



ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – СОФИЯ



Факултет по индустриални технологии

Катедра „Теория на механизмите и машините“



Маг. инж. Иво Йотов Йотов

**МОДЕЛИРАНЕ И ИЗСЛЕДВАНЕ НА СИСТЕМИ ЗА
ПРЕОБРАЗУВАНЕ НА ЕНЕРГИЯ, БАЗИРАНИ НА СПЛАВИ С
ПАМЕТ НА ФОРМАТА**

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

**на дисертация за придобиване на образователна и научна степен
"ДОКТОР"**

Професионално направление: 5.1 „Машинно инженерство“

**Научна специалност: „Теория на механизмите,
машините и автоматичните
линии“**

**Научни ръководители: проф. д-р инж. Тодор Тодоров
доц. д-р инж. Елица Гиева**

СОФИЯ, 2025 г.

I. ОБЩА ХАРАКТЕРИСТИКА НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

Актуалност на проблема

Във връзка с нарастващата необходимост от устойчиви енергийни източници и ефективни системи за преобразуване на енергията моделирането и синтезът на енергопреобразуващи системи със сплави с памет на формата (СПФ) се явяват като важна област на изследвания. Тези специални материали предлагат уникални възможности за преобразуване на енергията поради своите изключителни механични и термични свойства.

Използването на СПФ в енергийните системи представлява обещаващо направление за разработване на интелигентни и ефективни решения. СПФ имат способността да запазват определена форма и след това да се връщат към първоначалната си форма при определени термични или механични стимули. Тази уникална способност ги прави подходящи за приложения в различни енергийни системи като например сензори за топлина и напрежение, термални актуатори и механични резонатори.

В този контекст изследванията в областта на моделирането и синтеза на енергопреобразуващи системи със СПФ се фокусират върху оптимизирането на технологиите за производство, разработването на нови методи за моделиране и симулация, както и върху разширяването на приложенията им в различни сфери на енергийната индустрия. Тези изследвания се стремят към създаването на по-ефективни и устойчиви енергийни системи, които да отговарят на нарастващите потребности на обществото за чиста и устойчива енергия.

Цел и основни задачи на дисертационния труд

Дисертационният труд има за цел да създаде, изследва и моделира енергопреобразуващи системи, в които основна роля имат фазовите кристалографски структурни трансформации при сплавите с памет на формата.

Задачите, които са набелязани за постигане на целта на дисертационния труд са:

1. Преглед на актуалната литература, свързана с използването на сплави с памет на формата в енергийните приложения, както и на изследванията по моделиране и синтез на енергопреобразуващи системи с тяхно участие.

2. Да бъде направен детайлен анализ на механичните и термичните свойства на самовъзбуждащ се термомеханичен осцилатор със СПФ. Създаване на математически модел за представяне на поведението на създадената система и провеждане на експериментални изследвания, за да се потвърди валидността на

разработените математически модели и предложената енергопреобразуваща система.

3. Да се разгледа в детайли динамиката на самовъзбуждащ се вибриращ харвестер посредством топлинна енергия със СПФ и PVDF конзоли. Да се създаде математически модел, представящ поведението на системата. Чрез експериментални изпитвания да бъде потвърдена валидността както на разработения модел, така и на предложената енергопреобразуваща система.

4. Да се моделира и изследва чрез настройване на честотите на термоелектричен вибрационен енергиен харвестер със СПФ и феромагнитни маси в магнитно поле. Да се извърши математически модел за симулиране на поведението на разработената система. Да се проведат изследвания с цел верификация на модела и доказване на работоспособността на предложената енергопреобразуваща система.

5. Да се анализират получените резултати от изследванията и формулиране на общи изводи относно ефективността и приложимостта на моделираните и синтезирани енергопреобразуващи системи със сплави с памет на формата.

6. Подготовка и представяне на дисертационния труд, описване на неговите приноси и публикуване на научните резултати в научни списания.

Научна новост

Проектиран е нов енергиен харвестер, използващ самовъзбуждащи се термомеханични осцилации, базирани на сплави с памет на формата под въздействие на топлинна енергия. Настройват се честотите на вибриране с помощта на постоянни магнити. Свойствата на тази система са изследвани теоретично чрез динамичен модел, в който са отчетени хистерезисните свойства на СПФ, отдаването на електроенергия на PVDF конзолите и силите на настройващите осцилациите постоянни магнити. Задачата на създадения динамичен модел на енергийния харвестер е решена чрез уравненията на Лагранж от втори род. Получената свързана система от три диференциални уравнения е решена спрямо трите обобщени координати, които са хоризонтална позиция x , вертикална позиция y и електрически заряд q , чрез който се определя генерираното напрежение v .

Практическа приложимост

Разглежданият нов уред за събиране на топлинна енергия може да намери различни приложения за преобразуване на енергията. Показани са възможностите за повишаване на генерираната мощност на гореописания харвестер чрез настройване на честотите на вибриране с помощта на постоянни магнити. Настройването на

честотите може да бъде разширено, като се обхванат както конвенционални макромасшаби, така и микромасшаби.

Апробация

Дисертационният труд е докладван и обсъден на катедрен съвет на катедра „Теория на механизмите и машините“ при ТУ – София.

Публикации

Резултатите от дисертацията са отразени в три публикации, които са на английски език. Всичките публикации са отпечатани в списание MDPI.

Структура и обем на дисертационния труд

Дисертационният труд е в обем от **135** страници, като включва увод, **4** глави за решаване на формулираните основни задачи, списък с общите изводи, списък на основните приноси, списък на публикациите, списък на цитирания на публикациите по дисертацията, списък с предложения за награди по темата и използвана литература. Цитирани са общо **186** литературни източници, като **185** са на латиница и **1** на кирилица, а останалите са интернет адреси. Работата включва общо **30** фигури и **6** таблици.

II. СЪДЪРЖАНИЕ НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

ГЛАВА 1. ОБЗОР ПО ПРОБЛЕМА

Дисертационният труд е насочен към разработката и изследването на новаторски системи за преобразуване на енергия, базирани на СПФ. Тези сплави показват специфични термомеханични свойства, които позволяват възстановяване на първоначалната форма на материала при промяна на температурата, което ги прави високоефективни за иновативни приложения в областта на енергетиката.

Разгледани са физичните и химични характеристики на СПФ, тяхната кристална структура и фазови преходи. Анализирани са различните видове сплави, като нитинол, и са обсъдени техните свойства и потенциал за приложение в енергийни системи. Представени са примери за използване на тези сплави в задвижващи механизми в авиацията и автомобилостроенето, системи за оползотворяване на отпадна топлина и медицински устройства, като стентове и микроактуатори. Дискутират се предизвикателствата, свързани с интеграцията на СПФ в тези системи, както и потенциалните ползи от това.

Създаден е математически модел на термомеханичното поведение на СПФ. Представени са детайлни уравнения, които описват фазовите преходи и тяхната зависимост от външни фактори като температура и механично напрежение. Извършен е

анализ на моделите, за да се оцени точността и тяхната приложимост. Разработени са и са валидирани симулационни модели на енергийни системи, използващи СПФ за конверсия на топлинна енергия в механична работа. Описани са експериментални подходи, метод за събиране на данни и сражнителен анализ на резултатите от симулациите. Съответствието между експерименталните резултати и теоретичните модели потвърждава валидността на разработените модели.

Предложен и валидиран е способ за увеличаване на термомеханичните осцилации с 11%, в резултат на което електрическото напрежение се увеличава с 130%. В резултат на действието на постоянните магнити мощността на изходното напрежение на топлоенергийния комбайн се увеличава от 1,9 μW на 8,19 μW , което е увеличение с около 330%.

В заключение, дисертацията подчертава значението на СПФ като материал за бъдещето в системите за преобразуване на енергия. Разработените модели и експериментални изследвания предоставят основа за разширяване на възможностите за използване на тези материали в промишлеността. Препоръките за бъдещи изследвания включват усъвършенстване на химичния състав на сплавите и оптимизация на структурното проектиране на различни видове системи, за да се увеличи ефективността и надеждността на устройствата със СПФ.

ГЛАВА 2. АНАЛИЗ НА ОБЗОРА И ИЗГОТВЯНЕ НА КЛАСИФИКАЦИЯ

На този етап е трудно да се изчисли ефективността на представения тук енергиен харвестер. Основната причина за това е липсата на данни за входящата топлина. Ориентировъчни изчисления могат да бъдат направени въз основа на данни за ефективността на термомеханичното преобразуване на СПФ = 14% и механично – електрическото преобразуване на PVDF = 12,4%. Произведението на тези два коефициента показва, че приблизителната гранична ефективност на преобразуване на представения тук енергиен харвестер е около 1,75%. Тази стойност е силно завишена и би била трудно постижима на практика. По отношение на ефективността на преобразуване на топлината в електрическа енергия най-ефективни остават термоелектрическите генератори, за които 17% не е практически проблем. Също така в са посочени стойности на ефективността на термоелектрическите генератори от 23%.

Ниската ефективност на преобразуване на предложения тук енергиен харвестер, особено в сравнение с термоелектрически генератор, не трябва да обезсилва направените наблюдения.

Съвременната тенденция в областта на енергийните харвестери е да се търсят източници за преобразуване на енергията при всякакви условия на средата и с всякакви средства. Едно от предимствата на новопредложения термичен харвестер е, че той може да работи като комбиниран преобразувател на излишната топлина и излишната вибрация. Въпреки че те работят на базата на температурната разлика в термоелектрическите генератори, разпределенията на температурните полета са различни от тези на представения тук термичен харвестер.

