \mathbf{R}^{n_u}$, управляван изход за качеството на изпълнение $z: T \rightarrow \mathbf{R}^{n_z}$ и измерен изход $y: T \rightarrow \mathbf{R}^{n_y}$. Всички матрици на системата са реални непрекъснати функции на параметъра $\alpha: T \rightarrow \mathbf{R}^N$, ограничени за всички $t \in T$. Приема се, че са известни границите на скоростта на изменение на параметъра $\alpha \in \tau$.

Целта е синтез на оптимално линейно параметрично управление от фиксиран ред за разглежданата система (3.1) от вида

$$\begin{cases} \dot{x}_c = A_c \alpha x_c + B_c \alpha u \\ u = C_c \alpha x_c + D_c \alpha y \end{cases} \quad (3.2)$$

с $x_c \in \mathbf{R}^q$, $q < n_x$, и с предварително определена параметрична зависимост, която експоненциално стабилизира системата (3.1) така, че да са изпълнени един или повече оптимизационни H_∞/H_2 критерия за затворената верига.

Тъй като системата (3.1) и управлението от фиксиран ред (3.2) зависят от параметри, променящи се във времето, съответните линейни матрични неравенства (2.14) и (2.17), описващи H_∞ и H_2 синтеза на управлението, се получават безкрайномерни. Поради това те са числено нереализуеми.

3.1.2 Смекчаване на условията

Първата стъпка при численото решаване на поставената задача е получаване на крайномерна система линейни матрични неравенства за всички $\alpha \in \tau$. За тази цел тук е разгледана техника, която използва изпъкнал многостен $\Omega \in \mathbf{R}^{2N}$ за област на параметъра α и полиномиална параметрична зависимост за системните матрици. Всяка точка на областта $\alpha, \Delta\alpha \in \Omega$ се изразява като изпъкнала комбинация от всички върхове на многостена Ω . В дисертацията се прилага опростено подразделяне на областта Ω и последваща хомогенизация, за да се получи крайномерна система от достатъчни линейни матрични неравенства.

Подходът се състои от следните стъпки:

1. Първо, всяка функционална стойност $\alpha, \Delta\alpha \in \Omega$ се изразява като изпъкнала комбинация от върховете на Ω . Изпъкналият многостен Ω се разделя на ограничено множество от изпъкнали многостени с по-малко върхове от тези на Ω , които се обозначават с Ω^i , $i=1, \dots, D$, където $D \in N_+$ е броят на многостените.
2. Изразяване на параметричните линейни матрични неравенства (2.14) и (2.17) чрез параметрите $\beta^i : N \rightarrow \mathbf{R}^{M_i}$, $i=1, \dots, D$, което води до следните еквивалентни съотношения за H_∞ синтеза

$$R_{\Psi,\infty}^i \beta^i / \begin{bmatrix} -P^i & \beta^i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P^i & \beta^i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\gamma I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} R_{\Psi,\infty}^i \beta^i +$$

$$+ He \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z^i & \beta^i & C_y^i & \beta^i & Z^i & \beta^i & D_{yw}^i & \beta^i & -Y^i & \beta^i \end{bmatrix} \right\} < 0 \quad (3.4)$$

за $i=1, \dots, D$.

3. Премахване на зависимостта на параметричните неравенства (3.4) от времето.

4. За получената система от стандартни параметрични линейни матрични неравенства се прилагат техники за извличане на крайна подсистема от достатъчни линейни неравенства. В тази работа се прилага подход, използващ хомогенна полиномиална зависимост от параметъра $\alpha \in \tau$ на всички променливи на неравенствата от параметрите, които се намират в единичен симплекс. Тогава (3.4) могат да се пренапишат като хомогенни полиномиално параметрично зависими линейни матрични неравенства.

3.2 Робастно управление от фиксиран ред на линейни стационарни системи с неопределености

Дори и за напълно определени линейни стационарни системи съществуването на изпъкнало необходимо и достатъчно условие за моделиране на управление от фиксиран ред не е известно. За синтеза на управление от фиксиран ред за линейни стационарни системи са разработени успешни консервативни изпъкнали подходи, но разширяването им върху системи с параметрична неопределеност среща трудности.

