



ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – СОФИЯ

Факултет за германско инженерно обучение и промишлен
мениджмънт
Докторантско училище

Маг. инж. Петър Николаев Николов

КВАНТОВИ АЛГОРИТМИ В КИБЕРНЕТИКАТА

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

на дисертация за придобиване на образователна и научна степен
"ДОКТОР"

Област: 5. Технически науки

Професионално направление: *5.2. Електротехника, електроника и
автоматика*

Научна специалност: *Приложение на принципите и методите на
кибернетиката в различни области на науката*

Научен ръководител: Доц. Д-р инж. Васил Гълъбов

СОФИЯ, 2020 г.

Дисертационният труд е обсъден и насочен за защита от съвета на докторантското училище към Факултет за германско инженерно обучение и промишлен мениджмънт на ТУ- София на редовно заседание, проведено на 18.06.2020 г..

Публичната защита на дисертационния труд ще се състои на 22.10.2020 г. От 13,00 часа в Конферентната зала на БИЦ на Технически университет – София на открито заседание на научното жури, определено със заповед № ОЖ-5.2-72 от 01.07.2020 г. на Ректора на ТУ-София в състав:

1. доц. д-р Васил Гълъбов – председател
2. доц. д-р Александър Ефремов – научен секретар
3. проф. д-тн Чавдар Дамянов
4. доц. д-р Петко Русков
5. проф. д-р Петя Копринкова-Христова

Рецензенти:

1. проф. д-тн Чавдар Дамянов
2. доц. д-р Александър Ефремов

Материалите по защитата са на разположение на интересуващите се в канцеларията на Факултет за германско инженерно обучение и промишлен мениджмънт на ТУ- София, блок № 10, кабинет № 10203.

Дисертантът е редовен докторант на докторантското училище на Факултет за германско инженерно обучение и промишлен мениджмънт на ТУ- София. Изследванията по дисертационната разработка са направени от автора, като някои от тях са подкрепени от научноизследователски проекти.

Автор: маг. инж. Петър Николов

Заглавие: Квантови алгоритми в кибернетиката

Тираж: 30 броя

Отпечатано в ИПК на Технически университет – София

I. ОБЩА ХАРАКТЕРИСТИКА НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

Актуалност на проблема

Квантовата информация и в частност квантовите компютри, като най-голяма част от тази област, е една от най-бързо развиващите се научни области в днешно време. Квантовите компютри изпълняват операции за пресмятане като се основават на законите на квантовата физика, като обработката на квантовата информация се осъществява чрез едночастични и многочастични унитарни операции. Едночастичните квантови операции реализират контролирани квантови преходи от една суперпозиция в друга. Многочастичните имат за цел да създадат така наречените сплетени състояния, които създават зависимост между няколко квантови системи (кюбитове) такава, че едната система не може да бъде описана без да се знае състоянието на другите. В днешно време добре известен факт е, че класическите компютри са неспособни да симулират напълно динамиката на една квантова система, по ефективен начин, тъй като всяка една класическа симулация (симулация направена чрез използването на класически компютър) е експоненциално по-бавна от действителното развитие на процеса.

Особено стряскаща е идеята за нарастващите размери на проблемите, които трябва да бъдат решени чрез помощта на компютърни изчисления. От гледна точка на необходимите за решаването на множество интересни проблеми компютърни ресурси (основно хардуерни), те не биха били достатъчни. Квантовите компютри дават надежда, че някои от тези проблеми биха били решени, но това поставя нов проблем, който трябва да бъде преборен — алгоритмите. Квантовите алгоритми могат общо да се разделят на два класа — Квантова Фурие Трансформация, базирана на алгоритъма на Шор, и алгоритми, които са базирани на алгоритъма за търсене на Грувър. Първият клас алгоритми са експоненциално по-бързи от класическите такива за решаването на подобни задачи, докато вторите са квадратично по-бързи. Първият приложен алгоритъм за квантов компютър е създаден от Питър Шор, който чрез квантова интерференция успява да увеличи вероятността за търсения резултат през 1994г. Алгоритъмът на Шор успява да факторизира цели числа за полиномиален брой стъпки, като за класическият алгоритъм, изпълняващ същата задача стъпките са експоненциален брой. Алгоритмите, базирани на Квантовата Фурие Трансформация имат предимство пред класическите единствено, когато се използват квантово-механични данни. При втория клас алгоритми — базирани на алгоритъма на Грувър — чрез така нареченото предсказание (oracle) или черна кутия, се осъществява фазово усиливане за търсения резултат.