Освен че не съдържа оловни съединения, пиезоелектричният материал PVDF е избран заради неговата гъвкавост, ниска цена и наличност на пазара. Изследваният тук термичен харвестер работи с честота от порядъка на 10 Hz. При тази ниска честота пиезоелектрическият материал PVDF не се представя добре и неговата ефективност на електрическо преобразуване е ниска. За да се увеличи честотата на индуцираните от нагревателя вибрации, предложената конструкция трябва да се оптимизира. Един от начините за увеличаване на честотата е да се намали дължината на СПФ нишката и да се намали масата на сферите. Увеличаването на конвективната възможност на СПФ нишката също ще увеличи честотата на вибрациите. Това може да се постигне чрез използване на повече от една СПФ нишка, но с по-малък диаметър. Това ще увеличи приемащата топлина повърхност при една и съща маса, което от своя страна ще повиши температурната времеконстанта. Глобално решение, което увеличава честотата, е да се сведе до минимум размерът на термичния харвестер. В този случай теорията на мащабирането показва, че топлинните процеси ще се ускорят и естествената честота ще се увеличи пропорционално на коефициента на мащабиране.

По отношение на температурата материалът PVDF губи пиезоелектричните си свойства при температура над 100°C. Този недостатък също ограничава приложението на предложени енергиен харвестер, особено в случаите, когато пиезоелектричните конзоли са в близост до нагревателя. Поради ниската честота текущите термични цикли, генерирани от СПФ жиците, не са съвместими с оптималния работен диапазон на PVDF.

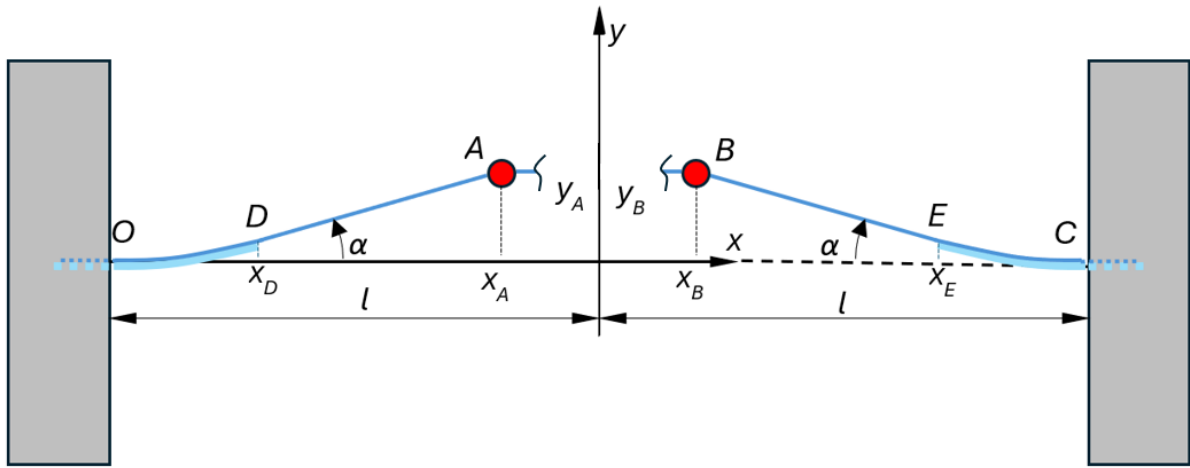
Термичният енергиен харвестер е изследван по-горе при условие, че нагревателят има постоянна температура, от която се предизвикват самовъзбудени вибрации. Ако нагревателят или друг източник на топлина има ниска честота или периодични промени на температурата, ще се прояви хибридно действие на изследвания харвестер. Хибридният характер се допълва и от

ефекта на случайните външни механични вибрации на опорите, които се предават на PVDF конзолите чрез СПФ нишката. Всички тези хибридни източници на енергия ще разширят възможностите на изследваното устройство за събиране на енергия. Проучването на въздействието на хибридните енергийни източници ще бъде интересна тема за бъдещи изследвания.

Специфично практическо приложение на разглеждания „температууроуловител“ е способността му да работи при отрицателни температури като „източник на студена топлина“. Топлинните самовъзбудени вибрации могат да съществуват при отрицателни температури, ако над студения източник на топлина има променливо температурно разпределение. Известно е, че температурата на аустенитния преход на СПФ материалите може да варира в голям диапазон (от -200 до 600°C) и това свойство е предпоставка за това специфично приложение.

ГЛАВА 3. ПРОЕКТИРАНЕ НА ЕНЕРГИЕН ХАРВЕСТЕР СЪС СПФ И ФЕРОМАГНИТНИ МАСИ В МАГНИТНО ПОЛЕ

Термоелектричният енергиен харвестер се състои от нишка от СПФ, която е фиксирана между две неподвижни опори O и C , разположени симетрично спрямо неподвижен нагревател. Върху нишката в близост до нагревателя са монтирани неподвижно две еднакви сфери, върху които действат магнитни сили, породени от симетрично разположени NdFeB магнити (M_1 и M_2). Във фиксираните краища на нишката от СПФ са разположени две пиезоелектрични конзоли OP_1 и OP_2 , които са монтирани с помощта на термоустойчиво фолио, така че да следват огъването на нишката. Цялата конструкция е симетрична спрямо ордината y на неподвижната координатна система O_{1xy} (Фигура 1). Материалът на нишката е сплав с памет на формата от нитинол, известна под търговската марка Flexinol®. За пиезоелектричните конзоли са използвани два вибрационни сензора тип DT1-052K, които са изградени от тънък пиезоелектричен филм от PVDF, метализиран със сребро от двете страни. Тези сензори представляват еластични електроди, покрити с пластмасови предпазни слоеве и галванично свързани с изводи за запояване.



Фигура 2 *Предположения, приети при определянето на деформациите на пиезоелектричните конзоли*

Допускането за зависимостта на температурата и магнитните сили на средния участък от позицията y води до представянето на еластична константа във функция на времето. Потенциалният характер на системата дава основание за силите на нишката от СПФ да се изведат чрез уравнения на Лагранж от втори род. Определянето на деформациите на пиезоелектричните елементи в съответствие с [1] (стр. 102) е направено в [2], където параболата на линията на деформация за лявата PVDF конзола е приета както е описана в формулата:

$$y_l = a(x + l)^2 = ax^2 + 2alx + al^2 \quad x \in [-l, -l + l_p], \quad (1)$$

където l_p е дължината на пиезоелектричната конзола, a е коефициент, който може да се определи, ако се приеме, че ъгълът на наклона в края на конзолата съвпада с този на СПФ нишката в същата точка. Коефициентът a е получен чрез:

$$a = \frac{y_A}{l_p(2x_A - l_p + 2l)}. \quad (2)$$

Използвайки диференциалното уравнение на еластичната линия на Ойлер-Бернули:

$$y'' = \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M_y}{EI}, \quad (3)$$

огъващият момент се изразява чрез:

$$M_y = -y''EI, \quad (4)$$

където E е модул на Юнг, I е инерционен момент. Втората производна на еластичната линия се намира след диференциране и се получава:

$$M_y = -\frac{2EIy_A}{l_p(2x_A-l_p+2l)}. \quad (5)$$

Напрежението, установено в пиезоелектричната PVDF конзола, е описано в закона:

$$\sigma = \frac{M_y}{W_y} = -\frac{2EIy_A}{l_p(2x_A-l_p+2l)W_y}. \quad (6)$$

Тогава деформацията се изразява със закона на Хук:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = -\frac{2Iy_A}{l_p(2x_A-l_p+2l)W_y}. \quad (7)$$

Абсолютната надлъжна деформация на лявата пиезоелектричната PVDF конзола се определя чрез:

$$\Delta l_{pl} = \varepsilon l_p = -\frac{2Iy_A}{(2x_A-l_p+2l)W_y}. \quad (8)$$

По подобен начин за абсолютната надлъжна деформация на дясната пиезоелектрична PVDF конзола вследствие на симетрията на системата се получава:

$$\Delta l_{pr} = \varepsilon l_p = \frac{2Iy_B}{(2x_B+l_p-2l)W_y}. \quad (9)$$

Тъй като пиезоелектрическата конзола има правоъгълно напречно сечение с ширина w и височина h_p , инерционният момент за напречното сечение се изчислява по формулата:

$$I = \frac{wh_p^3}{12}, \quad (10)$$

а за съпротивителния момент важи изразът:

$$W = \frac{wh_p^2}{6}. \quad (11)$$

Абсолютната надлъжна деформация на лявата PVDF конзола се преобразува в:

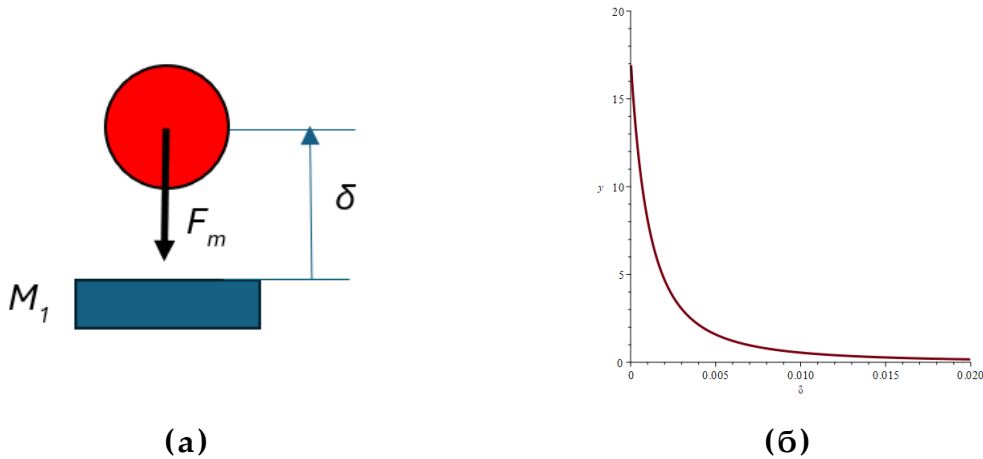
$$\Delta l_{pl} = -\frac{y_A h_p}{2x_A - l_p + 2l}, \quad (12)$$

Аналогично за абсолютната надлъжна деформация на дясната PVDF конзола вследствие на симетрията на системата следва (68).

За силата F_m между една сфера и постоянен магнит тук е приета зависимостта:

$$F_m = \frac{\kappa}{(\delta_0 + \delta)^2}, \quad (13)$$

която е изведена чрез числени симулации и експерименти в [3]. Във формула (13) константата κ е наречена *имагинерна магнитна маса*, δ_0 е имагинерна начална хлабина и δ е разстоянието между сферата и повърхнината на магнита (*Фигура 3 (а)*).



