



ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – СОФИЯ

**Факултет по приложна математика и информатика
Катедра Математическо моделиране и числени методи**

маг. мат. Силвия Костадинова Баева

**РАЗВИТИЕ НА ОПТИМИЗАЦИОННИ МОДЕЛИ И МЕТОДИ
ЗА ПРАКТИЧЕСКИ ЗАДАЧИ**

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

на дисертация за придобиване на образователна и научна степен
"ДОКТОР"

Област: 4. Природни науки, математика и информатика

Професионално направление: 4.5. „Математика“

Научна специалност: „Математическо моделиране и приложение на
математиката“

**Научени ръководители: доц. д-р Цветана Недева
доц. д-р Даниела Маринова**

СОФИЯ, 2018 г.

Дисертационният труд е обсъден и насочен за защита от Катедрения съвет на катедра „Математическо моделиране и числени методи“ към Факултет по приложна математика и информатика на ТУ-София на редовно заседание, проведено на 03. 04. 2018г.

Публичната защита на дисертационния труд ще се състои на 20. 09. 2018г. от 13,00 часа в Конферентната зала на БИЦ на Технически университет – София на открито заседание на научното жури, определено със заповед № ОЖ-135 от 30.04.2018г. на Ректора на ТУ-София в състав:

1. Доц. д-р Даниела Маринова – председател
2. Проф. дмн Людмил Каранджулов– научен секретар
3. Проф. д-р Огнян Андреев
4. Проф. дмн Иван Иванов
5. Доц. д-р Димитринка Владева

Рецензенти:

1. Проф. д-р Огнян Андреев
2. Доц. д-р Димитринка Владева

Материалите по защитата са на разположение на интересуващите се в канцеларията на Факултет по приложна математика и информатика на ТУ-София, блок №2, кабинет № 2228-А.

Дисертантът е задочен докторант към катедра „Математическо моделиране и приложение на математиката“ на Факултет по приложна математика и информатика. Изследванията по дисертационната разработка са направени от автора.

Автор: маг. мат. Силвия Баева

Заглавие: Развитие на оптимизационни модели и методи за практически задачи

Тираж: 30 броя

Отпечатано в ИПК на Технически университет – София

I. ОБЩА ХАРАКТЕРИСТИКА НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

Обект и предмет на дисертационния труд

Обект на настоящия дисертационен труд са развитието на оптимизационните модели и методи за практически задачи. При функционирането на всяка система, трябва да се вземат различни решения – управленски, технически, здравни и др., а често и на няколко етапа или/и в условия на риск и неопределеност.

Третира се една подобласт на областта на изследване на операциите, свързана с развитието на еднокритериалните и многокритериалните математически модели и математическите модели в условия на риск и неопределеност и тяхното прилагане към конкретни реални практически задачи като се търсят оптималните решения на създадените модели.

Актуалност на проблема

Актуалността на разглежданите в тази работа проблеми се обуславя от съвременните тенденции в създаването, използването и развитието на високоефективни системи за вземане на решение, които от една страна да бъдат конкурентни на пазара и от друга страна да удовлетворяват различни потребителски изисквания. И тези тенденции се изразяват в стремежа да се използват новите подходи и достижения в областта на приложната математика.

Цел и задачи

При решаването на сложни задачи в техниката и икономиката често трябва да се отчита влиянието на параметри от различен характер. Формулирането на оптимална задача изисква съобразяване на множество фактори – управляеми и неуправляеми и връзките между тях. Като правило, получените задачи са сложни и е необходимо да се разработват специфични модели и методи за решаването им.

Цел на настоящия дисертационен труд е да се построят и развият еднокритериални и многокритериални оптимизационни математически модели, както и оптимизационни математически модели в условия на риск и неопределеност, подпомагащи оптималното вземане на решение при реални практически задачи. Да се създадат съответни кодове за тяхната числена реализация в подходящи програмни среди и да се валидират.

Задачите, които се поставят в работата, за да се постигне целта са следните:

- Да се построят оптимизационни математически модели на конкретни практически задачи:
 - Еднокритериални;
 - Многокритериални;
 - В условия на риск и неопределеност.
- Да се адаптират и развият методи и алгоритми за решаване на построените оптимизационни модели на практически задачи.
- Да се създадат съответни кодове и компютърни реализации в подходящи програмни среди за предложените модели и методи, с които те да се валидират.
- Да се направи анализ чрез компютърни симулации на построените математически модели и методите им за решаване в еднокритериалния и многокритериалния случай, както и в условия на риск и неопределеност.

Основна цел в дисертационния труд е създаването на краен продукт с математически методи за подпомагане вземането на решения.

Научна новост и практическа приложимост

Научната новост и практическата приложимост могат да бъдат отнесени към три направления. Първо, построяването и развитието на ефективни математически модели, позволяващи използване на оптимизационни методи за решаване на важни практически задачи. Второ, адаптирането и развитието на алгоритми за построените математически модели. Трето, реализирането им в софтуерни инструменти, представляващи ефективна техника, подпомагаща вземането на решения в сложни реални ситуации. Получените основни резултати в дисертационния труд са групирани както следва:

- Построени са и са развити оптимизационни математически модели на конкретни еднокритериални, многокритериални и в условия на риск и неопределеност практически задачи.
- Създадени са програмни реализации за предложените модели и методи в програмни среди, с които те да се анализират и валидират.
- Направен е анализ чрез компютърни симулации на математическите модели на построените еднокритериални, многокритериални и в условия на риск и неопределеност оптимизационни практически задачи. Направени са изводи за поведението на математическите модели при промяна на оптимизационните критерии, на ограниченията и на коефициентите.

- Решени са еднокритериални задачи за:
 - Оптимален хранителен режим;
 - Оптимално разпределение на ограничени ресурси;
 - Оптимална подмяна на оборудване.
- Решени са многокритериални задачи за:
 - Избор на оптимален отбор;
 - Избор на оптимален персонал;
 - Избор на оптимален преподавателски състав;
 - Избор на оптимален седмичен хранителен режим.
- Решени са задачи в условия на риск и неопределеност за:
 - Избор на оптимален начин на инвестиране;
 - Оценка на отношението към риска.

Апробация

Дисертационният труд е докладван и обсъждан в отделните му части на заседания на катедра «Стохастика и оптимизиране» и катедра «Математическо моделиране и числени методи» и в завършен вид на заседания на катедра «Математическо моделиране и числени методи» при Факултет по приложна математика и информатика на Технически Университет – София, както и на научни конференции.

Публикации

Основни постижения и резултати от дисертационния труд са публикувани в 8 броя научни статии в списания, от които 1 брой самостоятелни, 5 броя в съавторство с научните ръководители и 2 броя в други съавторства и докладвани на научни конференции в 11 броя доклади, от които 8 броя доклади на международни.

Структура и обем на дисертационния труд

Дисертационният труд е в общ обем от **205 броя** страници, от които **158 броя** страници включват увод, **3 броя** глави за решаване на формулираните основни задачи, списък на основните приноси, списък на публикациите и докладите по дисертацията и използвана литература и **4 броя** приложения в обем от **47 броя** страници. Цитирани са общо **57 броя** литературни източници, като **35 броя** са на латиница и **2 броя** на кирилица, а останалите са интернет адреси. Работата включва общо **38 броя** фигури и **44 броя** таблици. Номерата на фигурите и таблиците в автореферата съответстват на тези в дисертационния труд.

ГЛАВА 1. ЕДНОКРИТЕРИАЛНИ ОПТИМИЗАЦИОННИ МОДЕЛИ

В Глава 1 е представен кратък обзор на основни оптимизационни методи и алгоритми за решаване на еднокритериални задачи:

- линейни методи - симплекс и транспортен;
- целочислени методи - метод на отсичащите равнини, метод на разклоняване и отсичане и унгарски метод;
- динамични и мрежови методи и алгоритми.

Построени са и са развити еднокритериални оптимизационни математически модели, подпомагащи оптималното вземане на решение при реални приложни задачи. Създадени са съответни кодове за тяхната числена реализация в подходящи програмни среди и са валидирани.

Математически модели на конкретни приложни задачи от Глава 1:

Оптимален хранителен режим

Нека x_j е количеството, което трябва да се консумира от хранителния продукт P_j (измерено към 100 грама), $j=1 \div n$, от списъка от хранителни продукти.

a_{ij} е количеството от субстанцията L_i , $i=1 \div m$, от хранителния продукт P_j (за 100 грама), $j=1 \div n$, и b_i , $i=1 \div m$, и дневната норма на прием от субстанцията L_i , $i=1 \div m$.

Нека a_{1j} е цената (в лв.) за 100 грама от хранителен продукт P_j , $j=1 \div n$; a_{2j} са протеините (в грама) за 100 грама от хранителен продукт P_j , $j=1 \div n$; a_{3j} са мазнините (в грама) за 100 грама от хранителен продукт P_j , $j=1 \div n$, и т.н.

