

Резюме на научните трудове, учебници и учебни пособия
на доц. д-р Георги Пенчев Венков
по конкурс за АД "професор" по Диференциални уравнения
към кат. Математически анализ и диференциални уравнения,
обявен в ДВ, брой 26 от 23.03.2018

Монографичен труд

G. Venkov, Solitary Waves for Nonlocal Equations in Nonlinear Quantum Mechanics, Publishing House of TU-Sofia, Sofia 2018, ISBN: 978-619-167-309-4

Монографичният труд е с обем от 161 страници и се състои от увод, пет глави, апендикс и библиография, която съдържа 88 цитирания. Той обединява основни резултати на автора, свързани с проблемите за съществуване, единственост и устойчивост на решения от тип солитонни вълни за някои нелокални нелинейни еволюционни уравнения, като уравнението на Шрьодингер–Хартри, уравнението на Шокар и системата на Шрьодингер–Поасон. Целите на монографичния труд са съсредоточени в две основни направления. Едното е свързано с получаването на точни априорни оценки, които да осигурят доказателството за глобално съществуване на решенията на уравнението на Шрьодингер при наличие на нелокално нелинейно взаимодействие. Второто направление има вариационен характер и третира въпроса за съществуване и единственост на решение от тип основно състояние за съответното стационарно нелокално уравнение на Шрьодингер. Основното състояние се дефинира като критична точка на функционала на енергията, което е положително, радиално симетрично и бързо намаляващо на безкрайност. Основната трудност при задачата за съществуване и единственост на решение от тип основно състояние е наличието на нелокален нелинеен член, който възпрепятства директното прилагане на теоремата за осцилациите на Шурм. Тази трудност е преодоляна с помощта на теоремата на Нютон за представяне на фундаменталното решение на уравнението на Поасон в радиалния случай.

Публикации – Клас А

[1] Ivanov, A. and Venkov, G.: Existence and uniqueness results for the Schrödinger–Poisson system and Hartree Equation in Sobolev Spaces, Journal of Evolution Equations 8, 217-229 (2008) (IF: 0.683, SJR: 1.375)

Изследвана е задачата за локално и глобално по времето съществуване и единственост на решението на уравнението на Хартри и на системата на Шрьодингер–Поасон в $\mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n$ за пространствена размерност $n = \{3, 4\}$. Доказано е, че ако началното условие на съответната задача на Коши има ограничена соболева $H^{(n-2)/2}$ -норма, то решението остава ограничено във всеки интервал $[0, T]$, което заедно с законите за запазване на маса и енергия предполага глобално съществуване. По този начин е обобщен случая $n = 3$ и са подобрени съществуващите резултати за този тип уравнения на Шрьодингер за размерност $n = 4$.

[2] Venkov, G. and Avramaska, S.: Scattering for the mass-critical Hartree equation, Compt. Rend. Acad. Bulg. Sci., 61 (7), 831-838 (2008) (IF: 0.251)

Изследвани са задачите за съществуване, единственост и добре поставеност на задачата на Коши за уравнението на Хартри с критична маса в $\mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^3$. Доказано е, че за всяко начално условие в $L^2(\mathbb{R}^3)$ съществува единствено максимално решение, дефинирано за $t \in [0, T^*)$. Нещо повече, ако началното условие има достатъчно малка L^2 -норма, то максималното време на живот $T^* = \infty$ и съществуват вълновите оператори $\Omega_{\pm}$, както и операторът на разсейване $S = \Omega_+^{-1} \circ \Omega_-$.

[3] Avramaska, S. and Venkov, G.: Global solutions to the L^2 -critical Schrödinger–Poisson system, AIP Proceedings, Vol. 1067, 341-351 (2008) (SJR: 0.162)

Разгледани са задачите за локално и глобално съществуване и добре поставеност на задачата на Коши за L^2 -критичната система на Шрьодингер–Поасон в $\mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^3$. Използвайки оценки на Щрихарц е доказано, че изображението, дефинирано чрез интегралната формула на Дюамел, е свиващо във всяко L^2 -кълбо с достатъчно малък радиус. За малки начални данни е доказано съществуване на оператор за разсейване.