Фигура 3 *Магнитна сила между постоянен магнит и сфера от феромагнитен материал: (а) постановка на задачата; (б) графична характеристика на магнитната сила*

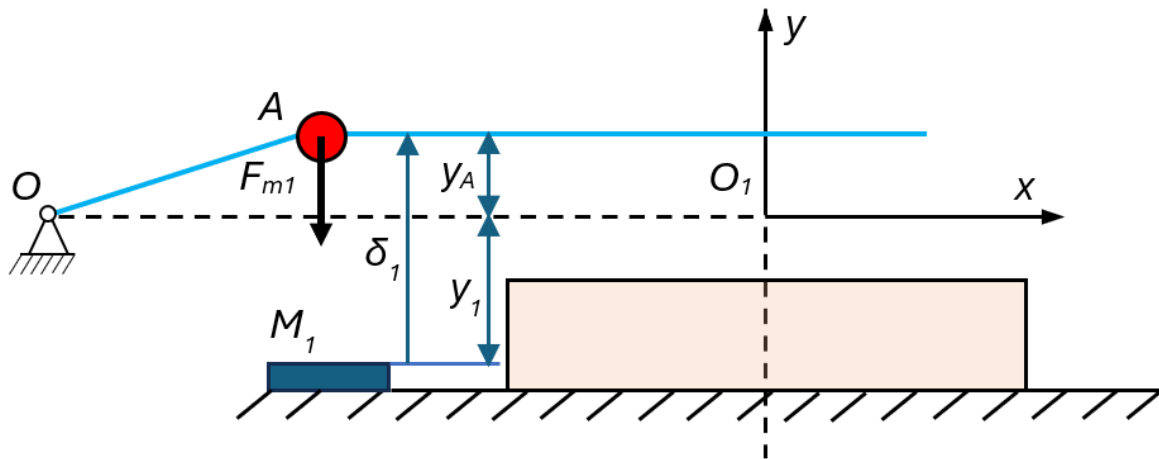
Магнитната сила при условна нулева междина (наречена е *условна*, защото практически никога разстоянието между сферата и магнита не може да е равно на нула поради грапавините и отклоненията от формите на двете повърхнини) при $\delta = 0$ е в сила началната магнитна сила:

$$F_{m0} = \frac{\kappa}{\delta_0^2}, \quad (14)$$

откъдето е видна размерността на имагинерната магнитна маса κ [Nm^2]. Характеристиката на магнитната сила във функция на преместването δ е показана на *Фигура 3 (б)*.

За определяне на силата, с която магнитът M_1 действа на една от сферите и тяхната потенциална енергия, е използвана постановката, показана на *Фигура 4*. Разгледано е едно текущо положение на масата в точка A , разположено на позиция y_A .

Влиянието на преместването на масите по оста x върху магнитните сили е пренебрегнато.



Фигура 4 Магнитни сили, действащи на сферата в точка A в произволно положение y_A

Като се вземе предвид, че:

$$\delta_1 = y_1 + y_A, \quad (15)$$

съгласно (14) магнит M_1 ще упражни силата:

$$F_{m1} = \frac{-\kappa}{(\delta_0 + y_1 + y_A)^2}. \quad (16)$$

Потенциалната енергия на силата на магнит M_1 , действаща върху маса в точка A , е определена след интегриране:

$$E_{mA} = \int \frac{-\kappa}{(\delta_0 + y_1 + y_A)^2} dy_A = \frac{\kappa}{\delta_0 + y_1 + y_A}. \quad (17)$$

Вследствие на симетрията, аналогично за масата в точка B е изразена магнитната потенциална енергия:

$$E_{mB} = \frac{\kappa}{\delta_0 + y_1 + y_A}. \quad (18)$$

Сумарната потенциална магнитна енергия за двете маси е:

$$E_m = E_{mA} + E_{mB} = \frac{2\kappa}{\delta_0 + y_1 + y_A}. \quad (19)$$

Допускането за зависимостта на температурата на средния участък от позицията y води до представянето на топлинната еластична константа във функция на времето. Потенциалният характер за разпределението на температурата в близост до

нагревателя дава основание за силите на нишката от СПФ да се изведат чрез уравненията на Лагранж от втори род.

Така описаният енергиен харвестер има четири механични степени на свобода и два електрически контура или обобщените координати са общо шест, четири от които са механични координати x_A, x_B, y_A, y_B и две електрически q_l и q_r , които са електрическите заряди съответно на лявата (фиксираната в точка O) и дясната (фиксираната в точка C) конзола.

За пиезоелектричните конзоли също се приема, че имат идентични параметри и от симетричната им ориентация следват субституциите $q_l = q, q_r = q$. Симетрията на системата намалява броя на обобщените координати наполовина, които след полаганията се ограничават до x, y и q . Прието е, че механичната система при движението си се намира в своята симетрична конфигурация спрямо ос y , което прави валидни субституциите $x_O = -l, x_C = l, y_O = 0, y_C = 0, l_1 = l_3, \Delta l_1 = \Delta l_3$ и $l_2 = 2(l - l_{10})$, където $l = \frac{OC}{2}$. Това означава, че в Лагранжиана се съдържат кинетичната, потенциалната и пиезоелектричната енергия, а поведението на електромеханичната система се описва от свързана система от три диференциални уравнения, съответстващи на трите симетрични обобщени координати.

Кинетичната енергия на механичната система, след като е взета предвид симетрията, е получена във вида:

$$E_K = m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2), \quad (20)$$

където с точка са означени производните на координатите спрямо времето t , а m е масата на една сфера.

Вторият компонент на Лагранжиана е потенциалната енергия, която се акумулира в нишката от СПФ в студените крайни участъци OA и BC , както и в средния участък AB , в който променя температурата си и модула на Юнг. Поради тези предпоставки за потенциалната енергия е валиден изразът:

$$E_p = \frac{k_l}{2}(\Delta l_1^2 + \Delta l_3^2) + \frac{k_T}{2}\Delta l_2^2 + \frac{2\kappa}{\delta_0 + y_1 + y_A} = k_l\Delta l_1^2 + \frac{k_T}{2}\Delta l_2^2 + \frac{2\kappa}{\delta_0 + y_1 + y_A}, \quad (21)$$

където k_l е еластичната константа на крайните студени участъци, определена чрез:

$$k_l = \frac{E_1 A}{l_1}, \quad (22)$$

k_T е температурна еластичната константа, която е функция на температурата на нишката от СПФ и се определя от:

$$k_T = \frac{E_2 A}{l_2}, \quad (23)$$

с пояснението

$$k_T = k_T(x_A(t), y_A(t)). \quad (24)$$

Третият компонент в Лагранжиана е енергията на пиезоелектричната PVDF конзола, която в съответствие с [1] (стр. 102) и след като се разгледа симетрията, се представя във вида описан в:

$$E_{pe} = \frac{q^2}{C(1-k_{33}^2)} - \frac{2d_{33}K_a}{C(1-k_{33}^2)} q \Delta l_p + \frac{K_a \Delta l_p^2}{(1-k_{33}^2)}, \quad (25)$$

където C е еквивалентен капацитет на пиезоелектричния преобразувател, ϵ_{33} и d_{33} са съответно диелектричната проницаемост и пиезоелектричната константа на PVDF конзолата, s^E е податливостта на пиезоелектричната конзола при постоянно електрическо поле и k_{33}^2 е коефициент на електромеханично свързване на PVDF.

Системата от свързани диференциални уравнения се извежда след диференциране на Лагранжиана съгласно уравненията на Лагранж от втори род, които имат вида:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \Lambda}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial \Lambda}{\partial q_i} = Q_i, i = 1, 2, 3, \quad (26)$$

в което обобщените координати са $q_1 = x$, $q_2 = y$ и $q_3 = q$, а обобщените сили имат вида:

$$\begin{aligned} Q_1 &= -\beta_x \dot{x} \\ Q_2 &= -2mg - \beta_y \dot{y}, \\ Q_3 &= -R_L \dot{q} \end{aligned} \quad (27)$$

където β_x , β_y са коефициенти на вискозни съпротивления съответно по ос x и y , g е земното ускорение, R_L е товарното съпротивление във веригата на пиезоелектричните конзоли, когато са свързани паралелно.

След диференцирането е изведена системата:

$$\begin{cases}
m\ddot{x} + k_l \Delta l_1 \frac{(x+l)}{\sqrt{(x+l)^2 + y^2}} + k_T(y) \Delta l_2 \frac{K_a h_p y}{CK_p [l_p - 2(x+l)]^2} \left(C \Delta l_p - d_{33} q + \frac{\varepsilon_{33} \omega \Delta l_p^2}{h_p} \right) = -\beta_x \dot{x} \\
m\ddot{y} + k_l \Delta l_1 \frac{y}{\sqrt{(x+l)^2 + y^2}} - \frac{k}{(\delta_0 + y_1 + y_A)^2} - C_p \frac{2C \Delta l_p - 2d_{33} q + \frac{\varepsilon_{33} \omega}{h_p}}{2C^2 K_p} = -2mg - \beta_y \dot{y} \\
d_{33} K_a \Delta l_p - q = -R_L \dot{q}
\end{cases}, \quad (28)$$

където:

$$C_p = \frac{K_a h_p}{l_p - 2(x+l)}. \quad (29)$$

Производната на топлинната еластичната константа на средния участък е:

$$\frac{dk_T(y)}{dy} = \frac{d}{dy} \frac{E_2 A}{l_2} = \frac{A}{l_2} \frac{dE_2}{dy}, \quad (30)$$

където производната на модула на Юнг спрямо y за средния участък има вида описан в:

$$\frac{\partial E_2}{\partial y} = \begin{cases} (E_m - E_a) \frac{dR_m}{dy} & \text{if } 0 \leq \varepsilon_{s2} \leq \varepsilon_m^y \\ (E_T - E_a) \frac{dR_m}{dy} & \text{if } \varepsilon_m^y \leq \varepsilon_{s2} \leq \varepsilon_m^d \\ (E_d - E_a) \frac{dR_m}{dy} & \text{if } \varepsilon_m^d \leq \varepsilon_{s2} \end{cases}. \quad (31)$$