1) Цел: Минимална обща цена на хранителните продукти при ограничени количества на контролираните субстанции

$$\min \left\{ F_1(X) = \sum_{j=1}^n a_{1j} \cdot x_j \right\}$$

при ограничения :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n a_{2j} x_j \leq b_2 \\ \sum_{j=1}^n a_{3j} x_j \leq b_3 \\ \dots \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq (\geq) b_i \\ \dots \\ \sum_{j=1}^n a_{mj} x_j \geq (\leq) b_m \end{array} \right. \quad (1.24)$$

2) Цел: Максимално общо количество на протеини при ограничена обща цена на хранителните продукти и ограничени количества на контролираните субстанции

$$\max \left\{ F_2(X) = \sum_{j=1}^n a_{2j} \cdot x_j \right\}$$

при ограничения :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n a_{1j} x_j \leq b_1 \\ \sum_{j=1}^n a_{3j} x_j \leq b_3 \\ \dots \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq (\geq) b_i \\ \dots \\ \sum_{j=1}^n a_{mj} x_j \geq (\leq) b_m \end{array} \right. \quad (1.25)$$

3) Цел: минимално общо количество на мазнини или друга субстанция, която човек има нужда да регулира, например като глутен и т.н., при ограничена обща цена на хранителните продукти и ограничени количества на контролираните субстанции

$$\min \left\{ F_3(X) = \sum_{j=1}^n a_{3j} \cdot x_j \right\}$$

при ограничения:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n a_{1j} x_j \leq b_1 \\ \sum_{j=1}^n a_{2j} x_j \geq b_2 \\ \dots \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq (\geq) b_i \\ \dots \\ \sum_{j=1}^n a_{mj} x_j \geq (\leq) b_m \end{array} \right. \quad (1.26)$$

Оптимално разпределение на ограничени ресурси

Нека x_j е количеството от j -тия продукт.

c_j е единичната цена на j -тия продукт, q_i е количеството на i -тата суровина, b_j е минималното количество, което трябва да се произведе от j -тия продукт, a_{ij} е количеството, което е необходимо от i -тата суровина за производството на единица от j -тия продукт, $j=1, \dots, m$, $i=1, \dots, n$.

Цел: Максимален общ приход от продажбите на продуктите при ограничени наличен ресурс

$$\max \{ F(X) = \sum_{j=1}^m c_j \cdot x_j = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n \}$$

при ограничения:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^m a_{ij} \cdot x_j \leq q_i, \quad a_{ij} = \text{const}, \quad a_{ij} \in R^+, \quad q_i = \text{const}, \quad q_i \in R^+ \\ i = 1 \div n \\ x_j \geq b_j, \quad b_j = \text{const}, \quad b_j \in Z^+ \\ x_j \in Z \\ i = 1 \div n, \quad j = 1 \div m \end{array} \right. \quad (1.40)$$

Оптимална подмяна на оборудване

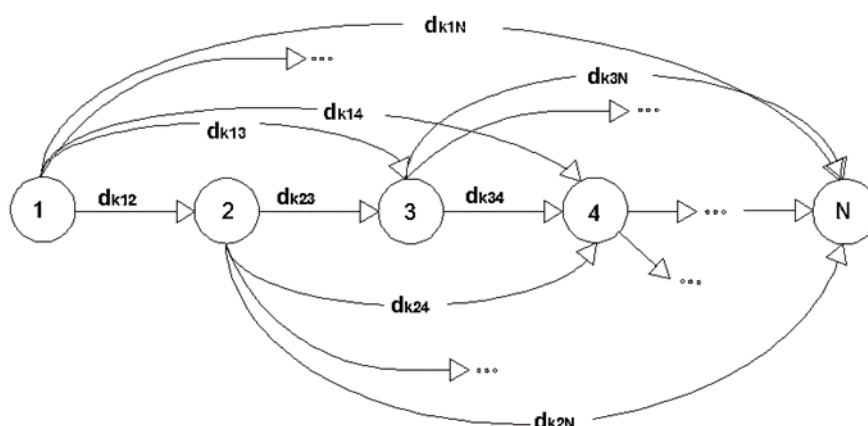
Дадена е таблица 1.17:

Таблица 1.17 Чисти разходи за всяка машина M_k , $k=1, \dots, n$, от i -тата година на закупуване до j -тата година на подмяна

$i \backslash j$	2	3	...	N
1	d_{k12}	d_{k13}	...	d_{k1N}
2		d_{k23}	...	d_{k2N}
...	...	...	...	...
$N-1$			...	d_{kN-1N}

Цел: Да се определи кога всяка една от машините да се подмени с нова, така че общите разходи от първата до N -тата година за поддръжката им да бъдат минимални.

На всяка година се съпоставя възел, а на дължината на дъгата d_{kij} се съпоставят разходите за съответната машина от i -тата година на закупуването ѝ до j -тата година на подмяната ѝ, $k=1, 2, \dots, n$; $i=1, 2, \dots, N-1$; $j=2, 3, \dots, N$. Необходимо е да се определи най-късия път от 1 до N за всяка една от машините (фигура 1.3)



Фигура 1.3 Мрежови модел на разходите за поддръжка и експлоатация на всяка машина M_k , $k=1, \dots, n$, от първата до N -тата година

Изводи към Глава 1:

На базата на разработени и верифицирани чрез подходящ софтуер модели, са решени три еднокритериални оптимизационни практически задачи:

- Определяне на хранителен режим;
- Разпределение на ограничени ресурси;
- Подмяна на оборудване.

При построените математически модели на задачата за определяне на **оптимален хранителен режим**, целевите функции и ограниченията са линейни. Поставените задачи са линейни и при решаването им е приложен симплекс метод. Задачата за определяне на оптимален хранителен режим е решена при различни целеви функции – различни критерии и ограничения.

Получените резултати се дължат на разнообразния избор на хранителни продукти от различни хранителни групи и подходящо избраните ограничения и коефициенти в целевите функции и в ограниченията, съобразени със здравословното и финансово състояние на потребителя. Това е и спецификата на конкретната задача.

От направените компютърни експерименти, се установява, че при така зададените входни данни, с пренебрегване на ограниченията на контролираните субстанции се подобрява стойността на целевата функция. При пренебрегване на ограниченията върху субстанциите – минерали: за човек А - стойността на целевата функция се подобрява с 5%, за човек Б – с 12%. При пренебрегване на ограниченията върху субстанциите – минерали и витамини: за човек А - стойността на целевата функция се подобрява с 23%, за човек Б – с 22%, но за сметка на разнообразието на хранителния режим. Освен увеличаване на броя на веществата, може да бъде увеличен и видът на хранителните продукти. Това обаче не винаги води до разнообразие в хранителния режим, тъй като той зависи от броя на контролираните субстанции. Ако броят на контролираните вещества е малък, съществуват много пропорционални помежду си продукти, което води до малко видове храни за консумация. Разнообразието на хранителния режим се получава от увеличаване на контролираните субстанции, а не от увеличаване на вида на хранителните продукти. Установява се, че при зададен брой хранителни продукти, решението включва съвсем малка част от тях.

Поставената задача за **оптимално разпределение на ограничени ресурси** е линейна целочислена задача и при решаването ѝ е приложен метод на разклоняване и отсичане.

Получените резултати се дължат на подходящо и коректно избраните целева функция и ограничения, както и на избора на единични цени на произведените продукти – целевите коефициенти и коефициентите в ограниченията, съобразени с производствените разходни норми и необходимостта от определено количество производство от всеки продукт. В това се изразява спецификата на конкретната задача.

Направеното експериментално приложение на метода на отсичащите равнини показва, че времето за изпълнение е 3 пъти повече от времето за изпълнение на метода на разклоняване и отсичане при така зададените в конкретната задача входни данни и в една и съща програмна среда. При реализирането на метода на разклоняване и отсичане, изчислителният процес се проявява в последователно намиране на все по-добри целочислени решения, последното от които е оптималното. Този метод е йерархичен. Предимството на този метод е, че винаги дава решение – или оптималното, или решение близко до него. Недостатъкът на методът на отсичащите равнини е, че дава оптимално решение или не дава решение.

От направените компютърни експерименти при така зададените входни данни, се установява, че с пренебрегване на изискването за минимален брой на всеки от търсените продукти, се гарантира пълно комплексно решение,

даващо на предприятието едно добро представяне на пазара. Но в този случай, предприятието не покрива дефицита на пазара, макар че краткосрочния максимален приход е по-висок. При пренебрегване на изискванията за минимален брой на част от продуктите, максималният приход е с 7,89% по-голям. При пренебрегване на изискванията за минимален брой на всеки от продуктите, максималният приход е с 14,19% по-голям. Но в дългосрочен план, предприятието може да загуби част от пазарите си, както и да не реализира цялото количество произведена продукция, водещо до загуби и фактическо намаляване на печалбите.

Задача за **оптимална подмяна на оборудване** е моделирана като мрежова задача за най-къс път. Тя може да се реши със симплекс метод и алгоритъм на Белман.