Квантовите компютри и областта на изследване на стохастични процеси все още не са достатъчно добре взаимосвързани. От все по-голямо значение са развитието на хардуерните решения за квантовите компютри и разработването на нови, модерни и все по-лесни за използване софтуерни рамки. Това дава възможността за разработване на техники за обвързване на квантовите алгоритми и анализа на големи обеми от данни, чрез които могат да се реализират приложения на алгоритми, които до този момент не са били осъществени поради липса на интеграция, или липса на среда за разработване на нови квантови алгоритми.

Цел на дисертационния труд, основни задачи и методи за изследване

Този дисертационен труд описва основните принципи на квантовите компютри като част от областта на квантовата информация и предлага нов квантов алгоритъм, който да бъде лесно интегриран в бъдещи приложения за анализ на случайни процеси, описвани чрез бинарен хомогенен Марковски модел. Същественото е, че разработеният алгоритъм за създаването на бинарен хомогенен Марковски модел позволява симулирането на дискретен по време случаен процес чрез представянето му като квантова система. Посредством симулацията на случайния процес чрез квантов компютър едновременно се пресмятат вероятностите за пълното множество от всички възможни пътища на процеса, като се намалява експоненциално броят на необходимите информационни операции за намирането на всички възможни пътища — 2^n пътища могат да се изчислят с n операции. Изчислителната сложност на алгоритъма (броят на елементарни операции, извършени от алгоритъма) е $O(n)$, където n е броят на дискретните стъпки в Марковския процес.

Научна новост

Разработен е метод за намиране на пълното множество на възможните пътища на случаен процес, описван чрез хомогенен Марковски модел и на база на този метод е синтезиран алгоритъм, който е приложим върху реални квантови компютърни процесори.

Практическа приложимост

Чрез симулирането на случаен процес, описван чрез хомогенен Марковски модел, върху квантов процесор, се осъществява връзка между квантовата физика и множество области на науката, където Марковските вериги са широко използвани — биология, химия, статистика и други. В дисертационния труд е описано решение на примерна задача от областта на биологията чрез използването на метода за намиране на пълното множество на възможните пътища на случаен процес.

Апробация

Валидирането е извършено върху реални квантови процесори в облачната изследователска мрежа на IBM. Тестова версия на алгоритъма е

имплементирана върху реален квантов процесор IBM Q 5 Tenerife - backend: ibmqx4.

Публикации

Най-съществените постижения и резултати от дисертационния труд са публикувани в две статии в периодични издания и два доклада от международни научни конференции, от които една самостоятелна статия.

Структура и обем на дисертационния труд

Дисертационният труд е в обем от **(брой)** страници, като включва увод, **(брой)** глави за решаване на формулираните основни задачи, списък на основните приноси, списък на публикациите по дисертацията и използвана литература. Цитирани са общо **139** литературни източници, като **139** са на латиница и **0** на кирилица, а останалите са интернет адреси. Работата включва общо **36** фигури и **1** таблици. Номерата на фигурите и таблиците в автореферата съответстват на тези в дисертационния труд.

II. СЪДЪРЖАНИЕ НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

ГЛАВА 1. ОБЗОР ПО ПРОБЛЕМА

Благодарение на първата квантова революция от началото на 20-ти век, която дава началото на разработването на устройства като транзисторите и лазерите, в днешно време компютрите заемат неразделна част от битието на почти всеки човек. Втората квантова революция започва в първите години на 21-ви век и продължава и до днешни дни, като сега основни проблеми за решаване, които стоят пред учените са: как да манипулират квантови частици ефективно, както и как да се измерват техните състояния и свойства. През тази революция, която по времето на писане на този дисертационен труд все още не е приключила, са направени огромни крачки в посока реални приложения на квантовата информационна технология за решаване на различни научни проблеми в областта на химията, физиката, криптографията, компютърните системи, телекомуникациите.