[4] Venkov, G. and Avramaska, S.: Ground state solution to the Schrödinger equation with a mixed type nonlinearity. Sharp criterion for blow-up and global existence, Compt. Rend. Acad. Bulg. Sci., 62 (12), 1493-1500 (2009) (IF: 0.251)

Изследвана е задачата на Коши за фокусиращото нелокално уравнение на Шрьодингер–Хартри в тримерния случай. Получени са строги условия за избухване на решението, както и за глобално съществуване в зависимост от началното условие. Показана е връзката между оптималната константа в интерполационното неравенство на Галиардо–Ниренберг и строгия критерий за глобално съществуване на решението. Чрез използване на псевдо-конформната инвариантност на уравнението в L^2 -критичния случай е конструирано решение, което избухва във фиксирано време $T > 0$.

[5] Venkov, G.: The Schrödinger equation with a mixed type nonlinearity, AIP Proceedings, Vol. 1184, 167-174 (2009) (SJR: 0.157)

Основната цел на изследването е да се анализира обобщеното уравнение на Хартри в зависимост от степента на нелинейност, от вида на нелокално взаимодействие (репулсивно или атрактивно) и от големината на началното условие. Изведено е твърдението на вириала за случая на нелокална нелинейност, чрез което се доказва, че решения с отрицателна начална енергия избухват в крайно време.

[6] Arnaoudov, Y. and Venkov, G.: Relations between spheroidal and spherical harmonics, Compt. Rend. Acad. Bulg. Sci., 63 (7), 971-978 (2010) (IF: 0.251)

В тази публикация са изведени релации, които трансформират множества от вътрешни и външни сфероидални хармоники в съответните множества от сферични хармоники и обратно.

[7] Genev, H. and Venkov, G.: Soliton and singular solutions to the Schrödinger–Hartree equation, AIP Proceedings, Vol. 1293, 107-116 (2010) (SJR: 0.160)

Разгледано е фокусиращото уравнение на Шрьодингер–Хартри в пространствена размерност $n \geq 3$. Доказано е съществуването на солитонни вълни, както и са получени условия за формиране на сингулярни решения.

[8] Genev, H. and Venkov, G.: Minimizers of Hartree type functionals and related interpolation inequalities, Int. Workshop on Complex Structures, Integrability and Vector Fields, AIP Proceedings, Vol. 1340, 203-211 (2011) (SJR: 0.146)

Изследван е минимизационната задача относно функционала на Вайнщайн над $H^1(\mathbb{R}^n)$, съответстващ на обобщения модел на Хартри–Шокар. Доказано е, че минимизиращата функция се явява решение от тип основно състояние на съответното елиптично уравнение на Шокар. Чрез тъждествата на Похожаев е определена точната константа в интерполационното неравенство на Галиардо–Ниренберг.

[9] Genev, H. and Venkov, G.: Uniqueness and symmetry of minimizers to repulsive nonlocal functionals, AIP Proceedings, Vol. 1410, 155-166 (2011) (SJR: 0.146)

Изследвана е минимизационната задача относно функционала на действие, съответстващ на репулсивното уравнение на Хартри при наличие на външен Кулонов потенциал. Чрез използването на модифициран метод на рефлексия и тъждества на Похожаев е доказано съществуване и единственост на положителни, радиално симетрични минимизиращи функции.

[10] Georgiev, V. and Venkov, G.: Far field expansion for Hartree type equation, AIP Proceedings, Vol. 1570, 343-355 (2013) (SJR: 0.154)

Изследвано е асимптотичното поведение на безкрайност на положително, радиално симетрично решение на уравнението на Хартри с външен Кулонов потенциал. Намерена е алгебра от полиекспоненциални интегрални, чрез която могат да се изразят членовете в асимптотическото развитие на решението на това уравнение.

[11] Dakov, I. and Venkov, G.: Discrete Laplace-Beltrami operators for cortical bioelectric source imaging, AIP Proceedings, Vol. 1631, 135-146 (2014) (SJR: 0.159)

Предложен е нов метод за решаване на обратната задача за локализация активността на човешкия мозък при електроенцефалография (ЕЕГ). За разлика от класическия метод LORETA (Low-resolution brain electromagnetic tomography), базиран на дискретизацията на оператора на Лаплас върху тримерна решетка, новият метод използва дискретизация на оператора на Лаплас–Белтрами върху триангулираната двумерна повърхнина на човешкия кортекс. Тук е отчетен фактът, че активността на мозъка при ЕЕГ измервания е съсредоточена предимно в човешкия церебралнен кортекс.