Получените резултати се дължат на подходящо и коректно избраните след експеримент разходи за поддръжката на всяка машина от годината ѝ на закупуване до годината ѝ на подмяна. В това се състои и спецификата на поставената задача.

Числените реализации с двата метода, показват, че за така зададените входни данни в една и съща програмна среда, при симплекс метода времето за изпълнение е 7,5 пъти повече от времето за изпълнение при алгоритъма на Белман. Това се дължи на факта, че в задачата има голям брой ограничения и променливи и по-рационално е използването на специалните мрежови методи и алгоритми. Предимството на прилагането на алгоритъма на Белман се изразява в поетапното решаване като на всеки етап се намира оптимално решение и може да се наблюдава и управлява.

За **числената реализация на поставените задачи** е създаден код в подходящ софтуер на базата на програмни среди, с което се верифицират построените модели на поставените в Глава 1 задачи.

ГЛАВА 2. МНОГОКРИТЕРИАЛНИ ОПТИМИЗАЦИОННИ МОДЕЛИ

В Глава 2 са описани теоретично:

- елементите на многокритериалното вземане на решение и тяхното прилагане чрез системи за подпомагане вземането на решения;
- някои основни понятия и Парето оптималности на многокритериалната оптимизация;
- основни оптимизационни методи за решаване на многокритериални задачи.

Построени са и са развити многокритериални оптимизационни математически модели, подпомагащи оптималното вземане на решение при реални практически задачи. Създадени са съответни кодове за тяхната числена реализация в подходящи програмни среди и са валидирани.

Поставените многокритериалните оптимизационни задачи в Глава 2 са сведени до еднокритериални като е приложен скаларизационен метод – метод на претеглената сума.

Цел: Максимална обща ефективност

Математически модели на така получените еднокритериални конкретни приложни задачи от Глава 2:

Избор на оптимален отбор

Търсят се булеви променливи y_{ij} , за които

$$\max_Y \left\{ Z(Y) = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k y_{ij} Q_{ij} \right\} \begin{cases} \sum_{i=1}^k y_{ij} = 1, j = 1, \dots, k \\ \sum_{j=1}^k y_{ij} = 1, i = 1, \dots, k \\ y_{ij} = \{0, 1\} \end{cases}, \quad (2.12)$$

където Z представя общата ефективност на отбора, затова се търси и нейния максимум, а y_{ij} – „отношението“ на i -я играч към j -я пост. Ако той заема поста – $y_{ij}=1$, в противен случай – $y_{ij}=0$.

Избор на оптимален персонал

Задачата е двуетапна. На всеки етап се решава конкретна задача.

Първа задача:

Цел: Максимална обща ефективност на длъжностите при ограничени разходи за заплати, т.е. да се реши кои от длъжностите да се съкратят, ако се намалят разходите за заплати.

$$\max_X Z(X) = \sum_{i=1}^n T_i x_i$$

при _огр.:

$$\sum_{i=1}^n c_i x_i \leq N, \quad (2.21)$$

$$x_i = \{0, 1\}, i = 1..n$$

където: матрицата T е теглова и представлява важността на дадена длъжност за фирмата, c_i – средната месечна заплатата на i – тия човек от персонала за i – тата длъжност, а N е бюджета, който фирмата не иска да надхвърля;

функцията Z представя общата ефективност на заеманите длъжности, а променливите $x_i, i=1, \dots, n$, са нули ако i -тата длъжност трябва да се съкрати и 1 - ако остава.

Втора задача:

Цел: Допълнително да се оптимизира общата ефективност на персонала като се преразпределят по длъжностите

Търсят се $y_{it}, i = 1, \dots, n, t = 1, \dots, s$, такива че

$$\begin{aligned} \max_Y F(Y) &= \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^s y_{it} Q_{it} \\ \text{при}_огр.: \\ \sum_{i=1}^n y_{it} &= 1, t = 1 \dots s, \\ \sum_{t=1}^s y_{it} &\leq 1, i = 1 \dots n, \\ y_{it} &= \{0,1\}, i = 1 \dots n, t = 1 \dots s \end{aligned} \quad (2.21)$$

където Q_{it} е ефективността на i -я човек за t -я пост взети от (2.19); променливите y_{it} приемат стойност 1, ако i -я човек заема t -я пост след преназначението и 0 - ако не заема.

Избор на оптимален преподавателски състав

Търсят се $y_{sl}, s=1, \dots, S, l=1, \dots, L$, такива че

$$\begin{aligned} \max_Y G_1(Y) &= \sum_{s=1}^S \sum_{l=1}^L Q_{sl} \cdot y_{sl} \\ \text{при}_огр.: \\ \sum_{s=1}^S y_{sl} &= 1, l = 1, 2, \dots, L, \\ \sum_{l=1}^L y_{sl} &\leq 1, s = 1, 2, \dots, S, \\ y_{sl} &= \{0,1\}, s = 1, 2, \dots, S, l = 1, 2, \dots, L \end{aligned} \quad (2.31)$$

където Q_{sl} е ефективността на s -тия учител за l -тата длъжност, $s=1, 2, \dots, S, l=1, 2, \dots, L$.

Целевата функция $G_1(Y)$ представя общата ефективност на учителския състав, затова се търси нейния максимум, а y_{sl} е „отношението” на s -тия учител към l -тата длъжност. Ако той заема длъжността, то $y_{sl}=1$, в противен случай $y_{sl}=0$.

Избор на оптимален седмичен хранителен режим

Нека $x_1, x_2, \dots, x_m$ са съответно количествата от хранителните продукти $P_1, P_2, \dots, P_m$, включени в най-добрия индивидуален седмичен хранителен режим.

Търси се

$$\begin{aligned} & \max \left\{ F(X) = \sum_{i=1}^m t_i x_i \right\} \\ & \text{при ограничения:} \end{aligned} \quad (2.44)$$
$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^m c_i x_i \leq C \\ \sum_{i=1}^m E_{li} x_i \leq E_l, l = 1, 2, \dots, r \\ x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, m \end{array} \right.$$

където C е индивидуалният седмичен бюджет на човек, а E_l е общият брой на допустимите седмични единици от нездравословните компоненти E -та, t_i е ефективността на i -тия продукт, c_i е единичната цена на i -тия продукт, $i=1, \dots, m$.

Изводи към Глава 2:

На базата на разработени и верифицирани модели са решени четири многокритериални оптимизационни практически задачи:

- Избор на оптимален отбор;
- Избор на оптимален персонал;
- Избор на оптимален преподавателски състав;
- Избор на оптимален седмичен хранителен режим.

Поставените многокритериалните оптимизационни задачи са сведени до еднокритериални като е приложен скаларизационен метод – метод на претеглената сума. Теглата са подходящо избрани в поставените задачи и така качествените характеристики придобиват количествени измерения, с което са обединени критериите под общ критерий „ефективност“.

Получените резултати се дължат на подходящо и коректно избраните целеви функции и ограничения, както и на избора на теглата. В това се изразява спецификата на конкретните задачи.

При задачата за **избор на оптимален отбор** теглата са полезността на качествата, които трябва да притежават играчите.

Към получената еднокритериална задача която е задача за назначения е приложен унгарски метод. Показана е възможността да се трансформира в

транспортна задача и да се приложат методите за решаване на транспортна задача. При направен експеримент със зададените входни данни в една и съща програмна среда, се оказва, че времето за решаване с транспортен метод нараства с 4,5 пъти от времето за решаване с унгарски метод и при определени условия алгоритъма за цикля (зависи от зададените входни данни).

При компютърен експеримент, при който е заложено само на добрата защита, се установява, че максималната обща ефективност на отбора е с 9,28% по-висока. Направен е компромис между защитата и нападението на отбора, за да е наистина добър. Това е постигнато чрез подходящо избраните тегла, което показва и голямата им роля при изграждане и решаване на конкретната реална задача.

При задачата за **избор на оптимален персонал** теглата са компетенциите на групите качества, които трябва да притежават хората от персонала и важностите на дейностите, които трябва да извършват за определена длъжност.

При тази задача са получени две еднокритериални задачи, тъй като задачата е двуетапна:

- целта на първата задача е максимална обща ефективност на длъжностите при ограничени разходи за заплати;
- целта на втората задача е допълнително оптимизиране на общата ефективност на персонала.

Първата задача е задача за раницата с булеви променливи и е решена с метод на разклоняване и отсичане за този тип задачи. Втората задача е задача за назначенията, която е решена с унгарски метод. Тя може да се трансформира в транспортна задача и да се реши с методите за решаване на този тип задачи. При направен експеримент със зададените входни данни в една и съща програмна среда, да се реши втората задача с транспортен метод, се оказва, че времето за решаване е с 6,3 пъти повече от времето за решаване с унгарски метод и при определени условия алгоритъма за цикля.