Функцията на разпределението на топлинното поле над нагревателя модифицира относителната мартензитна фракция в:

$$R_m = \begin{cases} \frac{S_R}{2} \left(1 - \tanh \frac{T_m - T_h e^{-\frac{1}{\theta^2}(y-y_e) + T_0}}{\lambda_T} \right) + R_C S_R & \text{if } y \leq y_e \\ \frac{S_R}{2} \left(1 - \tanh \frac{T_m - T_h + T_0}{\lambda_T} \right) + R_C S_R & \text{if } y_e < y < y_f \\ \frac{S_R}{2} \left(1 - \tanh \frac{T_m - T_h e^{-\frac{1}{\theta^2}(y-y_f) + T_0}}{\lambda_T} \right) + R_C S_R & \text{if } y \geq y_f \end{cases}. \quad (32)$$

Производната на относителната мартензитна фракция спрямо преместването y е характеризирана чрез:

$$\frac{dR_m}{dy} = \begin{cases} \frac{S_R T_h}{2\lambda_T \theta^2} e^{-\frac{1}{\theta^2}(y-y_e)} \left(1 - \tanh \frac{T_m - T_h e^{-\frac{1}{\theta^2}(y-y_e)} + T_0}{\lambda_T} \right) & \text{if } y \leq y_e \\ 0 & \text{if } y_e < y < y_f \\ \frac{S_R T_h}{2\lambda_T \theta^2} e^{-\frac{1}{\theta^2}(y-y_f)} \left(1 - \tanh \frac{T_m - T_h e^{-\frac{1}{\theta^2}(y-y_f)} + T_0}{\lambda_T} \right) & \text{if } y > y_f \end{cases} \quad (33)$$

Системата (28) е решена числено след понижаване на реда чрез неявен метод на Ойлер от 5-ти ред при начални условия, дадени в Таблица 1. За целта е създадена специална програма на Maple 16.

Таблица 1 Стойности на параметрите на системата диференциални уравнения

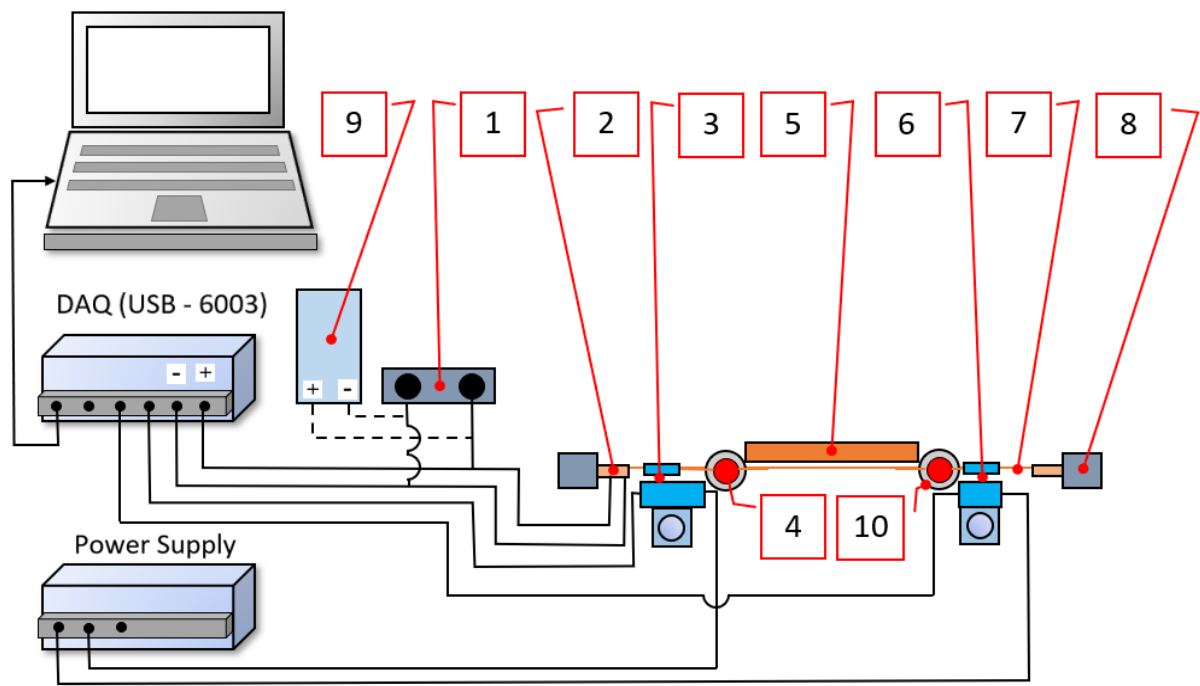
Параметър	Символ	Стойност	Размерност
Междина между електродите на пиезоелектричната конзола	h_p	28×10^{-9}	m
Дължина на пиезоелектричната конзола	l_p	0.0235	m
Ширина пиезоелектричната конзола	w	0.0102	m
Диелектрична проницаемост на PVDF	ε_{33}	$9.7396 \times 10^{-11*}$	F/m
Податливост на пиезоелектричната конзола при постоянно електрическо поле	s_{33}^E	$0.384 \times 10^{-10*}$	Pa^{-1}
Пиезоелектрична константа на PVDF	d_{33}	-27.1^*	pC/N
Коефициент на електромеханично свързване на PVDF	k_{p33}	16^*	$\%$
Надлъжен модул на Юнг на PVDF	E_p	2.5^*	GPa
Междупорно полуразстояние	l	0.026	m
Полудължина на нишката от NiTi	l_{s0}	0.25	m
Маса на сферата	m	$6 \cdot 10^{-3}$	kg
Земно ускорение	g	9.81	m/s^2
Дължини на крайните участъци на NiTi нишката	$l_1 = OA_0$ $l_3 = B_0C$	0.14	m
Дължина на средния участък на NiTi нишката	$l_2 = A_0B_0$	0.24	m
Диаметър на NiTi нишката	ds	0.00025	m
Модул на Young за NiTi в изцяло двойникуван мартензит	E_m	21.7^{**}	GPa
Модул на Young за NiTi в частично двойникуван мартензит	E_T	0.56^{**}	GPa
Модул на Young за NiTi в отдвойникуван мартензит	E_d	11.1^{**}	GPa
Модул на Young за NiTi в аустенит	E_a	55.5^{**}	GPa
Относителна надлъжна деформация на провлачване за двойникуван мартензит	ε_m^y	0.0024^{**}	--
Минимална относителна надлъжна деформация на отдвойникуван мартензит	ε_m^d	0.0044^{**}	--
Стартова аустенитна температура на NiTi	A_s	55.99^{**}	$^{\circ}C$
Финална аустенитна температура на NiTi	A_f	64.05^{**}	$^{\circ}C$

Параметър	Символ	Стойност	Размерност
Стартова мартензитна температура на NiTi	M_s	25.24**	°C
Финална мартензитна температура на NiTi	M_f	21.44**	°C
Аустенитна коригираща температура	b_a	0.01	°C
Аустенитен коефициент	c_a	1.95	--
Мартензитна коригираща температура	b_m	0.01	°C
Мартензитен коефициент	c_m	2.17	--
Начална позиция на максималната температура	y_e	0.0095	m
Крайна позиция на максималната температура	y_f	0.023	m
Условна дължина за наклона	θ	0.0042	m
Стайна температура	T_0	20	°C
Максимална температура на нишката от NiTi	T_h	70	°C
Надлъжен коефициент на демпфериране	β_x	0.00042	kg/s
Напречен коефициент на демпфериране	β_y	0.0014	kg/s
Товарно съпротивление	R_L	От 5×10^5 до 7×10^6	Ω
Начална скорост по x	$\dot{x}(0)$	0	m/s
Начална скорост по y	$\dot{y}(0)$	0	m/s
Начална позиция по x	$x(0)$	-0.1	m
Начална позиция по y	$y(0)$	0.01	m
Разстоянието между сферата и повърхнината на магнита	δ	0.01	m
Имагинерната магнитна маса	κ	8.14×10^{-5}	Nm^2

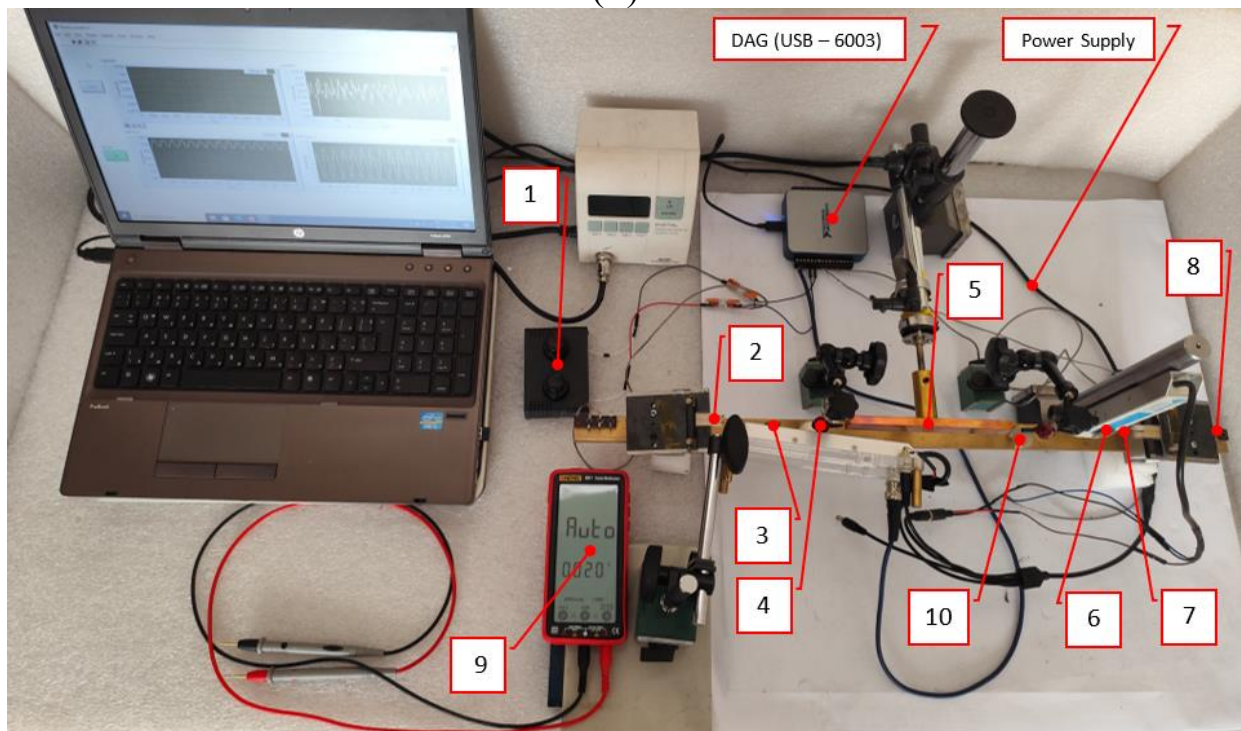
*По данни от [4] **Свойствата на NiTi са определени експериментално в [5].