[12] Tarulli, M. and Venkov, G: Morawetz and interaction Morawetz identities for systems of N -defocusing weakly coupled NLS equations on $\mathbb{R}^d \times \mathbb{T}$ in low space dimensions, AIP Proceedings, Vol. 1789, 040031 (2016) (SJR: 0.198)

Представени са нови тъждества на Моравец, билинейни тъждества на Моравец и съответстващи неравенства за система от N нелинейни дефокусиращи уравнения на Шрьодингер, дефинирани над многообразието със структура на произведение.

[13] Tarulli, M. and Venkov, G: A functional inequality associated to a Gagliardo-Nirenberg type quotients, AIP Proceedings, Vol. 1910, (2017) (SJR: 0.198)

Получени са функционални неравенства за линеаризирания диференциален оператор L_+ , съответстващ на солитонните решения на нелинейното уравнение на Шрьодингер. Получените спектрални резултати имат директно приложение при изследване устойчивостта на солитонни вълни.

[14] Kostadinov, B., Tarulli, M. and Venkov, G: Ground state solution and optimal Gagliardo-Nirenberg constant for the p -Choquard functional, AIP Proceedings, Vol. 1910, (2017) (SJR: 0.198)

Изследвано е решението от тип основно състояние на обобщеното уравнение на Шокар (или p -Choquard equation). Доказано е, че за H^1 -критични стойности на нелинейната експонента p , основното състояние задава оптималната константа в неравенството на Галиардо-Ниренберг.

[15] Georgiev, V., Tarulli, M. and Venkov, G: Existence and uniqueness of ground states for p -Choquard model in $\mathbb{R}^3$, Nonlinear Analysis, (in press) (IF: 1.192, SJR: 1.474), arXiv:1803.03492 [math.AP]

Изследвано е обобщеното уравнение на Шокар (или p -Choquard equation) в тримерния случай и е доказана единствеността на основното състояние, съответстващо на функционала на Вайнщайн. За доказателството на единствеността, полулинейното елиптично уравнение е сведено до система от обикновени диференциални уравнения, върху решенията на която е приложена модификация на лемата на Гронуол.

[16] Iordanov, T., Bornfleth, H., Wolters, C., Pasheva, V., Venkov, G.,

Lanfer, B., Scherg, T. and Scherg, M.: LORETA with cortical constraint: Choosing an adequate surface Laplacian operator, *Frontiers in Neuroscience*, Section: Brain Imaging Methods, (in press) (IF: 3.566)

Направен е сравнителен анализ на различни дискретизации на оператора на Лаплас–Белтрами върху човешкия кортекс при решаване на обратната задача за локализация на активните зони при Електроенцефалография (ЕЕГ) и Магнитоенцефалография (МЕГ).

Публикации в рецензирани списания и сборници с доклади от конференции

[17] Venkov, G.: Recognition of the Coulomb potential via approximations to the identity, *Proc. Technical Univ. Sofia*, Vol. 68 (2), (2018)

Изследвана е скоростта на апроксимацията на идентитета в лоренцови пространства, когато ядрото на съответния конволюционен оператор е от Кулонов тип.

[18] Venkov, G.: Atkinson–Wilcox expansion theorem for inhomogeneous medium, *Mathematical Proceedings of the Royal Irish Academy*, 108A (1), 19-25 (2008) (RG Journal Impact: 1.00)

Доказан е аналог на класическата теорема на Аткинсон–Уилкокс за уравнението на Хелмхолц в нехомогенна среда.

[19] Venkov, G.: Small data global existence and scattering for the mass-critical nonlinear Schrödinger equation with power convolution in $\mathbb{R}^3$, *CUBO Mathematical Journal*, 11 (4), 15-28 (2009)

В случай на достатъчно малко начално условие са доказани теоремите за глобално съществуване и добре поставеност на задачата на Коши за критичното уравнение на Шрьодингер с потенциал от конволюционен тип в $\mathbb{R}^3$.