Разработен е итеративен подход на базата на линейни матрични неравенства за синтез на статично управление с обратна връзка по изходи за линейни стационарни системи, непрекъснати по времето с параметрична неопределеност, базиран на предварително пресметнато параметрично зависимо управление с обратна връзка по състояние за специална разширена система.

Този подход може да се разшири за робастно управление от фиксиран ред. За напълно определени линейни стационарни системи са получени достатъчни линейни матрични неравенства за точно моделиране на обратната връзка със статични изходи, включващи скаларни параметри в неравенствата, за да се намали консерватизма за сметка на по-голяма числена сложност.

Подходът от глава 2 се разширява с итеративна процедура, използваща линейни матрични неравенства, която моделира робастни H_∞/H_2 управления с високо изпълнение за линейни стационарни системи с параметрична неопределеност. Този подход:

- ✓ е приложим при всеки предварително определен ред на управлението,
- ✓ позволява полиномиална зависимост за параметрите на системните матрици,
- ✓ разглежда многокритериална оптимизация за изпълнението,
- ✓ позволява значително намаляване на консерватизма чрез итеративно изчисляване на робастни управления с по-добро изпълнение.

3.2.1 Формулиране на задачата

Дадена е крайномерна динамична система в пространството на състоянията, чийто системни матрици зависят линейно от параметър (2.1). Параметърът α е неизвестен и е константа.

$$\begin{cases} \dot{x} = A_\alpha x + B_w \alpha w + B_u \alpha u \\ z = C_z \alpha x + D_{zw} \alpha w + D_{zu} \alpha u \\ y = C_y \alpha x + D_{yw} \alpha w \end{cases} \quad (3.9)$$

със състояние $x: T \rightarrow \mathbb{R}^{n_x}$, външни влияния $w: T \rightarrow \mathbb{R}^{n_w}$, управление $u: T \rightarrow \mathbb{R}^{n_u}$, управляван изход за качеството на изпълнение $z: T \rightarrow \mathbb{R}^{n_z}$ и измерен изход

$y: T \rightarrow \mathbf{R}^{n_y}$. Предполага се, че матриците на системата зависят полиномиално от параметъра $\alpha \in \Lambda$, където $\Lambda \in \mathbf{R}^N$ е ограничен изпъкнал многостен.

Целта е моделиране на робастно оптимално управление по обратна връзка

$$\begin{cases} \dot{x}_c = A_c x_c + B_c y \\ u = C_c x_c + D_c y \end{cases} \quad (3.10)$$

с предварително зададен фиксиран ред q $0 \leq q \leq n_x$, което стабилизира неопределената система (3.9) и удовлетворява един или повече H_∞ и/или H_2 критерия за оптималност за изпълнението на затворената верига за всички $\alpha \in \Lambda$. Оптимизира се най-лошото изпълнение.

Нека $H_\Theta \alpha$ е затворената система, дефинирана с (2.4):

$$H_\Theta : \begin{cases} \dot{x}_{c1} = A_{\Theta \alpha} x_{c1} + B_{\Theta \alpha} w \\ z = C_{\Theta \alpha} x_{c1} + D_{\Theta \alpha} w \end{cases}$$

За фиксирано $\alpha \in \Lambda$, H_∞ и H_2 нормите на $H_\Theta \alpha$ са означени с $\|H_\Theta \alpha\|_\infty$, и $\|H_\Theta \alpha\|_2$. Съответстващите най-лоши H_∞ и H_2 изпълнения на $H_\Theta \alpha$ ще бъдат $\max_{\alpha \in \Lambda} \|H_\Theta \alpha\|_\infty$ и $\max_{\alpha \in \Lambda} \|H_\Theta \alpha\|_2$.