Намирането на зависимости в данните е основна задача в науката за данните, като техниките за машинно самообучение предоставят мощни инструменти за решаването на тези задачи. Тъй като квантовите системи създават такива зависимости, които не са логически обясними, те не могат ефективно да бъдат репродуцирани и анализирани от класическите компютри. Поради това се смята, че квантовите компютри биха имали неоспоримо предимство в анализа на данни и машинното самообучение пред класическите. Научната област на квантово машинно самообучение обхваща създаването на квантови алгоритми и конкретни квантови софтуерни решения, които биха се представили значително по-добре от класическите алгоритми от гледна точка на бързина и/или точност. Примери за квантово превъзходство над класическите аналози в машинното самообучение са: квантовата Фурие трансформация, намиране на собствени вектори и собствени стойности, решаване на линейни уравнения.

Множество зависимости в данните на случайни процеси могат да бъдат описани използвайки Марковското свойство. Моделирането на Марковски процеси намира приложение както в автономни, така и в контролирани системи в областта на финансите, кинетичен анализ на молекулите, генериране и разпознаване на говор, генетичен анализ, анализ на времеви редове, синтезиране на протеини, транспортна задача и др. Използвайки квантови компютри случайните процеси биха могли да бъдат симулирани ефективно и благодарение на природата на квантовите пресмятания — те са вероятностни, като общото състояние на системата е разпределено в множество състояния със съответните вероятности за преминаването от едно в друго.

Целта на този дисертационен труд е да се създаде метод и квантов алгоритъм, чрез които ефективно да се симулира бинарен хомогенен Марковски процес върху квантов компютър, което би допринесло за

разработката на бъдещи приложения на квантовите компютри за анализ на случайни процеси.

Поставените задачи за разработката на метод и алгоритъм за симулиране на бинарен хомогенен Марковски процес върху квантов компютър са:

- Да се разработи алгоритъм за определяне на фазовото отместване на кубит по оста X , в зависимост от желаното разпределение на вероятностите за амплитудите на състоянията му.
- Да се имплементира квантов логически гейт, който извършва фазово отместване по оста X на кубит.
- Да се имплементира контролиран квантов логически гейт (двукубитов), който извършва фазово отместване по оста X на кубита с роля на цел.
- Да се синтезира алгоритъм за симулация на бинарен хомогенен Марковски процес, приложим върху реални квантови процесори.
- Да се разработи квантова схема, позволяваща моделирането върху реален квантов процесор на произволен стохастичен проблем, описван чрез бинарен хомогенен Марковски модел.
- Да се разработи експериментална примерна квантова схема, която да се изпълни както върху високо-производителен квантов симулатор, така и върху реални квантови процесори в облачната услуга на IBM чрез софтуерната рамка QISIKT.
- Да се сравнят и анализират резултатите от изпълненията на квантовата схема върху различните хардуерни платформи.