След направената пост Парето оптимизация се препоръчва на фирмата да повиши ефективността на персонала за сметка на разходите си за заплати, които се повишат само с 1,5%.

При задачата за **избор на оптимален преподавателски състав** теглата се определят според квалификацията на преподавателите и тяхната компетентност за заеманата позиция.

Получената еднокритериална задача е задача за назначенията, която е решена с унгарски метод. Получената еднокритериална задача може да се трансформира в транспортна задача и да се реши с методите за решаване на този тип задачи. Направен е експеримент със зададените входни данни да се реши задачата с транспортен и с унгарски метод в една и съща програмна среда. Оказва се, че решаването на задачата с транспортен метод изисква 7,6 пъти

повече време отколкото – с унгарски алгоритъм и при определени условия алгоритъма зацикля.

При задачата за избор на **оптимален седмичен хранителен режим** теглата са важностите на хранителните продукти и важностите на тяхните субстанции, съобразени с резултатите от индивидуалните медицински изследвания.

Получената еднокритериална задача е задача на линейното оптимизиране, която е решена със симплекс метод.

От направените компютърни експерименти, се вижда, че с пренебрегване на ограниченията на контролираните субстанции се подобрява стойността на целевата функция. При пренебрегване на ограниченията на субстанциите – минерали: за потребител S - се подобрява целевата функция с 14%, за потребител А – с 17,12%. При пренебрегване на ограниченията на субстанциите – минерали и витамини: за потребител S - се подобрява целевата функция с 20,97%, за потребител А – с 27,88%, но за сметка на разнообразието на хранителния режим. Тогава могат да се направят някои изводи:

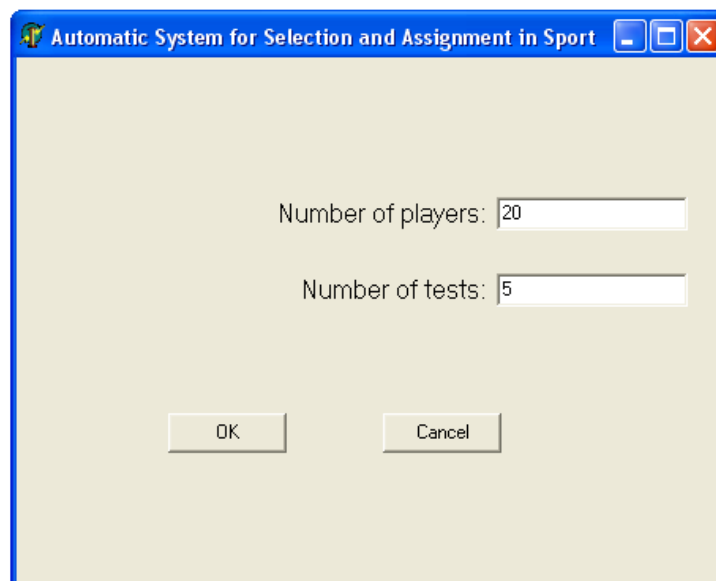
- разнообразието на хранителния режим се получава от увеличаване на броя на контролираните субстанции, а не от увеличаване на вида на хранителните продукти;

- с намаляване на ограниченията на контролираните субстанции се подобрява стойността на целевата функция, но за сметка на разнообразието на хранителния режим.

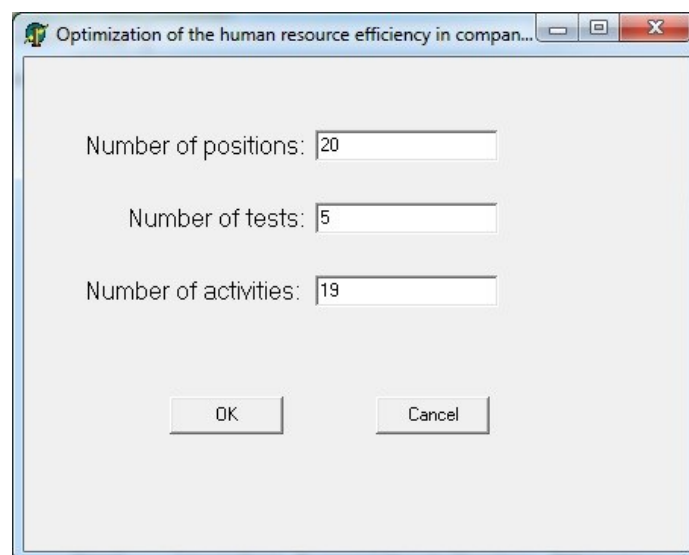
За числената реализация на поставените задачи е създаден код в програмни среди, с което се валидират построените модели.

Създадени са автоматизирани системи за избор на оптимален отбор (фигура 2.9) и избор на оптимален персонал (фигура 2.15), които (Приложение 1, Приложение 2):

- имат опции потребителят да задава броя на данните;
- графичният интерфейс улеснява и насочва потребителя какви данни са необходими и къде се въвеждат, дори без задълбочени математически познания;
- автоматично се извежда решението на поставената задача;
- всички изчисления са скрити за потребителя, който е въвел необходимите данни и получава математически коректно решение;
- времето за решаване на задачите е десетки пъти по-малко отколкото при числената реализация в програмни среди.



Фигура 2.9 Въвеждане на броя на играчите и броя на тестовете



Фигура 2.15 Въвеждане на броя на длъжностите, броя на тестовете и броя на групата качества

ГЛАВА 3. МОДЕЛИ В УСЛОВИЯ НА РИСК И НЕОПРЕДЕЛЕНОСТ

В Глава 3 се дава кратко теоретично описание на:

- модели в условия на риск и неопределеност;
- представени са критерии за вземане на решения в условия на риск и неопределеност;
- описани са елементи от оценката на отношението към риска на VNM (Von Neumann & Morgenstern) -рационален агент като VNM-рационалност, функция на полезност, аксиоми, свойства, постулати в теорията на полезността.

Построени са и са развити оптимизационни математически модели в условия на риск и неопределеност, подпомагащи оптималното вземане на решение при реални практически задачи. Създадени са съответни кодове за тяхната числена реализация в подходящи програмни среди и са валидирани.

Математически модели на конкретни приложни задачи от Глава 3:

Избор на оптимален начин на инвестиране

В таблица 3.1 са дадени евентуалните печалби (за единица време) на фирмата $c_{ij}, i = \overline{1, k}, j = \overline{1, n}$, които могат да се реализират в зависимост от алтернативата и състоянието на пазара.

Таблица 3.1 Евентуални печалби в зависимост от алтернативите (начините на инвестиране) и състоянието на пазара

състояние вероятност алтернатива	S_1	S_2	...	S_n
	P_1	P_2	...	P_n
a_1	c_{11}	c_{12}	...	c_{1n}
a_2	c_{21}	c_{22}	...	c_{2n}
...	...	...	...	...
a_k	c_{k1}	c_{k2}	...	c_{kn}

Целта е да се избере оптимална алтернатива по следните критерии:

1. Максимална средна (оачквана) печалба;
2. Минимална средна (оачквана) пропусната полза;
3. Максимална печалба при най-вероятно състояние;
4. Максимална гарантирана печалба.

Това е задача в условия на риск и неопределеност в дискретното пространство.

За всеки един от изброените критерии решението е избор на алтернатива измежду алтернативите $a_1, a_2, \dots, a_k$.

Избор на оптимална алтернатива по критерий: Максимална средна печалба

За всяка алтернатива $a_i, i = \overline{1, k}$, средната печалба е математическото очакване от печалбите при тази алтернатива в зависимост от вероятностите на посочените състояния на пазара (от таблица 3.1):

$$E_i = \sum_{j=1}^n P_j \cdot c_{ij}, \text{ за всяко } i = \overline{1, k}. \quad (3.17)$$

Максималната средна печалба е максималната стойност от получените математически очаквания от печалбите:

$$\max\{E_1, E_2, \dots, E_k\} = \max\left\{\sum_{j=1}^n P_j \cdot c_{1j}, \sum_{j=1}^n P_j \cdot c_{2j}, \dots, \sum_{j=1}^n P_j \cdot c_{kj}\right\} = E_I, \text{ за някое } I = \overline{1, k} \quad (3.18)$$

Максималната средна печалба е E_I при алтернатива a_I , за някое $I = \overline{1, k}$.
Тогава оптималната алтернатива по критерий максимална средна печалба е алтернативата a_I , за някое $I = \overline{1, k}$.

Избор на оптимална алтернатива по критерий: Минимална средна пропусната полза

Пропусната полза за определено състояние на пазара е разликата между максималната печалба и печалбата за това състояние при всяка една от алтернативите.