3.2.2 Итерационна процедура с линейни матрични неравенства

За итеративно пресмятане на робастни H_∞ управления (от същия ред) с подобрена стойност на изпълнението чрез линейни матрични неравенства се използва следната последователност от действия:

1. Използвайки условието (2.14), се изчислява робастно управление Θ^0 от предварително избран фиксиран ред q и задължително подобрена стойност γ^0 на H_∞ критерия;
2. Задава се $k := 1$;
3. Замества се променливата Θ^{k-1} на решението в условието (2.9) и се оптимизира по матрицата на *Ляпунов* $P \alpha$ и по променливите $X_j \alpha$, $j = 1, 2, 3$, така че границата на изпълнението γ_a^k да се минимизира. Тъй като замяната на условието, съответстващо на предишния етап, предполага че условието (2.9) е изпълнено за $\gamma_a^k = \gamma^{k-1}$, се получава $\gamma_a^k \leq \gamma^{k-1}$;
4. Заместват се променливите на решението $X_j \alpha$ (от предишната стъпка) в условие (2.9) и се оптимизира границата на изпълнението γ^k по матрицата на *Ляпунов* $P \alpha$ и променливите на управлението Θ^k , $A_{12} \alpha$, $A_{22} \alpha$ и $C_2 \alpha$. Тъй като Θ^{k-1} е решение, се получава, че $\gamma^k \leq \gamma_a^k$;
5. При предварително зададена стойност на ε , процедурата спира, ако

$\left| \gamma^k - \gamma^{k-1} \right| / \gamma^{k-1} < \varepsilon$. В противен случай се задава $k := k + 1$ и се връща към стъпка 3.

3.3 Изводи към глава 3

- ✓ За да се получат робастни управления от фиксиран ред с високо изпълнение, е разгледан подход, използващ линейни матрични неравенства от фиксиран ред заедно с итеративна процедура,
- ✓ Предложената итеративна процедура с използване на линейни матрични неравенства е съществено разширение за моделиране на робастно управление. А именно, в сравнение със случаите на линейни стационарни и линейни параметрични системи, изборът на начално управление от пълен ред (в синтеза на линейни матрични неравенства от фиксиран ред) за получаване на робастни управления с високо изпълнение от фиксиран ред е сложен, предполагащ консервативни резултати,
- ✓ Консерватизмът при моделиране на робастни H_∞/H_2 управления от фиксиран ред е значително намален чрез използването на итеративни линейни матрични неравенства за различните променливи за оптимизация.

Глава 4.

4.1 Синтез на управления от фиксиран ред за линейни нестационарни системи

В тази глава се разглежда комбиниран подход за синтез на многокритериални H_∞/H_2 управления от фиксиран ред за линейни нестационарни системи със закъснения в състоянието, входа и/или изхода:

- ✓ намаляване на реда на системата – оригиналната нестационарна система се апроксимира с достатъчна точност с линейна стационарна система,
- ✓ синтез на управление от фиксиран ред чрез подхода с линейни матрични неравенства, представен в глава 2. Полученото управление от фиксиран ред е апроксимация без закъснение,
- ✓ валидиране на управлението на първоначалната линейна нестационарна система.

Построяването на управления от фиксиран ред за линейни нестационарни системи е задача, еквивалентна на моделиране на управление от фиксиран ред за безкрайномерна линейна стационарна система, и е задача за неизпъкнато оптимизиране. Необходимо е да се приложи подход за свеждане на безкрайномерната система до крайномерна линейна стационарна система. Към последната се прилага подхода от глава 2 за моделиране на управление от фиксиран ред с обратна връзка, което се валидира за оригиналната линейна нестационарна система.