ГЛАВА 2. АНАЛИЗ НА ОБЗОРА И ИЗГОТВЯНЕ НА КЛАСИФИКАЦИЯ

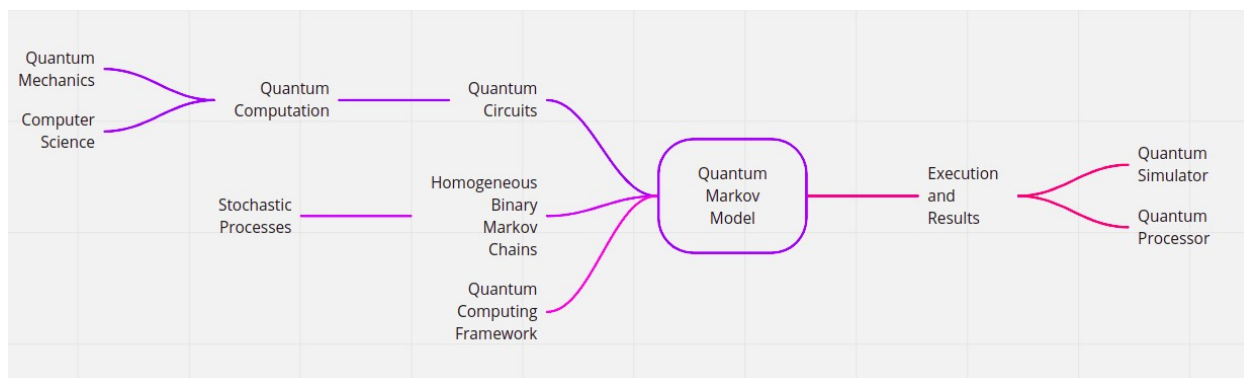
Марковските вериги са в основата на множество алгоритми в най-различни сфери на науката: биология, химия, физика, икономика, финанси и др. Използването на квантови компютри при решаването на реални научни проблеми би допринесло положително както за развитието на модерната наука, така и за развитието на квантовите технологии в частност.

Основната структура на дисертационния труд е показана на Фигура 1. Дисертационният труд е разделен на три основни части. Първата част дава обзор на основните идеи и резултати от областта на квантовите компютри и квантовата информация, показани са познанията в областта на компютърни науки, математика и физика, които са необходими за разбирането в дълбочина на квантовите компютри и квантовата информация. Разгледани са математическите основи на теорията за вероятностните процеси, в частност процеси, описвани чрез Марковски вериги, и по-специално – хомогенен бинарен Марковски процес. Също така е направен обзор на необходимата софтуерна рамка за разработването на модела и експерименталната проверка.

Във втората част са зададени целите, предизвикателствата и проблемите, които са обект на работата по дисертационния труд. Тук е

разгледана връзката между теорията квантовите компютри и квантовата информация със съществуващите към момента софтуерната рамка и инструментите, необходими, за решаването на зададената задача.

Третата част обхваща методиката и концепцията за разработването на квантовия алгоритъм, приложните обекти, изпълнението на експеримента и анализ на получените резултати.



Фигура 1: Структура на дисертационния труд

Квантови компютри

Квантовите компютри се основават на законите на квантовата механика като предлагат един коренно различен (от класическите компютри) механизъм за извършване на пресмятания. Съществуват три основни разлики между квантовите и класическите компютри:

- Суперпозицията – това е основен принцип в квантовата механика. Квантовата система в даден момент от време се намира едновременно във всичките възможни състояния едновременно. В контекста на квантовите компютри, това означава, че един квантов регистър съществува в състояние на суперпозиция от всичките възможни комбинации на 0 и 1 едновременно в даден момент от време. За разлика при класическите системи, един регистър може да бъде само в едно конкретно състояние в даден момент от време. Суперпозицията е състояние, което се разпада при извършването на измерване върху квантовия регистър – разпадането означава, че в момента на измерването квантовият регистър остава в едно определено класическо състояние. Пресмятанията се извършват като се задават вероятности за всички възможни състояния на регистъра.
- Квантовата система е вероятностна, а не детерминистична – всяко едно възможно състояние може да бъде наблюдавано, когато се извърши измерване върху системата. Квантовото пресмятане се извършва като се увеличава вероятността за наблюдение на „вярното“ състояние до достатъчно голяма.
- Квантовите системи също така могат да проявяват едно специфично свойство – сплетеност. Дадено състояние на квантовата система се

нарича сплетено, ако не може да се разложи на по-малки фундаментални части. Две различни части на квантовата система са сплетени, ако едната не може да бъде описана без другата.

За да може да бъде разбрана математиката, която се използва за описването на квантовите алгоритми е необходимо да бъдат обяснени основните понятия и нотации, които се използват за описването на основни квантови механични системи и състоянията на квантовите регистри.