Нека за състояние S_J , за всяко $J = \overline{1, n}$, максималната печалба е $c_{J \max}$, тогава всяка пропусната полза е:

$$b_{ij} = c_{J \max} - c_{ij}, \quad i = \overline{1, k}, \quad j = \overline{1, n}. \quad (3.19)$$

Тогава в таблица 3.2 са дадени евентуалните пропуснати ползи на фирмата в зависимост от алтернативите и състоянието на пазара:

Таблица 3.2 Евентуални пропуснати ползи на фирмата

състояние вероятност алтернатива	S_1 P_1	S_2 P_2	...	S_n P_n
a_1	b_{11}	b_{12}	...	b_{1n}
a_2	b_{21}	b_{22}	...	b_{2n}
...	...	...	...	...
a_k	b_{k1}	b_{k2}	...	b_{kn}

За всяка алтернатива a_i , $i = \overline{1, k}$, средната пропусната полза е математическото очакване от пропуснатите ползи при тази алтернатива в зависимост от вероятностите на посочените състояния на пазара (от таблица 3.2):

$$M_i = \sum_{j=1}^n P_j \cdot b_{ij}, \text{ за всяко } i = \overline{1, k}. \quad (3.20)$$

Минималната средна пропусната полза е минималната стойност от получените математически очаквания от пропуснатите ползи:

$$\min\{M_1, M_2, \dots, M_k\} = \min\left\{\sum_{j=1}^n P_j \cdot b_{1j}, \sum_{j=1}^n P_j \cdot b_{2j}, \dots, \sum_{j=1}^n P_j \cdot b_{kj}\right\} = M_L, \text{ за някое } L = \overline{1, k} \quad (3.21)$$

Минималната средна пропусната полза е E_L при алтернатива a_L , за някое $L = \overline{1, k}$. Тогава оптималната алтернатива по критерий минимална средна пропусната полза е алтернативата a_L , за някое $L = \overline{1, k}$.

Избор на оптимална алтернатива по критерий: Максимална печалба при най-вероятно състояние

Най-вероятното състояние е това състояние, което може да се случи с най-голяма вероятност.

Нека най-голямата вероятност от таблица 3.1 е:

$$P_M = \max\{P_1, P_2, \dots, P_n\}, \text{ за някое } M = \overline{1, n}, \quad (3.22)$$

съответно за някое състояние на пазара S_M .

Тогава максималната печалба за това състояние на пазара S_M е:

$$c_{NM} = \max\{c_{1M}, c_{2M}, \dots, c_{kM}\}, \text{ за някое } M = \overline{1, n} \text{ и някое } N = \overline{1, k}, \quad (3.23)$$

съответно при алтернатива a_N .

Тогава оптималната алтернатива по критерий максимална печалба при най-вероятно състояние е алтернативата a_N , за някое $N = \overline{1, k}$.

Избор на оптимална алтернатива по критерий: Максимално гарантирана печалба – Критерий на Чебишев

За всяка една от алтернативите гарантираната печалба е най-малката печалба, т.е. (от таблица 3.1):

$$c_{i\min} = \min\{c_{i1}, c_{i2}, \dots, c_{in}\}, \text{ за всяко } i = \overline{1, k}. \quad (3.24)$$

Тогава максималната гарантирана печалба е максималната печалба измежду намерените минимални печалби за всяка една алтернатива:

$$c_{T\min} = \max\{c_{1\min}, c_{2\min}, \dots, c_{k\min}\}, \text{ за някое } T = \overline{1, k}, \quad (3.25)$$

съответно при алтернатива a_T , за някое $T = \overline{1, k}$.

Тогава оптималната алтернатива по критерий максимално гарантирана печалба е алтернативата a_T , за някое $T = \overline{1, k}$.

Оценка на отношението към риска

Ако един човек е предпочел алтернатива А пред алтернатива В, то:

1. той е могъл да ги сравни;
2. за него първата има по-голяма полезност;
3. двете полезности могат да се изразят числено;
4. да се представят с уравнението:

$$U(x_1, p_1; \dots; x_n, p_n) = p_1 u(x_1) + \dots + p_n u(x_n). \quad (3.26)$$

Човек може да сравнява и избира не само измежду отделни изходи (събития), но и измежду комбинации от събития с известни вероятности за случването им.

Изводи към Глава 3:

На базата на разработени и верифицирани модели са решени две оптимизационни практически задачи в условия на риск и неопределеност:

- Избор на оптимален начин на инвестиране;
- Оценка на отношението към риска.

Задачата за **избор на оптимален начин на инвестиране** е задача на стохастичното оптимизиране в дискретно пространство и е един подход от моделирането на бизнес процеси. Получените резултати се дължат на подходящо избраните начини на инвестиране – алтернативи, състоянията на пазара и съответните им вероятности. От значение са и евентуалните прогнозираните и планираните печалби в зависимост от алтернативите и състоянията на пазара. Установено е, че всяко решение, което е избор на една алтернатива измежду множество от алтернативи, е свързано с известен риск. Изборът на подходящата от алтернативите, посредством даден критерий или система от критерии има голямо практическо значение за развитието на системата. Оптималната алтернатива при вземане на решение при риск и неопределеност е идентифицирана с алтернативата с най-голяма очаквана полезност.

Числената реализация на тази задача е направена в Excel. Също така е създадена **автоматизирана система** (Приложение 3) за решаването ѝ и е направена и числена реализация чрез използването ѝ.

В зависимост от това дали вземащият решение е рискова личност или не, той може да избере много или малко рискови критерии при оптимизации в условия на риск и неопределеност, което се оказва предпоставка за направеният модел на задачата за **оценка на отношението към риска**. Това определя спецификата на поставените задачи. От получените резултати се определя профила на риска на вземащия решение.

От направените компютърни експерименти с други вземащи решения, следва, че отношението към риска при всеки един от тях се оказва различно.

Числената реализация на тази задача е направена в създадена **автоматизирана система** (Приложение 4).

Създадените автоматизирани системи за избор на оптимален начин на инвестиране (Приложение 3, фигура 3.4-3.9) и оценка на отношението към риска (Приложение 4, фигура 3.10-3.13):

- имат опции потребителят да задава броя на данните;
- графичният интерфейс улеснява и насочва потребителя какви данни са необходими и къде се въвеждат, дори без задълбочени математически познания;
- автоматично се извежда и решението на поставената задача;
- всички изчисления са скрити за потребителя, който е въвел необходимите данни и получава математически коректно решение.

С числената реализация чрез създадената автоматизирана система на поставените задачи се валидират математическите им модели.

The best alternative under risk

Number of alternatives:

Number of probable conditions:

Example:

	Good conjuncture	Rather good	Rather bad	Bad conjuncture
Alternative 1				
Alternative 2				
Alternative 3				