[20] Venkov, G. and Genev, H.: Global results for solution to the mass-critical Schrödinger equation with convolution nonlinearity in $\mathbb{R}^n$, *Proc. 39-th Spring Conference of UBM*, 162-168 (2010)

Изследвано е L^2 -критичното уравнение на Шрьодингер с нелинейност, зададена чрез потенциала на Рис. Въпреки че това уравнение има непълна хамилтонова структура (в сила е само законът за запазване на

масата), чрез използване оценки на Шрихарц е доказано локално съществуване на решението и добре-поставеност на задачата на Коши при произволно начално условие. При предположение за малкост на началното условие, локалните резултати са продължени глобално и е доказано съществуването на оператор на разсейване.

[21] Georgiev, V., Mauro, J. and Venkov, G.: Spectral properties of an operator associated with Hartree type equations with external Coulomb potential, *Rend. Istit. Mat. Univ. Trieste*, Vol. 42, 51-65 (2010)

Изследвани са спектралните свойства на линеаризирания диференциален оператор L_+ , съответстващ на солитонните решения на уравнението на Хартри с външен Кулонов потенциал. От гледна точка на теорията на устойчивост, основният резултат е, че операторът L_+ няма резонанс в 0-та.

[22] Venkov, G.: Ground state solution to nonlinear elliptic equation with singular coefficients, *Proc. Technical Univ. Sofia*, Vol. 65 (2), 107-116 (2015)

Изследвани са въпросите за съществуване и единственост на решение от тип основно състояние за едно нелинейно елиптично уравнение със сингулярни коефициенти. В доказателството за единственост са използвани обобщени твърдения на Похожаев и критерия на Янагида.

[23] Georgiev, V. and Venkov, G.: Optimal interpolation constant for the generalized Schrödinger–Newton system, *Pliska Studia Mathematica*, Vol. 25, 19-28 (2015)

Разгледан е един случай на обобщената система на Шрьодингер–Нютон. На база на асимптотическото поведение на безкрайност и използвайки резултата на Като е доказано, че всяко радиално симетрично H^1 -решение на тази система е твърждествено равно на 0.

[24] Tarulli, M. and Venkov, G.: Scattering for systems of N weakly coupled NLS equations on $\mathbb{R}^d \times M^2$ in the energy space, *Pliska Studia Mathematica*, Vol. 26, 239-252 (2016)

Изследвани са свойствата на разсейване в енергетичното пространство на решението на система от N нелинейни уравнения на Шрьодингер, дефинирани над $\mathbb{R}^d \times M^2$, където M^2 е произволно двумерно компактно риманово многообразие.

[25] Tarulli, M. and Venkov, G.: A fractional inequality on compact manifolds

and Lie groups, Pliska Studia Mathematica, Vol. 29, 151-158 (2018)

Доказано е, че над всяко компактно риманово многообразие или всяка унимодулярна група на Ли пространството $H^\sigma \cap L^\infty$ е алгебра, породена от дробни соболеви норми.

Публикации, включени в монографичния труд

[26] Georgiev, V. and Venkov, G.: Symmetry and uniqueness of minimizers of Hartree type equations with external Coulomb potential, J. Differential Equations, 251 (2), 420-438 (2011) (IF: 1.277)

Изследвани са радиалната симетрия и единственост на минимизиращите решения на функционала на енергията, съответстващ на репулсивното уравнение на Хартри с външен Кулонов потенциал. С цел да се преодолеят трудностите, породени от лошия знак на нелокалния член е предложен модифициран метод на рефлексия, чрез който са доказани резултатите за радиалност и единственост.

[27] Genev, H. and Venkov, G.: Soliton and blow-up solutions to the time-dependent Schrödinger–Hartree equation, Discrete and Continuous Dynamical Systems - Series S, 5 (5), 903 - 923, (2012) (SJR: 1.092)

Изследвано е обобщеното уравнение на Хартри и в зависимост от субкритичните, критичните и суперкритичните стойности на нелинейната експонента е доказано съществуване на глобални и избухващи решения. Нещо повече, използвайки неравенството на Вейл–Хайзенберг (или принципа на неопределеност) е намерен точният профил на избухване в околност на времето на вълнов колапс.

[28] Genev, H. and Venkov, G.:, Some properties of Coulomb energy space, AIP Proceedings, Vol. 1497, 290-297 (2012) (SJR: 0.146)

Дефинирано е пространство от функции на базата на обобщения функционал на Кулоновата енергия. Изследвани са фундаментални свойства на това пространство като строга изпъкналост и пълнота относно въведената норма.