Бра-кет нотацията (нотация на Дирак) е начин на записване на вектори, като векторът стълб се нарича кет вектор, а векторът ред – бра вектор:

$$v = \begin{bmatrix} v_0 \\ v_1 \\ v_2 \\ \dots \\ v_n \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\langle v | = \overline{v}^T = [\overline{v_0} \overline{v_1} \overline{v_2} \dots \overline{v_n}] \quad (2)$$

Където $\overline{v}$ е комплексно спегнатият на v . Нотацията на Дирак е удобен начин за описване на вектори в комплексно Хилбертовото пространство. Хилбертовото пространство е векторно пространство със векторното произведение и норма определена от това произведение. Векторното произведение на два вектора в комплексното Хилбертово пространство е скаларното произведение на векторите v и u^T (комплексно спегнатият вектор на u):

$$\langle u | v \rangle = \overline{u}^T v = [\overline{u_0} \overline{u_1} \overline{u_2} \dots \overline{u_n}] \begin{bmatrix} v_0 \\ v_1 \\ v_2 \\ \dots \\ v_n \end{bmatrix} = \overline{u_0} \cdot v_0 + \overline{u_1} \cdot v_1 + \overline{u_2} \cdot v_2 + \dots + \overline{u_n} \cdot v_n \quad (3)$$

Векторният продукт трябва да задоволява следните условия:

- $\langle v | v \rangle \geq 1$ където $\langle v | v \rangle = 0$ когато $|v\rangle = 0$.
- $\langle u | v \rangle = \overline{\langle u | v \rangle}$ за всяко $|u\rangle, |v\rangle$ във векторното пространство.
- $\langle u | \alpha_0 v + \alpha_1 w \rangle = \alpha_0 \langle u | v \rangle + \alpha_1 \langle u | w \rangle$

Нормата на векторът $|v\rangle$ в Хилбертовото пространство се дефинира като корен квадратен от векторното произведение на $|v\rangle$ със себе си, което геометрично представено е разстоянието от началото на координатната система до точката $|v\rangle$:

$$\| |v\rangle \| = \sqrt{\langle v | v \rangle} \quad (4)$$

Тензорното произведение на два вектора (Кронекерното произведение) описва линейна трансформация между две векторни пространства и се използва за комбинирание на няколко векторни пространства в едно по-голямо – тензорният продукт на векторно пространство, описващо квантова система

и друго векторно пространство, описващо друга квантова система, дава линейната комбинация на всички вектори в двете пространства.

$$|v\rangle\langle u| = \begin{bmatrix} v_0 \\ v_1 \\ \dots \\ v_n \end{bmatrix} [\bar{u}_0 \bar{u}_1 \dots \bar{u}_m] = \begin{bmatrix} v_0 \bar{u}_0 & v_0 \bar{u}_1 & \dots & v_0 \bar{u}_m \\ v_1 \bar{u}_0 & v_1 \bar{u}_1 & \dots & v_1 \bar{u}_m \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ v_n \bar{u}_0 & v_n \bar{u}_1 & \dots & v_n \bar{u}_m \end{bmatrix} \quad (5)$$

Аналогично на класическите компютри и информационни системи, квантовите компютри са базирани на квантовия бит (кюбит). В тази част ще бъдат представени основните характеристики на един и множество кюбитове (регистър от кюбитове). Както и при класическите компютри, където битовете представляват физически обект, така и тук кюбитовете се реализират чрез физически обекти, но за целите на дисертационния труд, те ще бъдат третираны като абстрактни математически обекти, тъй като няма наложена се стабилна хардуерна реализация на квантовите компютри – съществуват множество реализации с различни физични характеристики. Представянето на кюбитовете по този начин дава свободата, да се използва основната теория на квантовите пресмятания и квантовата информация, която не зависи от спецификите на дадена хардуерна реализация.