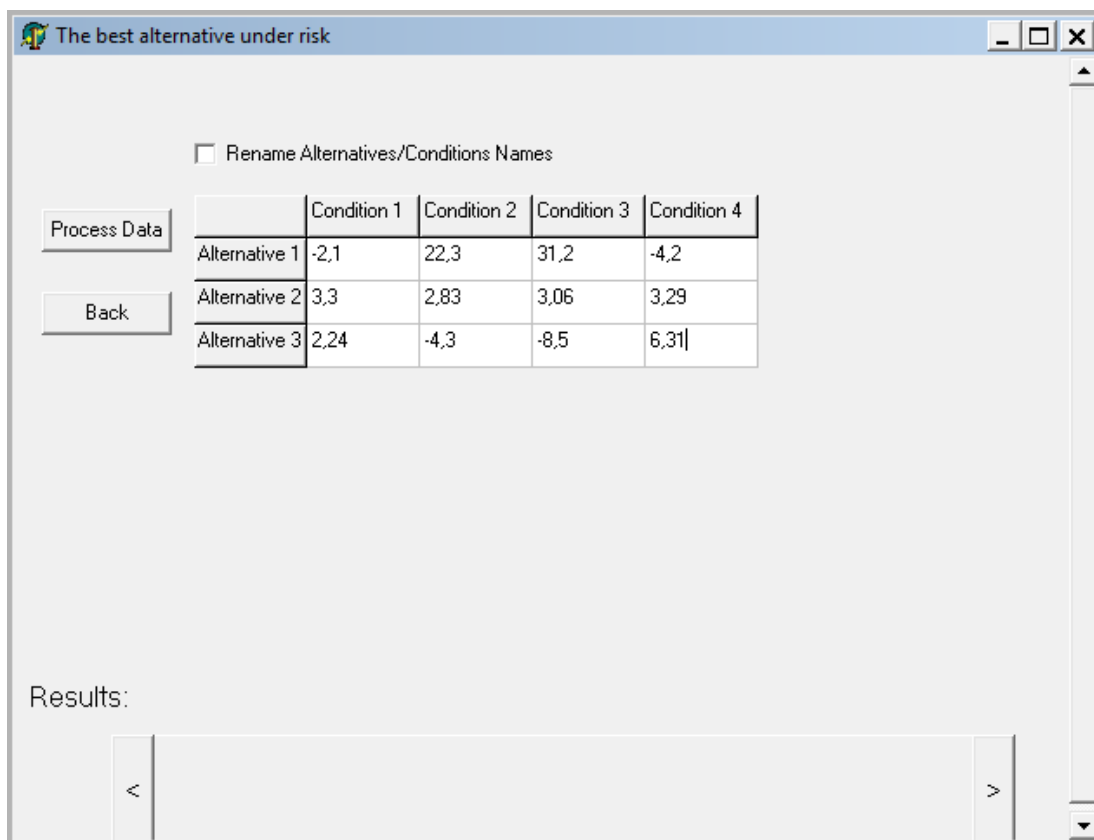
☒ Enter your own probabilities

☒ in % ☐ parts from 1

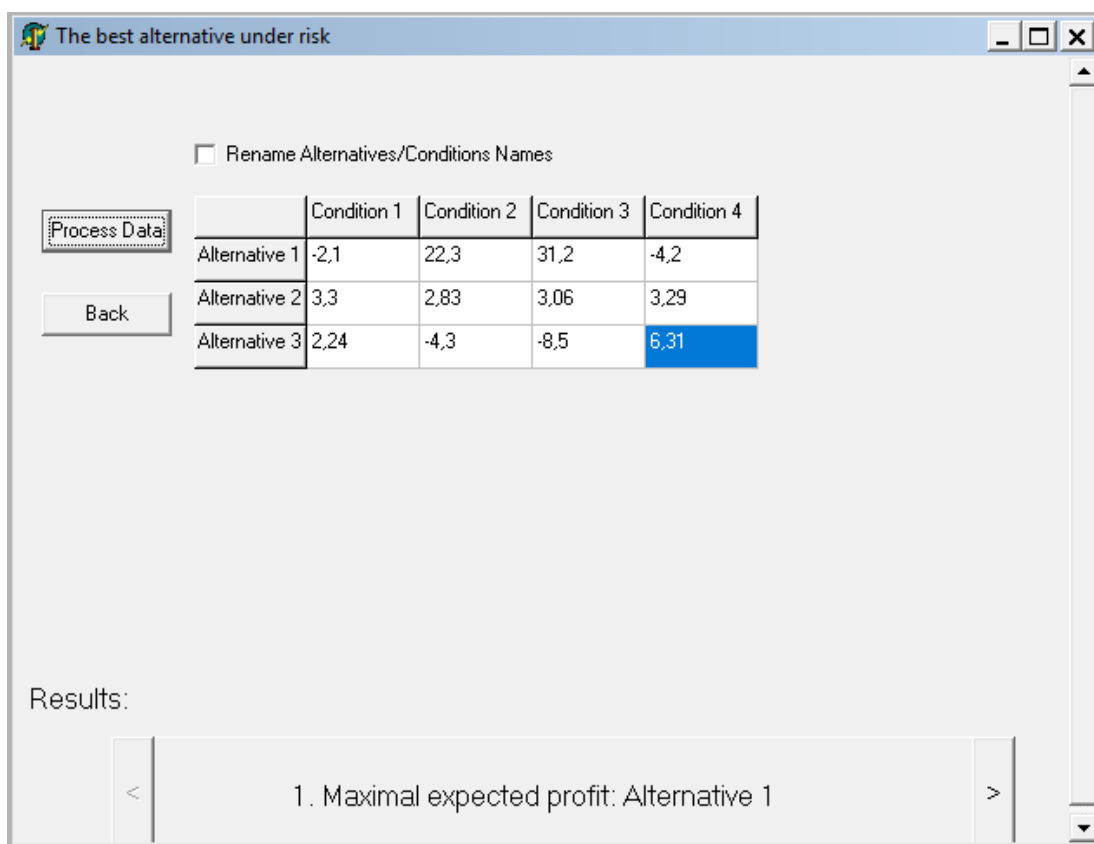
☒ Proposed Probabilities ☐ Equal Probabilities

Probability №:	P1	P2	P3	P4
Probabilities in %:	30	20	10	40

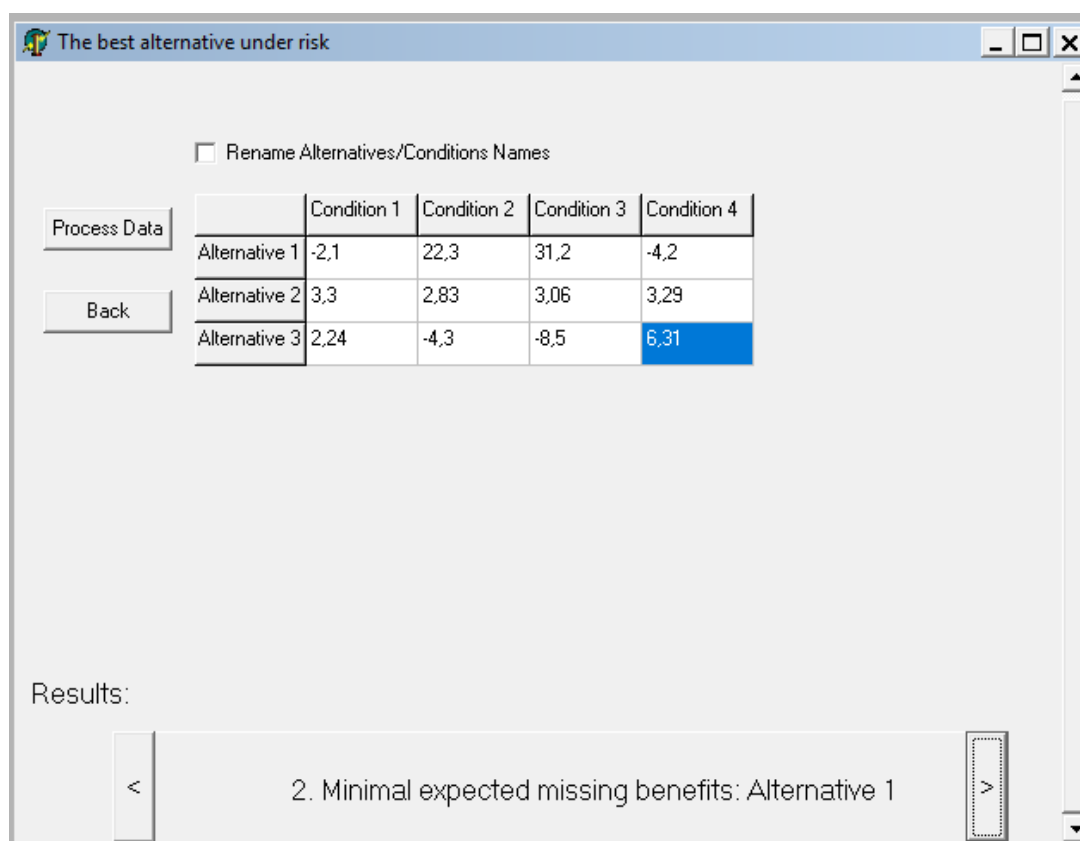
Фигура 3.4 Въвеждат се броя на алтернативите и броя на състоянията на пазара и съответните вероятности на състоянията



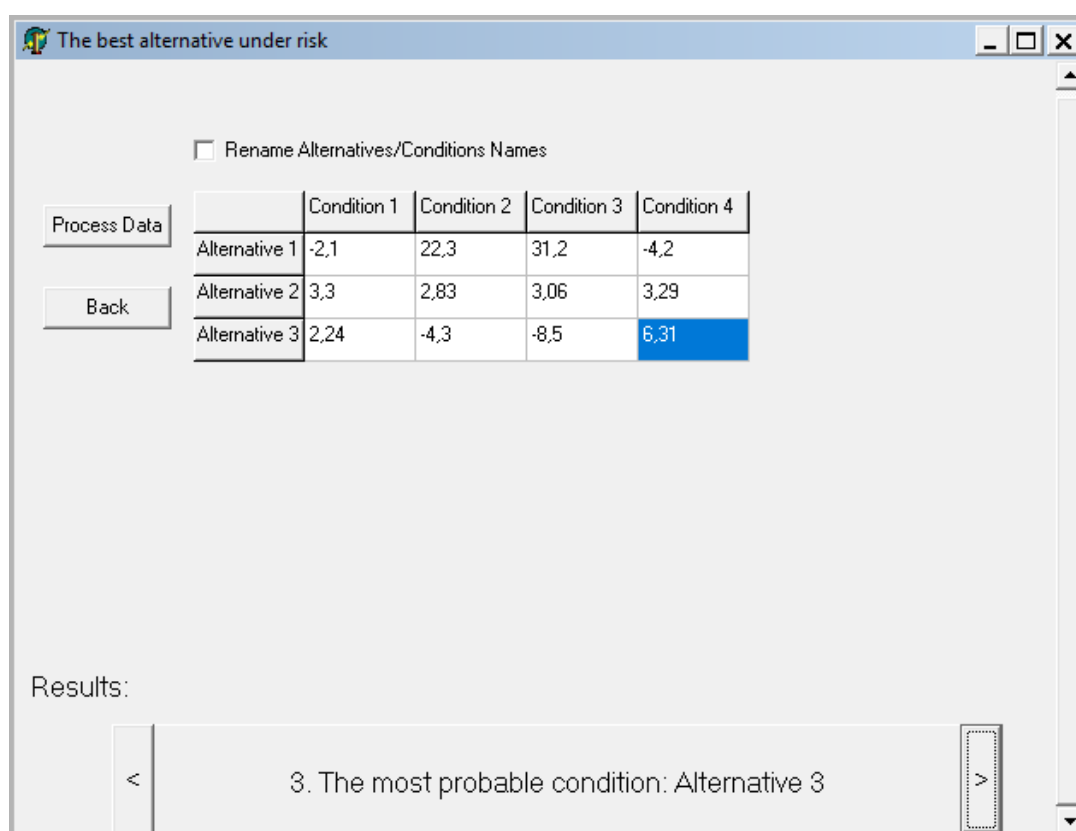
Фигура 3.5 Въвеждат се печалбите за всяка алтернатива при всяко състояние на пазара