[29] Georgiev, V., Tarulli, M. and Venkov, G: Local uniqueness of ground states for generalized Choquard model, Proc. of the Royal Society of Edinburgh, Section A: Mathematics (in press) (IF: 1.158)

Доказана е локалната единственост на основни състояния, съответстващи на обобщеното уравнение на Шокар. Изследвана е орбиталната устойчивост на солитонни вълни за съответния динамичен модел.

Учебници и учебни пособия

[1] Y. Megel, S. Kovalenko, A. Rudenko, M. Tarulli and G. Venkov, Operations research, calculus of variations and optimal control - Part I, Publishing House of Technical University - Sofia (ITUS), (2016), ISBN:978-619-167-252-3

Учебникът е на английски език, с обем от 374 страници и съдържа Увод, 7 глави и списък с цитирана литература. В него са застъпени темите: Задачи на линейното оптимизиране; Транспортна задача и методи за намиране на начално базисно допустимо решение; Целочислени и дискретни линейни оптимизационни задачи; Двойственост в линейното оптимизиране; Задача за назначенията; Унгарски метод; Задачи на нелинейното оптимизиране; Динамично програмиране и др. Той покрива дисциплините Оптимизиране и Изследване на операциите - части 1 и 2 от учебния план на бакалавърската специалност "Приложна математика и информатика" към ФПМИ на ТУ-София, но може да се ползва и от бакалаври и магистри в инженерните специалности в Технически Университет.

[2] M. Tarulli, G. Venkov, Y. Megel, S. Kovalenko and A. Rudenko, Operations research, calculus of variations and optimal control - Part II, Publishing House of Technical University - Sofia (ITUS), (2016), ISBN:978-619-167-253-0

Учебникът е на английски език, с обем от 188 страници и съдържа Увод, 3 глави и списък с цитирана литература. В него са застъпени темите: Задача на вариационното смятане, метод на вариациите; Уравнение на Ойлер–Лагранж; Екстремум на функционал при задача с подвижни краища; Условни и безусловни екстремуми на функционал; Достатъчни условия за силен и слаб минимум; Постановка на основните задачи за оптимално управление; Принцип на максимума в автономни и неавтономни системи и др. Той покрива дисциплината Математически основи на оптималното управление от учебния план на магистърската специалност "Приложна математика" към ФПМИ на ТУ-София.

[3] Г. Венков и Й. Йорданов, Математически модели в икономиката, Издателство на Техническият Университет - София, (2016), ISBN: 978-619-167-263-9

Учебникът е на български език, с обем от 211 страници и съдържа Увод, 4 глави и списък с цитирана литература. В него са застъпени темите: Диференчни уравнения от първи ред и приложения; Паяжинен модел; Дискретен модел на Солоу–Суон; Диференчни уравнения от повисок ред; Модел на Самуелсън–Хикс Цикличен модел за складовите наличности; Нелинейни модели и лог-линеаризация; Теория на домакинството и Теория на фирмата; Класически и динамичен $IS - LM$ модел; Модел на Рамзи за икономически растеж и др. Той покрива дисциплината Математически модели в икономиката от учебния план на магистърската специалност "Приложна математика" към ФПМИ на ТУ-София.

[4] И. Трендафилов, Е. Николов, Г. Венков и Л. Цоков, Приложение на математиката в техническите науки, Издателство на Техническият Университет - София, (2011), ISBN: 978-954-438-882-9

Учебното пособие е на български език, с обем от 255 страници и съдържа Увод и 10 глави. Целта на това пособие е да запознае студентите с приложенията на математическия апарат, изучаван в задължителните математически дисциплини от учебните планове на инженерните специалности в ТУ-София.

[5] М. Маринов, К. Проданова и Г. Венков, Тестове по математика за кандидатстудентски изпити в Технически Университет - София, Софтрейд (2014), (2015), (2016), (2017)

Учебните пособия са предназначени за подготовка за кандидатстудентски изпит по математика в Технически Университет - София.

[6] М. Маринов и Г. Венков, Тестове по математика за прием след седми клас в Технологичното училище по електронни системи, Софтрейд (2015), (2016), (2017)

Учебните пособия са предназначени за подготовка по математика за кандидатстване след седми клас в Технологичното училище по електронни системи към Технически Университет - София.

Изготвил: доц. д-р Георги Пенчев Венков