Един кюбит в чисто състояние (pure state) се описва чрез вълнова функция на базисните му състояния:

$$|\Psi(t)\rangle = e^{-i\zeta_0(t)} c_0(t) |0\rangle + e^{-i\zeta_1(t)} c_1(t) |1\rangle \quad (6)$$

Всеки кюбит има две възможни състояния $|0\rangle$ и $|1\rangle$, които отговарят на състоянията **0** и **1** при класическите битове. Разликата тук е, че даден кюбит може да съществува в състояние на суперпозиция – линейна комбинация на състоянията:

$$|\Psi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle \quad (7)$$

Където α и β са комплексни числа. Състоянието на кюбита е вектор в двумерно комплексно векторно пространство. Когато се измери кюбитът, той попада или в състояние $|0\rangle$ с вероятност $|\alpha|^2$, или в състояние $|1\rangle$ с вероятност $|\beta|^2$, като сумата от вероятностите трябва да бъде 1 - $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. Макар да звучи непонятно, състоянието на суперпозиция за даден кюбит означава, че той се намира някъде между $|0\rangle$ и $|1\rangle$, като при разпадане на суперпозицията, той детерминистично попада в едно от двете състояния.

Уравнението 6 може да придобие някой от двата вида дадени по-долу:

$$|\Psi\rangle = e^{i\gamma} \left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) |0\rangle + e^{i\phi} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) |1\rangle \right) \quad (8)$$

Като членът $e^{i\gamma}$ може да бъде премахнат:

$$|\Psi\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) |0\rangle + e^{i\phi} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) |1\rangle \quad (9)$$

Квантовите регистри са съставени от множество кюбитове, като дължината на регистъра определя количеството информация, която може да съхранява. Суперпозицията на регистъра означава, че всички кюбитове в

него са в суперпозиция. Всяка възможна конфигурация на битове в суперпозицията на регистъра е тензорният продукт на съставлящите го кубитове. Векторното пространство на един квантов n -мерен регистър е линейна комбинация на n на брой базисни вектора, всеки с дължина 2^n :

$$|\Psi_n\rangle = \sum_{i=0}^{2^n-1} \alpha_i |i\rangle \quad (10)$$

Може да се каже, че квантовите регистри са разширение на кубитовите, като вероятностите за всяко едно състояние на регистъра отговарят на условието:

$$\sum_{i=0}^{2^n-1} |\alpha_i|^2 = 1 \quad (11)$$

- За да се осъществи квантовото пресмятане, е необходимо квантовите регистри (кубитът също може да се разгледа като квантов регистър с дължина 1) да еволюират във времето. Тази еволюция се осъществява чрез прилагането на квантови логически гейтове върху регистрите. Приложен върху квантов регистър, квантовият гейт променя суперпозицията на регистъра към някакво желано крайно състояние. Математически квантовите гейтове се представят като трансформационни матрици, и се прилагат към квантовите регистри като резултатът е тензорно произведение на трансформационната матрица с матричното представяне на регистъра. Всички линейни оператори, отговарящи на квантови логически гейтове трябва да бъдат унитарни. Унитарните операции върху един кубит могат да се представят графично като завъртания по x, y, z осите на сферата на Блох, като всички линейни комбинации от $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ в $\mathbb{C}^2$ отговарят на всички точки по повърхността на сферата (θ, ψ) .

Основните елементарни, както и новосъздадени гейтове, използвани в дисертационния труд са дадени по-долу:

- Гейт на Адамар – квантов логически гейт, който действа върху един кубит като индуцира суперпозиция с еднакви вероятности за двете му възможни състояния $|0\rangle$ и $|1\rangle$. Има следното матрично представяне и графично изобразяване в квантовите мрежи:

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

- Паули X гейт - квантов логически гейт, който действа върху един кубит като действието му се определя като ротация по x оста на сферата на Блох с π радиана. Преобръща състоянията на кубита по следния начин $|0\rangle \rightarrow |1\rangle$ и $|1\rangle \rightarrow |0\rangle$:

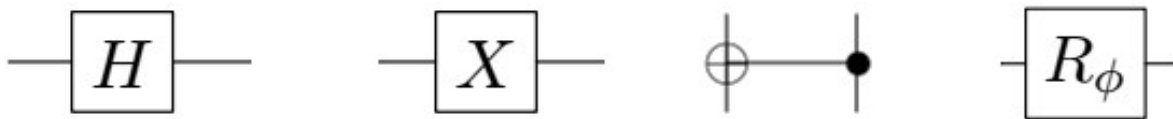
$$X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