Фигура 3.6 Решение на задачата по критерий: максимална средна печалба – оптимална алтернатива е a_1



Фигура 3.7 Решение на задачата по критерий: минимална средна пропусната полза – оптимална алтернатива е a_1



Фигура 3.8 Решение на задачата по критерий: максимална печалба при най-вероятно състояние – оптимална алтернатива е a_3

The best alternative under risk

☐ Rename Alternatives/Conditions Names

Process Data

Back

	Condition 1	Condition 2	Condition 3	Condition 4
Alternative 1	-2,1	22,3	31,2	-4,2
Alternative 2	3,3	2,83	3,06	3,29
Alternative 3	2,24	-4,3	-8,5	6,31

Results:

< 4. Maximal guaranteed benefit: Alternative 2 >

Фигура 3.9 Решение на задачата по критерий: максимално гарантирана печалба – оптимална алтернатива е a_2

Assessment of attitudes towards risk

Enter the minimum and the maximum profit.

Left boundary: Probability:

Right boundary: Probability:

Enter a safe equivalent for the given interval.

Certain equivalent: ☒ Make new subintervals

Enter

Left boundary	Right boundary	Probability 1	Probability 2	Certain equivalent

OK Cancel

Фигура 3.10 Входни данни

Assessment of attitudes towards risk

Enter the minimum and the maximum profit.

Left boundary: Probability:

Right boundary: Probability:

Enter a safe equivalent for the given interval. ☒ Make new subintervals

Certain equivalent:

Select an interval from the table:

Left boundary	Right boundary	Probability 1	Probability 2	Certain equivalent
1	100000	0,5	0,5	60000
1	60000	0,5	0,5	
60000	100000	0,5	0,5	

Фигура 3.11 Входни данни

Assessment of attitudes towards risk

Enter the minimum and the maximum profit.

Left boundary: Probability:

Right boundary: Probability:

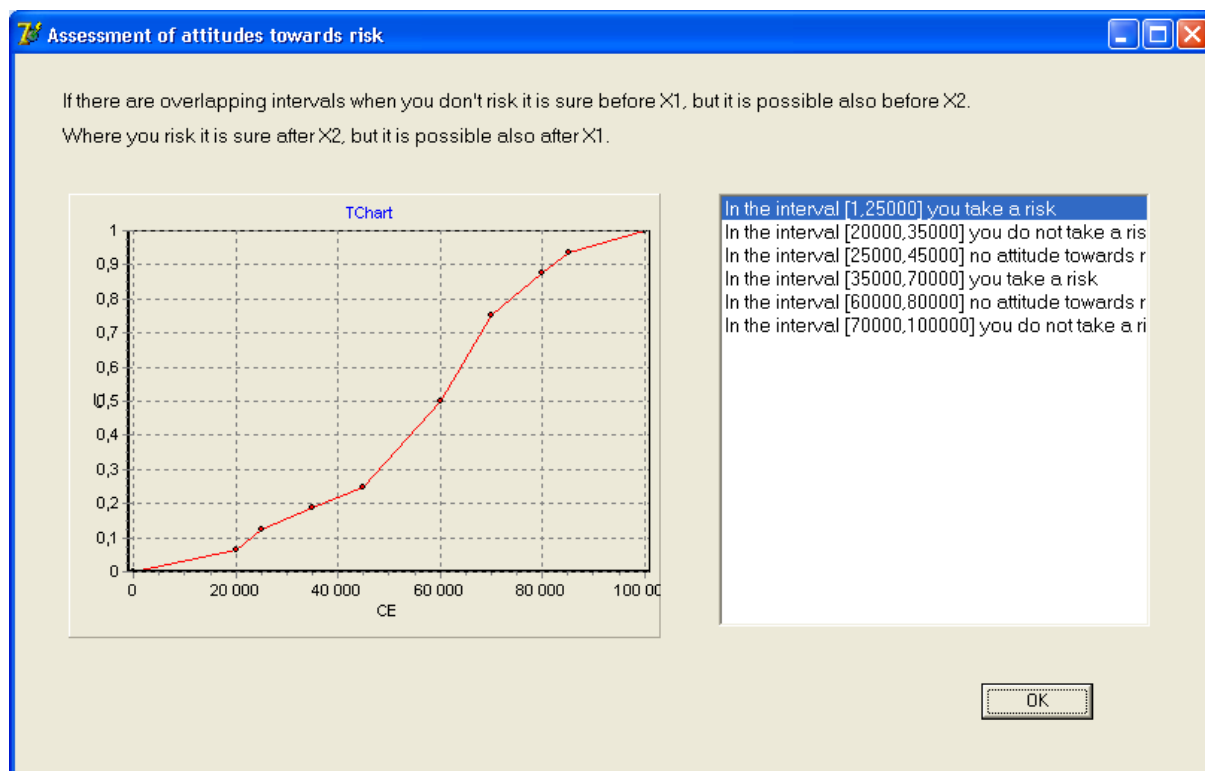
Enter a safe equivalent for the given interval. ☒ Make new subintervals

Certain equivalent:

Select an interval from the table:

Left boundary	Right boundary	Probability 1	Probability 2	Certain equivalent
1	100000	0,5	0,5	60000
1	60000	0,5	0,5	45000
60000	100000	0,5	0,5	70000
1	45000	0,5	0,5	25000
45000	60000	0,5	0,5	

Фигура 3.12 Входни данни



Фигура 3.13 Решение - Графика на оценката на отношението към риска на VNM-рационален агент

ОБОБЩЕНИ ИЗВОДИ

В настоящия дисертационен труд са построени математически модели на приложни задачи. За тези модели са разработени кодове в подходящи програмни среди, а за част от тях са създадени автоматизирани системи с графичен интерфейс, с които построените модели са валидирани и са направени експериментални изследвания за тяхното поведение при промяна на критериите, ограниченията и коефициентите в тях. Това е направено за еднокритериални, многокритериални и в условия на риск и неопределеност оптимизационни практически задачи като са търсени минимални или максимални стойности на линейни критерии при характерни условия на средата, в която са разглеждани. Разгледани са конкретни задачи, за които са построени моделите. Това са задачите за:

- Избор на оптимален хранителен режим при един критерий – няколко задачи: 1) целта е минимална обща цена на хранителните продукти при ограничени количества на контролираните субстанции; 2) целта е максимално общо количество на протеини при ограничена обща цена на хранителните продукти и ограничени количества на контролираните субстанции; 3) целта е минимално общо количество на мазнини или друга субстанция, която човек има нужда да регулира, например като глутен и т.н., при ограничена обща цена на хранителните продукти и ограничени количества на контролираните субстанции; а по-късно и при повече от един критерий - целта на задачата е да се направи най-добър индивидуален седмичен хранителен режим, включващ хранителни продукти в техните количества, така че субстанциите в тях да имат

най-добра обща полезност и да е съобразен с ограничения седмичен бюджет и размера (количествата) на нездравословните компоненти като Е-та;

- Оптимално разпределение на ограничени ресурси по критерий максимален приход от продажбите на продуктите, произведени при количеството наличен ресурс;

- Избор на оптимален отбор, персонал и преподавателски колектив с цел максимална обща ефективност като количествено са представени качествени измерения. Общият подход при тези задачи е един – обединяване на различни критерии под общ критерий „ефективност“, но при всяка конкретна задача критериите, ограниченията и коефициентите са различни. В това се изразява и спецификата на задачите. А и задачата за избор на оптимален персонал е двуетапна: I етап - целта е максимална обща ефективност на длъжностите при ограничени разходи за заплати, т.е. да се реши кои от длъжностите да се съкратят, ако се намалят разходите за заплати; II етап – целта е да се оптимизира допълнително общата ефективност на персонала като се преразпределят по длъжностите;

- Избор на оптимален начин на инвестиране с цел максимално полезно вземане на решение в условия на риск и неопределеност при различни критерии: 1) максимална средна печалба; 2) минимална средна пропуснатата полза; 3) максимална печалба при най-вероятно състояние; 4) максимално гарантирана печалба;

- Оценка на отношението към риска: Винаги съществува индивидуалност на вземащия решение. В зависимост от това дали е рискова личност или не, той може да избере много или малко рискови критерии.