В първата стъпка за намаляване на реда, наличието на закъснения в състоянието на оригиналната линейна нестационарна система се решава чрез замяната ѝ с еквивалентна на нея безкрайномерна линейна стационарна система. Следва дискретизация на тази система, която води до стандартна крайномерна линейна стационарна система, която е подходяща за редуциране. Точността на дискретизация зависи от избора на интерполационните точки. Те се избират така, че да се оптимизира точността на собствените стойности. При това преносната функция на дискретизираната система съвпада в няколко момента с преносната функция на оригиналната система. Тъй като дискретизираната линейна стационарна система е с голяма размерност, тя се редуцира чрез проектирането ѝ в подпространство, използвайки метода *Паде-Крилов*, като се запазват свойствата на моментите на системата. При изграждането на пространството на *Крилов*, не е необходимо броят на дискретизиращите точки в спектралната апроксимация да бъде предварително избран. Така процесът на намаляване на реда на системата може да бъде повторен, ако точността на редуцираната система е недостатъчна.

4.1.1 Формулиране на задачата

Разглежда се непрекъснатата линейна нестационарна система във вида

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_0 x(t) + \sum_{i=1}^{m_x} A_i x(t - \tau_i) + \sum_{i=1}^{m_u} B_i u_i(t - \mu_i) \\ y_i(t) = C_i x(t - \nu_i) + \sum_{j=1}^{m_u} D_{ij} u_j(t - \nu_i - \mu_j), \quad i = 1, \dots, m_y \end{cases} \quad (4.1)$$

където $x(t) \in \mathbf{R}^{n_x}$ е състоянието, $u_i(t)$, $i = 1, \dots, m_u$ са (многомерните) входове, а $y_i(t)$, $i = 1, \dots, m_y$ са (многомерните) изходи. Величините τ_i , $i = 1, \dots, m_x$,

$\mu_i, i=1, \dots, m_u$ и $\nu_i, i=1, \dots, m_y$ са закъсненията в състоянията, входовете и изходите, като

$$\tau_{\max} = \max_{i \in 1, \dots, m_x} \tau_i.$$

Входовете u_i и изходите y_i са групирани във вектори, както следва

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u'_1 & \dots & u'_{m_u} \end{bmatrix} : T \rightarrow \mathbf{R}^{n_u}, \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} y'_1 & \dots & y'_{m_y} \end{bmatrix} : T \rightarrow \mathbf{R}^{n_y},$$

като се предполага, че броят на скаларните входове не надвишава размерността на състоянието на системата, т.е. $n_u \leq n_x$. Входът $\mathbf{u}$ и изходът $\mathbf{y}$ се разделят на

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix},$$

където $\mathbf{u}_1$ са външните входове (смуцения), $\mathbf{u}_2$ са управляващите входове, $\mathbf{y}_1$ са регулираните изходи, а $\mathbf{y}_2$ са измерените изходи.

Основната цел е да се създаде динамично линейно управление по обратна връзка от фиксиран ред

$$K : \begin{cases} \dot{x}_c = A_c x_c + B_c y_2 \\ \mathbf{u}_2 = C_c x_c + D_c y_2 \end{cases} \quad (4.2)$$

с $x_c \in \mathbf{R}^q, q \in \mathbf{N}$, стабилизиращо експоненциално линейната нестационарна система (4.1) и удовлетворяващо един или повече H_∞/H_2 критерия за оптималност за качеството на изпълнение по затворената верига от $\mathbf{u}_1$ към $\mathbf{y}_1$.

Дефинирайки блоковите матрици

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} B_1 & \dots & B_{m_u} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_{m_y} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} D_{11} & \dots & D_{1m_u} \\ \vdots & & \vdots \\ D_{m_y 1} & \dots & D_{m_y m_u} \end{bmatrix}$$

и преносните функции

$$\begin{aligned} \Gamma_x s &= \mathbf{C} \left(s\mathbf{I} - A_0 - \sum_{i=1}^{m_x} A_i e^{-s\tau_i} \right)^{-1} \mathbf{B} + \mathbf{D}, \\ \Gamma_y s &= \text{diag} \, e^{-s\nu_1} I, \dots, e^{-s\nu_{m_y}} I, \\ \Gamma_u s &= \text{diag} \, e^{-s\mu_1} I, \dots, e^{-s\mu_{m_u}} I, \end{aligned} \quad (4.3)$$

преносната функция на системата (4.1) се изразява чрез

$$\Gamma s := \Gamma_y s \, \Gamma_x s \, \Gamma_u s. \quad (4.4)$$

Преносната функция Γ_x съответства на линейната нестационарна система със закъснения само по състояния, докато Γ_y и Γ_u характеризират закъсненията по изходите и входовете на линейната нестационарна система (4.1).