ГЛАВА 5. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА ПРОВЕРКА

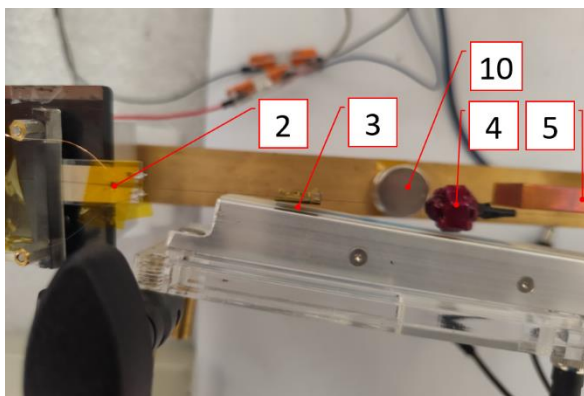
За валидиране на резултатите от числената симулация на динамичния модел е създадена експериментална установка, чиято цялостна концепция е изяснена схематично на *Фигура 5 (а)*. На *Фигура 5 (б)* е показано как изглежда тя отгоре. *Фигура 5 (в)* е близък поглед на лявата страна на енергийния харвестер с PVDF конзолата 2, на сензора за хоризонтална позиция 3, тежест 4, нагревателя 5 и магнити 10. *Фигура 5 (г)* е снимка на дясната част на енергийния харвестер, на която се вижда сферата 4, нагревателя 5, сензора за вертикална позиция 6, нишката от СПФ 7, дясната опора 8 и магнити 10.



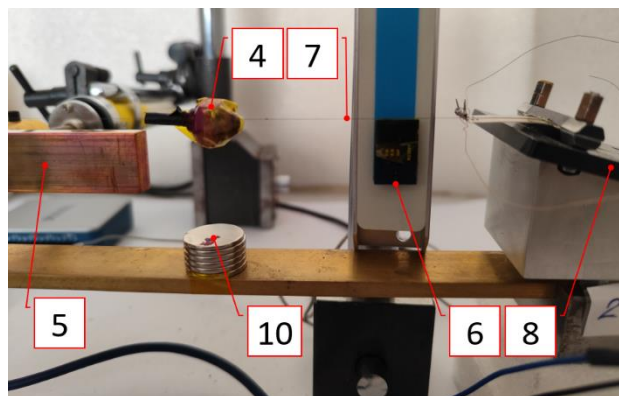
(a)



(6)



(в)

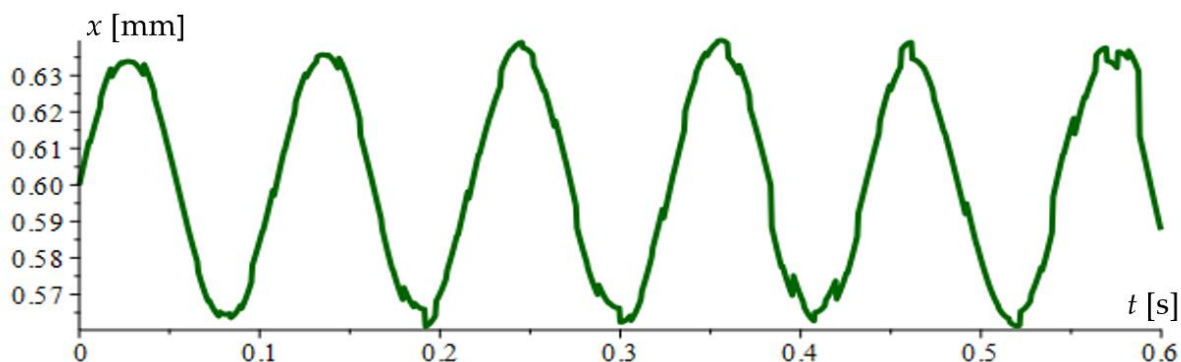


(г)

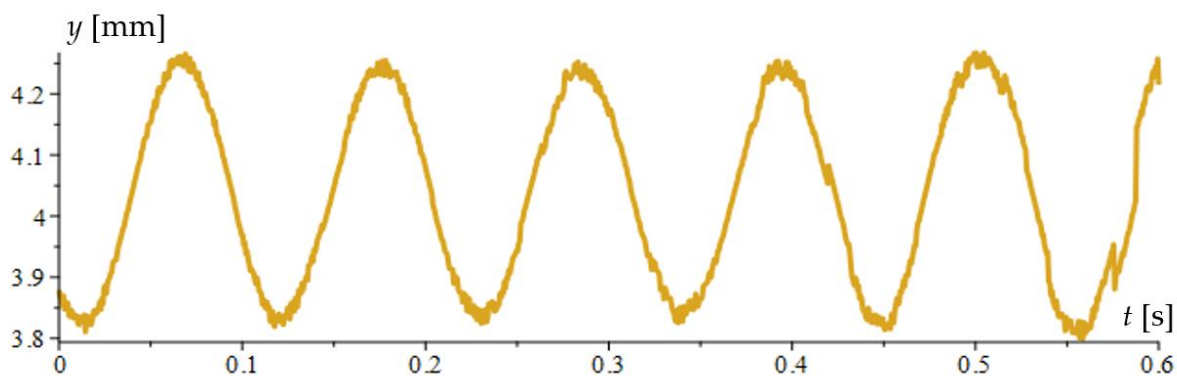
Фигура 5 Установка за експериментално изследване на термоелектричния енергиен харвестер: (а) схема и цялостна концепция; (б) снимка отгоре на цялата опитна установка (в) частичен изглед на лявата страна (г) частичен изглед на дясната страна на енергийния харвестер

Опитната установка, съдържа нагревателя 5, разположен в средата нишката от СПФ 7, сферите 4, върху които действат директно NdFeB магнити 10. Добавени са сензори за определяне на хоризонталното 3 и вертикалното 6 преместване на масите. Тези сензори са тип APO-075-002-000 на TT Electronics Ltd UK. Паралелно на изходите на двете пиезоелектрични греди 2 са свързани променливи товарни резистори 1, чието съпротивление се настройва чрез омметър 9. Напрежението от пиезоелектричните греди и двата сензора за позиция постъпват в Data Acquisition System DAQ USB – 6003 на фирмата National Instruments, след което се обработват от лаптоп чрез програма на LabVIEW 11, за да се записват във файл в Excel.

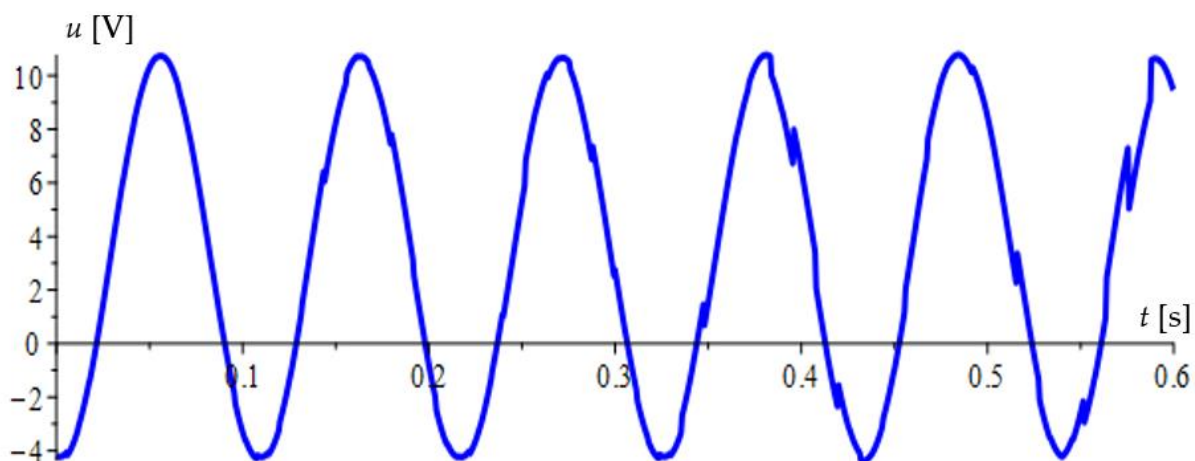
На *Фигура 6* са показани резултатите от числената симулация на системата от диференциални уравнения. Графиките, получени от теоретичните резултати, потвърждават реалното поведение на енергийния харвестер под влияние на NdFeB магнити. От графиките се вижда, че честотите и амплитудите на трептенията съвпадат, като стохастичните процеси и тук са налице.