В създадените автоматизирани системи с графичен интерфейс за избор на оптимален отбор, оптимален персонал, оптимална алтернатива в условия на риск и неопределеност и оценка на отношението към риска:

- има опции потребителят да задава броя на данните, т.е. няма ограничения относно размерностите;

- графичният интерфейс улеснява и насочва потребителя какви данни са необходими и къде се въвеждат, дори без задълбочени математически познания;

- автоматично се извежда и решението на поставената задача;

- всички изчисления са скрити за потребителя, който е въвел необходимите данни и получава математически коректно решение;

- времето за въвеждане на данни и извеждане на резултати е десетки пъти по-малко отколкото при числената реализация в програмни среди с неграфичен интерфейс, където е необходимо създаването на код.

В заключение, в настоящия дисертационен труд са изпълнени поставените цели и задачи, които имат научно-приложни приноси.

ПРИНОСИ

Приносите в настоящия дисертационен труд имат **научно-приложен характер**. Те могат да бъдат отнесени към три направления. Първо, построяване и развитие на ефективни математически модели, позволяващи използване на оптимизационни методи за решаване на важни практически задачи. Второ, адаптиране и развитие на алгоритми за построените математически модели. Трето, реализирането им в софтуерни инструменти, представляващи ефективна техника, подпомагаща вземането на решения в сложни реални ситуации. Получените основни резултати в дисертационния труд са групирани както следва:

- Построени са и са развити оптимизационни математически модели на конкретни еднокритериални, многокритериални и в условия на риск и неопределеност практически задачи.

- Създадени са програмни реализации за предложените модели и методи в програмни среди, с които те да се анализират и валидират.

- Направен е анализ чрез компютърни симулации на математическите модели на построените еднокритериални, многокритериални и в условия на риск и неопределеност оптимизационни практически задачи. Направени са изводи за поведението на математическите модели при промяна на оптимизационните критерии, на ограниченията и на коефициентите.

- Решени са еднокритериални задачи за:

- Оптимален хранителен режим;
- Оптимално разпределение на ограничени ресурси;
- Оптимална подмяна на оборудване.

- Решени са многокритериални задачи за:

- Избор на оптимален отбор;
- Избор на оптимален персонал;
- Избор на оптимален преподавателски състав;
- Избор на оптимален седмичен хранителен режим.

- Решени са задачи в условия на риск и неопределеност за:

- Избор на оптимален начин на инвестиране;
- Оценка на отношението към риска.

СПИСЪК НА ПУБЛИКАЦИИТЕ ПО ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

Списък на публикациите, в които са представени резултати от дисертационния труд

1. S. Baeva, L. Komarevska, C. Nedeva, L. Trenev, *Multi-criterial Decision Making for Selection and Assignment of Sportsmen in Team-games*, American Institute of Physics, CP 1067, p. 451-457, 2008.
2. S. Baeva, D. Komarevska, C. Nedeva, T. Todorov, *Optimization of the human resource efficiency in companies*, American Institute of Physics, CP 1184, p. 247-253, 2009.
3. Силвия Баева, *Оптимизация на учителския състав в училище*, Математика и математическо образование, p. 250-256, 2010.
4. Yoncho Yonchev, Simeon Nikolov, Silvia Baeva, *An automated system for reduction of the firm's employees under maximal overall efficiency*, American Institute of Physics, CP1497, p.402-411, <http://dx.doi.org/10.1063/1.4968443>, 2012.
5. Cvetana Nedeva, Silvia Baeva, *Optimal individual diet*, American Institute of Physics, CP 1631, p. 3-10, <http://dx.doi.org/10.1063/1.4902450>, 2014.
6. Cvetana Nedeva, Silvia Baeva, *Multi-objective optimization in the individual diets*, American Institute of Physics, CP 1690, p. 020019-1 – 020019-9, 2015.
7. Silvia Baeva, Kiril Tomov, *Choice of optimal replacement of equipment in the warehouse of the company*, American Institute of Physics, CP 1789, p. 020022-1 – 020022-10, <http://dx.doi.org/10.1063/1.4968443>, 2016.
8. Stoyan Popov, Silvia Baeva, Daniela Marinova, *Post Pareto Optimization – a Case*, American Institute of Physics, CP 1910, p. 060022-1 – 060022-7, <http://dx.doi.org/10.1063/1.5014016>, 2017.

Списък на докладите, изнесени на Научни конференции, в които са представени резултати от дисертационния труд

1. S. Baeva, L. Komarevska, C. Nedeva, L. Trenev, *Multi-criterial Decision Making for Selection and Assignment of Sportsmen in Team-games*, International Conference Applications of Mathematics in Engineering and Economics, Sozopol, 2008.
2. S. Baeva, D. Komarevska, C. Nedeva, T. Todorov, *Optimization of the human resource efficiency in companies*, International Conference Applications of Mathematics in Engineering and Economics, Sozopol, 2009.
3. Силвия Баева, *Оптимизация на учителския състав в училище*, Proceeding of the 39th Spring Conference of Union of Bulgarian Mathematicians, Albena, April 6-10, 2010.
4. Yoncho Yonchev, Simeon Nikolov, Silvia Baeva, Cvetana Nedeva, *Automatic system for selection and assignment of the positions in the sport*, AMEE'11, Sozopol, 2011.
5. Yoncho Yonchev, Simeon Nikolov, Silvia Baeva, *An automated system for reduction of the firm's employees under maximal overall efficiency*, International Conference Applications of Mathematics in Engineering and Economics, Sozopol, 2012.
6. Весела Воденичарова, Силвия Баева, *Пример на линеен модел за решаване на конкретен икономически оптимизационен проблем с подходящ софтуер*, XXI конференция „Телеком 2013“, 17-18 октомври, NSTC, София, 2013.
7. Cvetana Nedeva, Silvia Baeva, *Optimal individual diet*, International Conference Applications of Mathematics in Engineering and Economics, Sozopol, 2014.
8. Силвия Баева, *Избор на оптимален начин на инвестиране в нови технологични продукти в условия на риск и неопределеност*, Национална конференция с международно участие „Електроника 2014“, София, 2014.
9. Cvetana Nedeva, Silvia Baeva, *Multi-objective optimization in the individual diets*, International Conference Applications of Mathematics in Engineering and Economics, Sozopol, 2015.
10. Silvia Baeva, Kiril Tomov, *Choice of optimal replacement of equipment in the warehouse of the company*, International Conference Applications of Mathematics in Engineering and Economics, Sozopol, 2016.
11. Stoyan Popov, Silvia Baeva, Daniela Marinova, *Post Pareto Optimization – a Case*, International Conference Applications of Mathematics in Engineering and Economics, Sozopol, 2017.

SUMMARY

Title: Development of optimization models and methods for practical problems

Author: Master of Mathematics Silvia Kostadinova Baeva

Object of this dissertation is the development of optimization models and methods for practical problems.

Treat a sub-area of the field of operations research related to the development of single- and multiple-mathematical models and mathematical models in conditions of risk and uncertainty and their application to specific real practical problems by seeking optimal solutions to established models.

The timeliness of the issues addressed in this work is conditioned by the current trends in the creation, use and development of highly efficient decision-making systems which, on the one hand, are competitive on the market and on the other hand satisfy different consumer requirements. And these trends are expressed in the pursuit of new approaches and achievements in the field of applied mathematics.

The aim of this dissertation thesis is to construct and develop one-criterion and multi- criterion optimization mathematical models, as well as optimization mathematical models in risk and uncertainty conditions, assisting optimal decision-making in real practical problems. Create appropriate codes for their numeric conversion in appropriate program environments and validate.

Scientific innovation and practical applicability can be addressed in three directions. Firstly, the construction and development of effective mathematical models, allowing the use of optimization methods to solve important practical problems. Second, the adaptation and development of algorithms for create mathematical models. Third, their realization in software tools, representing an efficient technique that supports decision-making in complex real situations. The main results obtained in the dissertation are grouped as follows:

- Mathematical optimization models of specific one-dimensional, multi-criteria and risk-uncertainty are created and developed.
- Programmatic conversions have been created for the proposed models and methods in program environments to analyze and validate them.
- An analysis of the mathematical models of create-up single-criteria, multi-criteria and optimization practical problems was done through computer simulations. Conclusions are made about the behavior of mathematical models when changing the optimization criteria, the constraints and the coefficients.
- Single-criteria problems are solved for: Optimal Diet, Optimal allocation of scarce resources, Optimal replacement of equipment.
- One-dimensional problems are solved for: Choosing an optimal team, Selection of optimal staff, Choice of optimal teaching staff, Choice of optimal weekly diet.
- Problems in risk and uncertainty are solved for: Choice of optimal way of investing, Assessing the attitude towards risk.