Декомпозицията (4.4) се използва, за да се получи линейна стационарна апроксимация на нестационарната система (4.1). Впоследствие подходът от глава 2 се прилага за построяване на H_∞/H_2 управление от фиксиран ред за апроксимираната система и следователно и за оригиналната линейна нестационарна система, когато апроксимацията е достатъчно точна.

4.2 Комбинирана структура и синтез на управлението

Комбинираното проектиране и управление представлява едновременно оптимизация на структурните параметри и ефективно управляващо устройство за дадена система, по отношение на предварително зададените спецификации за изпълнение. Тъй като определянето на структурните параметри и построяването на управление не са независими, едновременната оптимизация позволява по-добро изпълнение в сравнение с управление, построено за структура с предварително фиксирани структурни параметри. Едновременното моделиране води до трудно решими неизпъкнали оптимизационни задачи. Предлагани са различни алгоритми за обединено моделиране на структура и управление, но те като цяло са трудно реализируеми и не гарантират приближаване до локален оптимум.

4.2.1 Формулиране на задачата

Разглежда се крайномерна линейна параметрична система

$$\begin{cases} \square \\ x = A \alpha x + B_w \alpha w + B_u \alpha u \\ z = C_z \alpha x + D_{zw} \alpha w + B_{zu} \alpha u \\ y = C_y \alpha x + D_{yw} \alpha w \end{cases} \quad (4.25)$$

със състояния $x: T \rightarrow \mathbf{R}^{n_x}$, външни влияния $w: T \rightarrow \mathbf{R}^{n_w}$, управление $u: T \rightarrow \mathbf{R}^{n_u}$, управляван изход за качеството на изпълнение $z: T \rightarrow \mathbf{R}^{n_z}$ и измерен изход $y: T \rightarrow \mathbf{R}^{n_y}$. Предполага се, че всички системни матрици имат полиномиална сплайн зависимост от независещия от времето параметър $\alpha \in \Lambda$, където $\Lambda \subset \mathbf{R}^N$ е декартовото произведение на N ограничени интервали:

$$\Lambda = [\underline{\alpha}_1, \bar{\alpha}_1] \times [\underline{\alpha}_2, \bar{\alpha}_2] \times \dots \times [\underline{\alpha}_N, \bar{\alpha}_N].$$

Целта е моделиране на управление с обратна връзка

$$K: \begin{cases} \square \\ x_c = A_c x_c + B_c y \\ u = C_c x_c + D_c y \end{cases} \quad (4.26)$$

с $x_c \in \mathbf{R}^q$ $0 \leq q \leq n_x$ за системата (4.25), такава, че едновременно да са изпълнени един или повече H_∞/H_2 критерия за оптималност на изпълнението за затворената верига и структурният параметър $\alpha \in \Lambda$ да е оптимален.

4.2.2 Методология

Подходът използва линейни параметрични матрични неравенства за синтез с линейно параметрично вариране.

Подходът се състои от следните две стъпки:

1. Използвайки подхода за синтез на линейно параметрично зависимо управление, чрез решаване само на една изпъкнала оптимизационна задача се построява управление $K \alpha$, като се постига високо изпълнение на затворената верига за всяка стойност на параметъра $\alpha \in \Lambda$. Това се постига чрез оптимизиране на границата $p > 0$ на изпълнението със затворена верига като функция на инвариантния във времето параметър $\alpha \in \Lambda$:

$$\min_{K, p} \int_{\Lambda} p(\alpha) d\alpha \quad (4.27)$$

чрез линейно параметричен синтез на линейни матрични неравенства, зависещи от $K(\alpha)$, $p(\alpha)$,

2. Минимизиране на получената граница на изпълнението $p(\alpha)$ спрямо $\alpha \in \Lambda$, и избиране на управление, отговарящо на оптималната стойност на α . Пресмята се

$$\alpha_{opt} := \arg \min_{\alpha \in \Lambda} p(\alpha)$$

и се избира $K := K(\alpha_{opt})$.