- CNOT гейт - квантов логически гейт, който действа върху два кубита като единият кубит играе ролята на управляващ, а другият- цел. Когато управляващият кубит е в състояние $|1\rangle$, целта се преобръща:

$$CNOT = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

- Фазов гейт (R_ϕ) - еднокюбитов квантов логически гейт, който не променя базисното състояние $|0\rangle$ и променя фазата по следния начин: $|1\rangle \rightarrow e^{i\phi}|1\rangle$. По този начин не се променя вероятността да бъде измерено състояние $|0\rangle$ или $|1\rangle$ спрямо основния базис, но се променя фазата на квантовото състояние.

$$R_\phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\phi} \end{bmatrix} \quad (15)$$



Фигура 2. Графично представяне на символите за изобразяване на квантовите гейтове Адамар, Паули-X, CNOT и Фазов в квантовите схеми.Марковски вериги

Марковски вериги

Марковските вериги са математически модели за случайни процеси развиващи се във времето. Тези процеси представляват последователност от случайни събития. Те се използват в множество приложения, което ги прави най-важният пример за случайни процеси. Характеризиращото свойство на тези процеси е фактът, че те нямат памет, която да записва информация за това какво са били състоянията им в миналото. Това означава, че състоянието в следващият момент от време зависи само от състоянието на процеса в настоящето. В този дисертационен труд са разгледани единствено процеси, които имат крайно дискретно пространство на състоянията и се развиват в дискретно време.

Един дискретен по време Марковски процес може да бъде дефиниран като се знаят следните дефиниции и предположения:

- I е крайно изброимо множество.
- Всяко $i \in I$ се нарича състояние на процеса, и I - пространство на състоянията.
- $\lambda = (\lambda_i : i \in I)$ е мярка на I ако $0 \leq \lambda \leq \infty$.

- Ако $\sum \lambda_i = 1$, където $i \in I$, то λ е разпределение.
- Случайна величина X със стойности в I е функция.
- $X : \Omega \rightarrow I$

$$\lambda_i = P(X=i) = P(\omega : X(\omega)=i) \quad (16)$$

Тогава λ определя разпределението на X . И X е случайно състояние, което приема стойности i с вероятност λ .

Марковски процес се нарича дискретен по време случаен процес само и единствено ако за всяко $i_0, i_1, i_2, \dots, i_N \in I$:

$$P(X_0=i_0, X_1=i_1, \dots, X_N=i_N) = \lambda_{i_0} p_{i_0 i_1} p_{i_1 i_2} \dots p_{i_{N-1} i_N} \quad (17)$$

В този дисертационен труд като Бинарен Марковски процес е отбелязан процес, чиито възможни състояния в даден момент от време са 2. А хомогенен по време (още наричан процес, който има стационарни преходни вероятности) е процес, чийто преходни вероятности не се променят с времето. Така когато обединим двете твърдения по-горе като общи ограничения за разглеждания процес, ще получим процесът, който ще бъде симулиран на квантовия компютър - бинарен хомогенен Марковски процес.

Софтуерна рамка за разработване на квантови алгоритми

В днешно време се използват 3 основни софтуерни рамки за разработване на софтуер за квантови компютри, които са с отворен код: QISKIT, D-Wave Ocean и Forest SDK. Като QIKSIT и Forest SDK са рамки за гейтово моделиране и са разработени съответно от IBM и Riggetti Computing. В този дисертационен труд е използвана рамката на IBM – QISKIT, чрез осигурен достъп до реален хардуер в облачната платформа на IBM.

Чрез QIKSIT могат да се достъпват квантови компютри с отдалечен достъп, като софтуерът се пише на Python версия поне 3.5. Основният процес на работа при програмирането на квантови компютри може да се раздели на 3 стъпки от високо ниво:

- Построяване (Build): включва проектиране на квантова схема, която представя разглеждания проблем.
- Изпълнение (Execute): изпълнението на квантовите схеми върху различни хардуерни решения (както реални квантови процесори, така и симулатори).
- Анализ (Analyze): пресмятане на обобщените статистики и визуализация на резултатите.