(а)



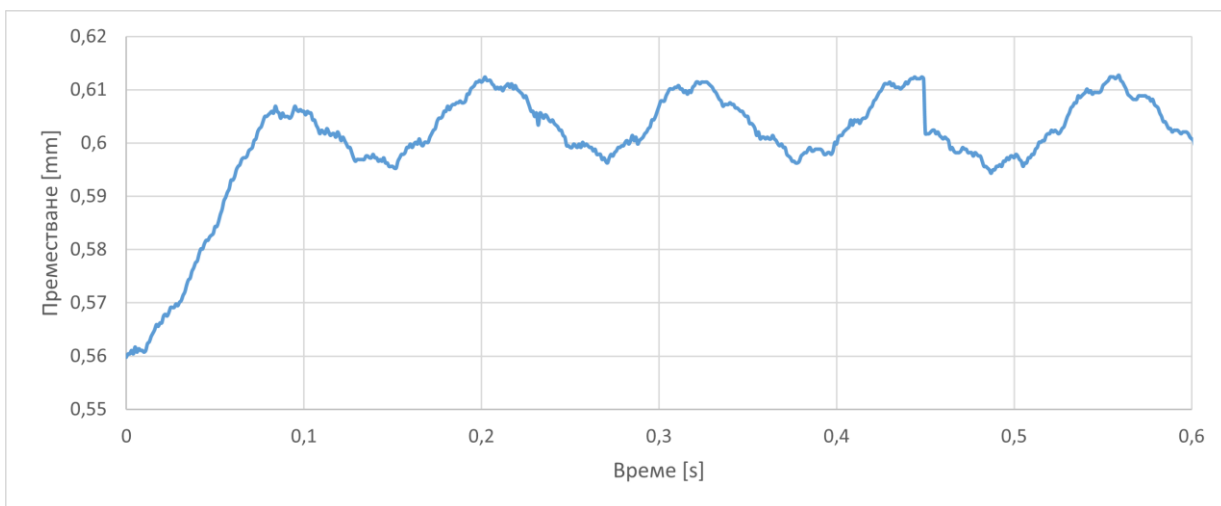
(б)



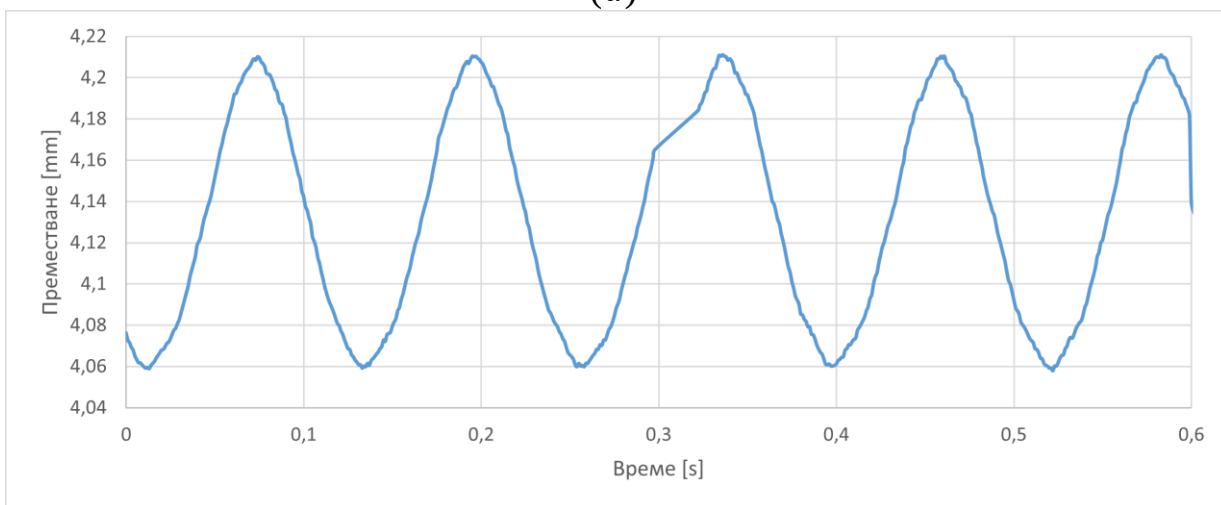
(в)

Фигура 6 Графики на численото решение на системата, получено чрез данните от Таблица 1; (а); преместване по ос x ; (б) преместване по ос y ; (в) измерено напрежение на PVDF конзолата.

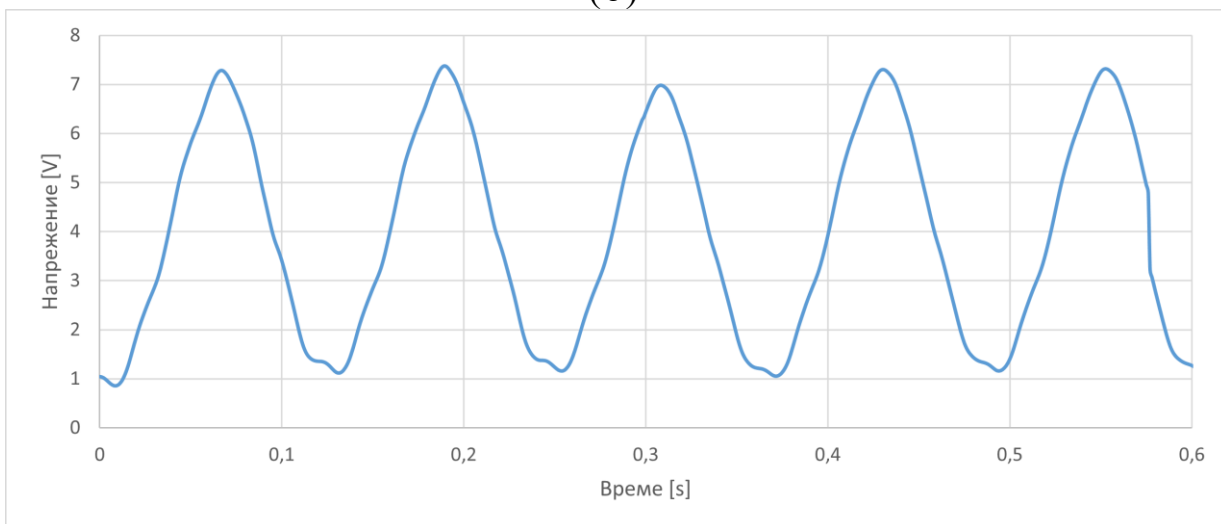
Поради променливия характер на коравината на топлото сечение и наличието на различни хистерезиси, трептенията по трите оси имат псевдопериодичен или по-скоро стохастичен характер. Тъй като трептенията по оста x са сума от топлинни и еластични премествания, те са ясно различни на графиката, където се наблюдава модулация с по-висока честота (Фигура 6).



(a)



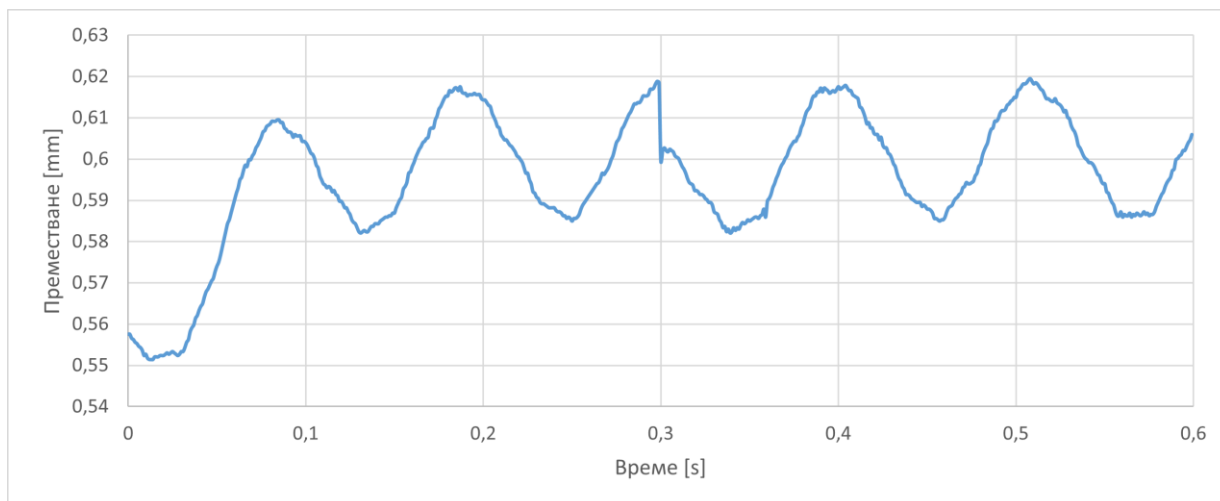
(б)



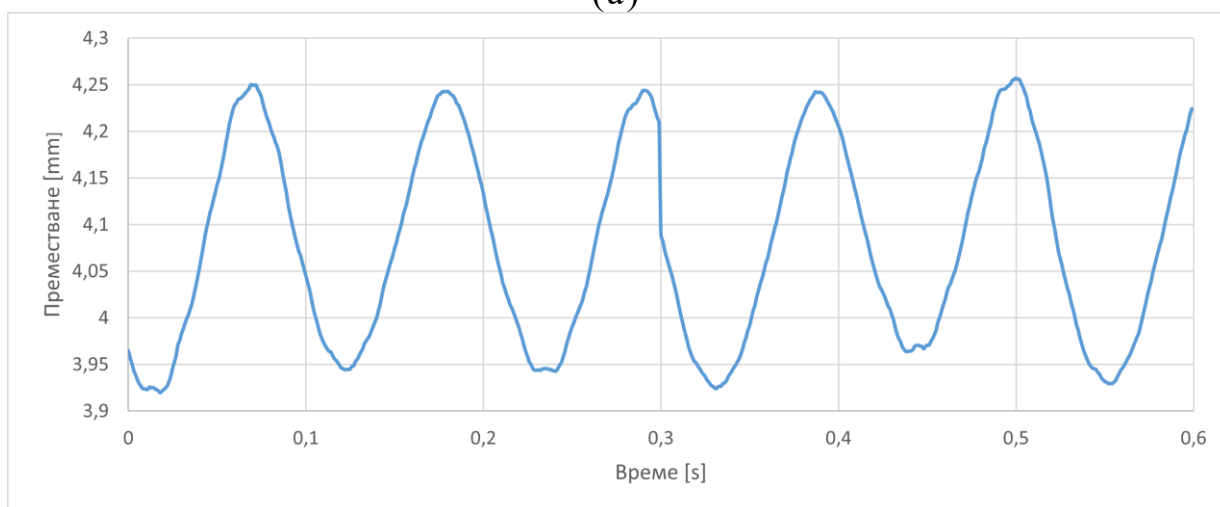
(в)