4.3 Изводи към глава 4

- ✓ Полиномиалните B -сплайн параметризации са много ефективни за получаване на приблизителни решения на задачи за комбинирано определяне на оптимална структура и управление,
- ✓ Изпъкналите линейно-параметрични екстремални подходи позволяват едновременно оптимизация на управление и структурни параметри чрез оптимизиране на изпълнението на затворената верига като функция на параметър (вместо оптимизиране на най-лошото изпълнение),
- ✓ Чрез решаване на двойствената на разглежданата (първоначалната) оптимизационна задача се получава долната граница на изпълнението със затворена верига като функция на параметър, като така се влияе върху консерватизма на решението,
- ✓ Използването на полиномиални променливи с вътрешни възли, локално засягащи решението, може да доведе до значително намаляване на консерватизма в сравнение с полиномиалните параметризации с подобна числена сложност. Освен това, вмъкването на възел е привлекателна алтернатива на повишаване на степента,
- ✓ Предимствата на предлагания подход са демонстрирани чрез едновременно моделиране на управление с обратна връзка по състояние и оптимизация на структурните параметри за сеизмична изолация на сграда.

Приноси

Приносите в настоящия дисертационен труд имат научен и научно-приложен характер и се състоят в:

- ✓ Разработен е подход с изпъкнали достатъчни условия за синтез на управления от фиксиран ред на линейни динамични параметрични системи, който е:
 - ✓ структурно прост,
 - ✓ удовлетворява множество (най-често противоречиви) проектни цели при синтеза,
 - ✓ робастен,
 - ✓ приложим за *ММО* системи,
 - ✓ осигурява управление в реално време.
- ✓ Разработеният подход за синтез на управление е разширен с итеративна изпъкнала процедура за синтез на робастни управления от фиксиран ред за линейни стационарни системи с неопределеност в параметрите,
- ✓ Разработен е подход за намаляване на реда на модела.

Публикации

1. Petkov, K., Marinova D. Robust H_∞ and H_2 control for linear parametric dynamical systems (AMEE 2018, Sozopol)
2. Петков, К.Р., Маринова Д.Г. Обобщен подход за синтез на робастно управление от фиксиран ред за динамични системи с постоянни коефициенти (XXVII МНТК “АДП-2018”, Созопол)
3. Петков, К.Р. Моделиране на робастно управление от фиксиран ред за динамични параметрични системи (XXVII МНТК “АДП-2018”, Созопол)

This paper presents a versatile method for the synthesis of efficient fixed-line controls for the class of linear parametric systems encompassing linear stationary systems, linear parametric systems with temporal variables and uncertainty systems. The effectiveness and practical feasibility of the approach is theoretically presented under sustainability and performance criteria and verified with numerical validations. Also, a combination of the proposed technique for decreasing the order of management with the fixed-line control synthesis method is contemplated for linear systems with linear delay over time. An approach is proposed for the construction of efficient control systems for linear stationary systems with simultaneous optimization of the structural parameters influencing the dynamics of the system.

Този труд представя универсален метод за синтез на ефективни управления от фиксиран ред за класа на линейните параметрични системи, обхващащи линейните стационарни системи, линейните параметрични системи с променливи във времето параметри и системите с неопределености. Ефективността и практическата осъществимост на подхода е представена теоретично при критерии за устойчивост и изпълнение, и проверена с числени валидации. Разгледана е и комбинация на предложената техника за намаляване на реда на управлението с метода за синтез на управление от фиксиран ред за линейни системи с линейно закъснение по времето. Представен е подход за построяване на ефикасни управления за линейни стационарни системи с едновременно оптимизиране на структурните параметри, влияещи върху динамиката на системата.