Фигура 7 Експериментални резултати на работа на системата без влияние на NdFeB магнити и температура на нагревателя от 70 °C: (a) преместване на сферата по ос x; (б); преместване на сферата по ос y; (в) напрежение на една от PVDF конзолите

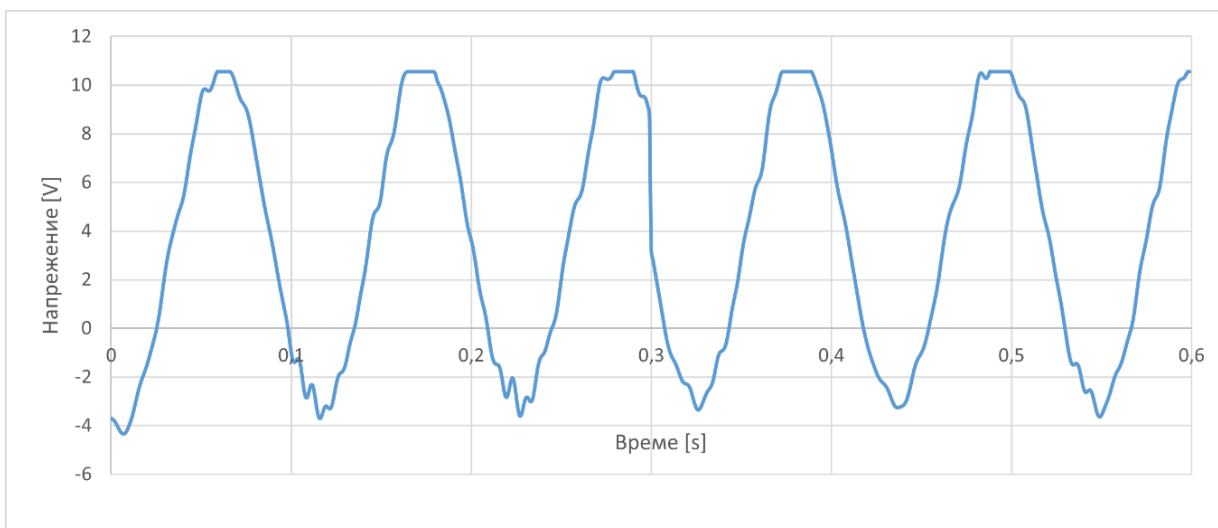
От съпоставянето на *Фигура 7* и *Фигура 8* е видно, че добавянето на NdFeB магнити подобрява работата на системата. Честотата на осцилиране ω се увеличава от 8,3 Hz, достигайки $\omega = 9,2$ Hz, което в този случай представлява увеличение на честотата с около 11%. Скоростта на системата е увеличена, преместването δ нараства, допринасяйки за повишаване на деформацията σ в PVDF конзолата и оттам на генерираното изходно пик до пик напрежение от 6,12 до 14,14 V, което представлява около 130% увеличение на изходното напрежение на енергийния комбайн с магнити.



(a)



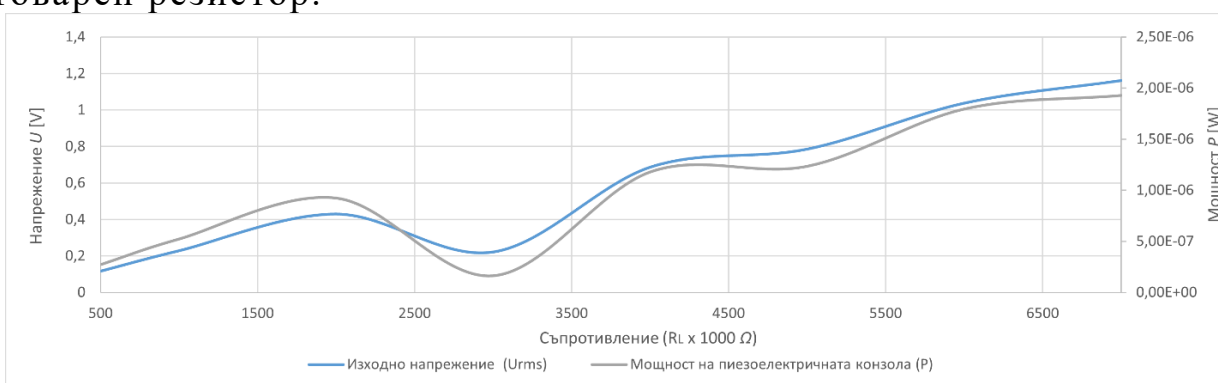
(б)



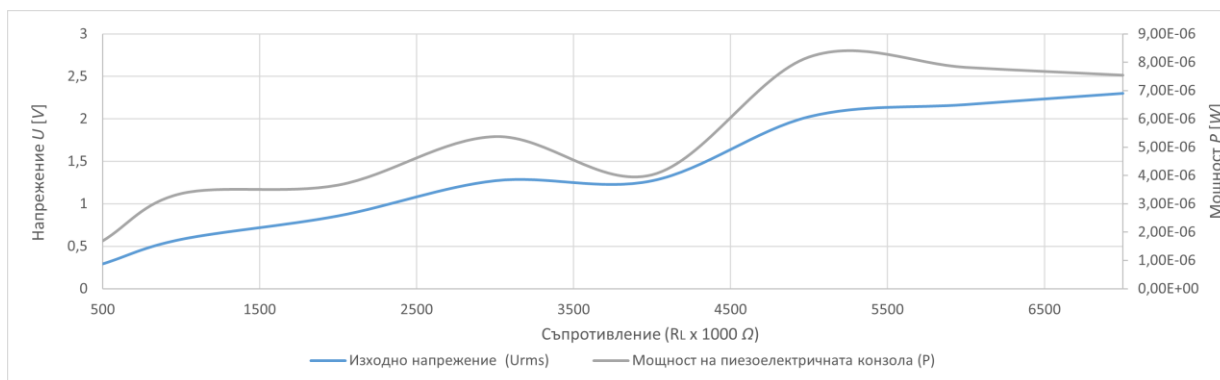
(b)

Фигура 8 *Експериментални резултати на работа на системата под влияние на NdFeB магнити и температура на нагревателя от 70 °C: (a) преместване на сферата по ос x; (b); преместване на сферата по ос y; (в) напрежение на една от PVDF конзолите*

Проведеният експеримент цели да установи възможностите на енергийния комбайн по отношение на изходната мощност. На *Фигура 9* са показани зависимостите на максималното и ефективното изходно напрежение от съпротивлението на товара. Резултатите от експериментите, съпоставящи мощностите при работата на системата без директно влияние от NdFeB магнити (*Фигура 9 (a)*) и с директно влияние върху сферите от NdFeB магнити (*Фигура 9 (б)*), са проведени със стъпка от 500 K Ω за товарен резистор.



(a)



(б)

Фигура 9 Графика на получената мощност на измерено напрежение на PVDF конзолата; (а) работа на системата без влияние на NdFeB магнити; (б) работа на системата с влияние на NdFeB магнити

От графиките се вижда, че максималната мощност за система без въздействието на NdFeB магнити от $1,92 \mu W$ се постига при $R_L = 7 M\Omega$ и изходно напрежение $U = 1,16 V$. Максималната мощност за система под въздействието на NdFeB магнити е $8,19 \mu W$ при товарно съпротивление от $R_L = 5 M\Omega$ и изходно пик до пик напрежение $U = 2,02 V$. Максималното изходно напрежение $U = 2,3 V$ е достигнато при $R_L = 7 M\Omega$ и мощност $P = 7,54 \mu W$. Тези резултати показват, че магнитите са допринесли за увеличаване на оптималната изходна мощност с 330%.

НАУЧНО-ПРИЛОЖНИ И ПРИЛОЖНИ ПРИНОСИ

1. Доказване с нови средства на съществени нови страни в съществуващи научни проблеми и теории

1. Чрез уравненията на Лагранж от втори род е създаден мултифизичен динамичен модел на самовъзбуждащ се термомеханичен осцилатор, в който нишка от СПФ с две концентрирани сферични маси се задвижва чрез източник на постоянна температура. Получената свързана система от диференциални уравнения е решена числено чрез оригинална програма, използваща неявен метод на Ойлер.

2. Изменението на температурата в модела на самовъзбуждащия се термомеханичен осцилатор е апроксимирана чрез стационарна функция на вертикалната координата, което позволява температурното поле да се приеме за потенциално.

3. Създаден е нов мултифизичен динамичен модел на енергиен комбайн, базиран на термомеханичния осцилатор, в който е добавена пиезоелектрична област, описваща деформацията и генерирането на електрически заряд на конзоли от полимера PVDF. В този модел новост е, че е прието полимерните конзоли,

които имат нисък модул на Юнг, да копират деформацията на нишката от СПФ в мястото на окачване. За целта формата на еластичната линия е апроксимирана с парабола, която има същите начални и крайни условия като нишката от СПФ.

4. Установено е че мултифизичният модел на енергийния харвестер, след като е взета предвид симетрията, съдържа три обобщени електромеханични координати: хоризонтално, вертикално преместване на сферите и електрическият заряд на пиезоелектричните конзоли. Получени са числени решения на обобщените координати във функция на времето.

5. Към мултифизичния динамичен модел на енергийния харвестер е добавена магнитна област, която чрез настройване на честотите на самовъзбуждащите трептения повишава енергийната ефективност. Енергията на полето на постоянни магнити е въведена в Лагранжиана на модела, чрез експериментална апроксимация на магнитната сила и последващо извеждане на потенциалната енергия.

6. Чрез анализ е установено, че трептенията на разглежданите системи имат стохастичен характер, а при хоризонталните трептения освен механични се появяват и термални с по-висока честота, дължащи се на температурното свиване на нишката от СПФ.

2. Получаване на потвърдителни факти

1. Получени са потвърдителни експериментални факти за теоретично изведените функции на обобщените координати за трите модела на самовъзбуждащия се термомеханичен осцилатор, енергийния комбайн с PVDF конзоли и неговото магнитно настройване на честотите.

3. Създаване на нови методи на изследване

1. Създадени са оригинални стендове за едновременно измерване в реално време на механични вибрации в две перпендикулярни направления и генерирано променливо електрическо напрежение .

2. Механичните вибрации са измерени с безконтактни електромагнитни сензори за позиция, чрез които са елиминирани грешките от интегриране, характерни за инерционните сензори.

3. Създадени са оригинални програми на LabVIEW, чрез които са записани и обработени данните от експериментите.

4. Измерени са мощностите на енергийните комбайни във функция на товарните резистори.

4. Създаване на нови конструкции

1. Създадена е нова конструкция на симетричен самовъзбуждащ се термомеханичен осцилатор, при който вибрациите се индуцират нишка от СПФ чрез нагревател с постоянна температура.

2. На базата на самовъзбуждащия се термомеханичен осцилатор е създаден енергиен комбайн, който преобразува механичните осцилации на нишката от СПФ в електрически заряд, чрез пиезоелектрични конзоли от PVDF .

3. Създадена е оригинална система за магнитно настройване на честотата на вибрациите на енергиен комбайн.

Списък на публикациите по дисертационния труд

1. Ivo Yotov, Georgi Todorov, Todor Todorov; *Study of Self-Excited Thermomechanical Oscillator with Shape Memory Alloys*; Actuators; 2024; 13; <https://doi.org/10.3390/act13050182>
2. Ivo Yotov, Georgi Todorov, Elitsa Gieva, Todor Todorov; *Dynamics of a Self-Excited Vibrating Thermal Energy Harvester with Shape Memory Alloys and PVDF Cantilevers*; Actuators; 2024; 14; <https://doi.org/10.3390/act14010008>
3. Ivo Yotov, Georgi Todorov, Todor Gavrilov, Todor Todorov; *Magnetic Frequency Tuning of a Shape Memory Alloy Thermoelectric Vibration Energy Harvester*; Energies; 2025; 18; <https://doi.org/10.3390/en18133341>

Цитирания на публикациите по темата:

1. Cheng, Y.; Wang, J.; Li, R.; Gu, X.; Zhang, Y.; Zhu, J.; Zhang, W. Design and Prototype Testing of a Smart SMA Actuator for UAV Foldable Tail Wings, Actuators 2024, 13, 499. <https://doi.org/10.3390/act13120499>.

Цитира: Yotov, I.; Todorov, G.; Todorov, T. Study of Self-Excited Thermomechanical Oscillator with Shape Memory Alloys. Actuators 2024, 13, 182. <https://doi.org/10.3390/act13050182>

2. Dali Ge; Wu Bao; Kai Li; Haiyi Liang, Self-oscillation-driven locomotion in a liquid crystal elastomer-based robot under constant illumination, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2025, 145, 108706. <https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2025.108706>

Цитира: Yotov, I.; Todorov, G.; Todorov, T. Study of Self-Excited Thermomechanical Oscillator with Shape Memory Alloys. Actuators 2024, 13, 182. <https://doi.org/10.3390/act13050182>

3. Arthur Adeodato; Lucas Lisboa Vignoli; Marcelo A. Savi; Luciana L. S. Monteiro Adaptive piezoelectric energy harvester using a shape memory alloy stopper, *Nonlinear Dynamics*, 2025, doi: 10.1007/s11071-025-11116-0

Цитира: Yotov, I.; Todorov, G.; Gieva E.; Todorov, T. Dynamics of a Self-Excited Vibrating Thermal Energy Harvester with Shape Memory Alloys and PVDF Cantilevers. *Actuators* 2024, 14, 1, 8. <https://doi.org/10.3390/act14010008>

4. Bangul Khan, Rana Talha Khalid, Muhammad Hasan Masrur, Muhammad Awais, Nimra Imdad, Mohamed Elhousseini Hilal, Wasim Ullah Khan, Zainab Riaz, Syed Bilal Ahmed, Bilawal Khan, Umay Amara, Bee Luan Advances in Polyvinylidene Fluoride (PVDF) for Self-Powered Wearable Physiological Monitoring and Energy Harvesting Applications, *Nano Energy* 2025, <https://doi.org/10.1016/j.nanoen.2025.111296>

Цитира: Yotov, I.; Todorov, G.; Gieva E.; Todorov, T. Dynamics of a Self-Excited Vibrating Thermal Energy Harvester with Shape Memory Alloys and PVDF Cantilevers. *Actuators*, 2024, 18, 13, <https://doi.org/10.3390/act14010008>

5. Olga Łastowska, Vitaliy Polishchuk, Andrii Poznanskyi Thermomechanical Parameters Modelling of Spring Force Elements Made of Shape Memory Alloys, *Materials* 2025, <https://doi.org/10.3390/ma18133055>

Цитира: Yotov, I.; Todorov, G.; Gieva E.; Todorov, T. Dynamics of a Self-Excited Vibrating Thermal Energy Harvester with Shape Memory Alloys and PVDF Cantilevers. *Actuators* 2024, 14, 1, 8. <https://doi.org/10.3390/act14010008>

Предложения за награди по темата:

Заглавие Dynamics of a Self-Excited Vibrating Thermal Energy Harvester with Shape Memory Alloys and PVDF Cantilevers

От [Research Awards](#)

До tst@tu-sofia.bg

Дата Сря 14:27

Dear Author,

Welcome! Your recent publication has been provisionally selected for the "Best Researcher Award."

Submit your profile via the Following link : <https://g-o.li/RQPpK>

Regards,
Organizing Committee
SER Awards

Reference:

This paper discusses the dynamics of a novel energy harvester that converts heat into mechanical vibrations of two polyvinylidene fluoride (PVDF) piezoelectric cantilevers that generate electrical energy using a shape memory alloy (SMA) filament. The vibrations are generated by a symmetrical system of two masses placed on the SMA filament, which moves transversely due to its own longitudinal temperature contractions and extensions. Temperature differences over a heat source of constant temperature are the cause of the periodic changes in length of the SMA filament. An experimental setup was created to study the harvester by measuring the mass displacements and electrical voltages generated by the piezoelectric cantilevers. Data were obtained on the dependence of the output voltage and power on the load resistance of the consumer. The experimental results are validated by a multiphysics dynamical model, taking into account the relationships between the mechanical, thermal and electrical domains. The vibrational modeling of the SMA filament takes into account the hysteresis properties and their characteristics when the time gradient changes, leading to the appearance of minor and sub-minor hysteresis. Research has shown that from a heater with a constant temperature of 70 °C, the

maximum power obtained is 3.6 μW at a load resistance of 4 $\text{M}\Omega$, and a maximum voltage of 5.8 V was generated at a load resistance of 13 $\text{M}\Omega$. An important feature of the proposed design is the possibility of miniaturizing the mechanical system.

<https://www.mdpi.com/2076-0825/14/1/8>

SUMMARY

Dissertation title: Modeling and investigation of energy conversion systems based on shape memory alloys

Author: Eng. Ivo Yotov, MSc

In connection with the growing need for sustainable energy sources and efficient energy conversion systems, the modeling and synthesis of energy conversion systems with shape memory alloys (SMA) are emerging as an important area of research. These special materials offer unique opportunities for energy conversion due to their exceptional mechanical and thermal properties. The use of SMA in energy systems is a promising direction for the development of intelligent and efficient solutions. SMA have the ability to retain a certain shape and then return to their original shape under certain thermal or mechanical stimuli. This unique ability makes them suitable for applications in various energy systems, such as heat and stress sensors, thermal actuators, and mechanical resonators.

In this context, research in the field of modeling and synthesis of energy conversion systems with SMA focuses on optimizing manufacturing technologies, developing new modeling and simulation methods, and expanding their applications in various areas of the energy industry. This research aims to create more efficient and sustainable energy systems that meet society's growing needs for clean and sustainable energy.

The aim of the dissertation on "Modeling and Research of Energy Conversion Systems Based on Shape Memory Alloys" is to investigate and study the possibilities for the application of shape memory alloys in the energy industry. The specific objective of the dissertation is to provide a comprehensive analysis of the technologies for modeling and synthesizing energy conversion systems that use shape memory alloys as a key component.

The main aspects covered by the dissertation include:

1. Investigation of the properties of shape memory alloys and their energy conversion capabilities.
2. Analysis of existing models and methods for modeling energy conversion systems with shape memory alloys.
3. Development of new models and methods for optimizing energy conversion systems with shape memory alloys.
4. Experimental confirmation of the effectiveness of various energy conversion systems based on shape memory alloys.
5. Investigation of the potential applications of these systems in renewable energy, smart cities, the automotive industry, and other areas.

Литературни източници:

- [1] R. Mitrev, E. Atamas, O. Goncharov, T. Todorov and I. Iatcheva, "Modeling and study of a novel electrothermal oscillator based on shape memory alloys," in *9th International Scientific Conference Techsys 2020* – engineering, technologies and systems .
- [2] A. Preumont, *Mechatronics: Dynamics of Electromechanical and Piezoelectric Systems*, Springer Science & Business Media, 2006.
- [3] T. Todorov, R. Mitrev, B. Tudjarov and R. Nikolov, "Qualitative Analysis of Oscillating Magnetomechanical System," *IOP Conf Ser Mater Sci Eng*, vol. 618, p. 012054, 2019.
- [4] G. M. Sessler, "Piezoelectricity in polyvinylidene fluoride," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 70, no. 6, p. 1596–1608, 1981.
- [5] R. Mitrev and T. S. Todorov, "A case study of experimental evaluation of the properties of shape memory alloy wires," *AIP Conference Proceedings*, vol. 2449, no. 1, p. 060010 , 2022.
- [6] I. Yotov, G. Todorov and T. Todorov, "Actuators," *Study of Self-Excited Thermomechanical Oscillator with Shape Memory Alloys*, vol. 13, no. 5, p. 182, 2024.