Изводи

Квантовите компютри използват ефектите на квантовата механика като кохерентност и сплетени състояния за да обработват информация по различен начин от класическите компютри. Квантовите компютри могат да работят с два типа данни – класически и квантови. Като класическите данни трябва да бъдат структурирани като входни данни преди да бъдат обработени

от квантовите компютри. Квантовата обработка на информация намира модели (структури) в данните като ги представя като определени квантови механични състояния и след това извършва основни квантови подпрограми. Имайки само 2 възможни състояния, бинарния хомогенен Марковски процес, чието разпределение на вероятностите не се променя с напредване на времето, дава възможността тези състояния да бъдат представени чрез кубитове като основното предизвикателство е създаването и настройката на квантови логически гейтове.

ГЛАВА 3. МЕТОД И АЛГОРИТЪМ

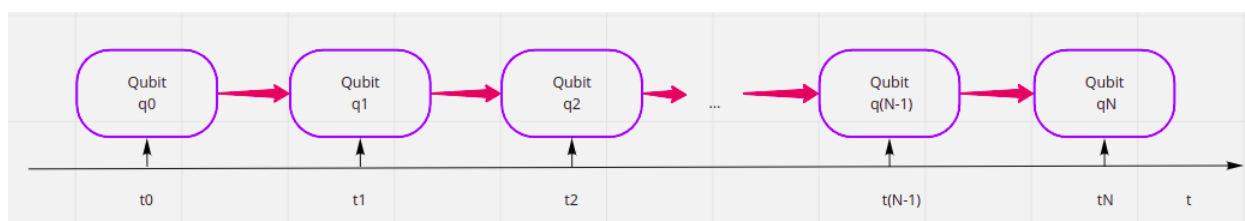
Метод за квантова симулация на бинарен хомогенен Марковски процес.

Симулацията на един бинарен хомогенен Марковски процес чрез квантов компютър, налага този процес да се разглежда като квантова система – във всеки един момент от време процесът се представя чрез кубит, като двете състояния на процеса са състоянията на кубита - $|0\rangle$ и $|1\rangle$. Като в началната точка от време кубитът q_0 е в суперпозиция на двете състояния (уравнения 7, 11).

Тази система се актуализира според 2×1 преходна матрица и преминава от състояние i в състояние $i+1$ за всеки дискретен момент от време, и във всеки един момент от време тя се представя чрез единствен кубит, като състоянието и в следващия момент зависи само от състоянието в сегашния, поради което не се налага да се помни и да се създават допълнителни връзки с миналите състояния на системата. Връзката между текущото и следващото състояние на системата се осъществява чрез една от основните характеристики на квантовите системи – сплетените състояния. Сплетените състояния при квантовите системи обуславят връзката между 2 и повече кубитове, като значението им е, че състоянието на един кубит не може да бъде обяснено самостоятелно без знание за състоянията на другите кубитове. В симулацията на бинарния хомогенен Марковски процес, всеки кубит е свързан със сплетено състояние със следващия, така че състоянието на първия кубит определя разпределението на вероятностите за състоянието на втория кубит. Вторият кубит, който е бил цел в предишното сплетено състояние става управляващ кубит за текущото сплетено състояние – q_0 е управляващ кубит за q_1 , q_1 за q_2 , и така нататък до края на веригата. Така че всички освен първият (q_0), който не изпълнява ролята на цел, и посленият (q_N), който не изпълнява ролята на управляващ, са едновременно и управляващи и цели в тази суперпозиция. Суперпозицията на квантовият регистър с дължина N дава разпределението на вероятностите за пълното множество на възможните пътища за Марковския процес.



Фигура 5. Йерархична структура, показваща пълното множество на пътищата за бинарен хомогенен Марковски процес, описан чрез кюбити.



Фигура 6. Визуализация на бинарен хомогенен Марковски процес чрез верига от кюбитове. Червената стрелка показва посоката на сплетеност (в началото на стрелката е управляващият кюбит, а в края на стрелката е кюбитът цел). Във всеки един дискретен момент от време процесът се описва чрез един кюбит, който е в сплетено състояние с кюбитът от предишния и с този от следващия момент от време. За процес с N брой дискретни стъпки във времето са необходими N кюбитове.

Алгоритъм за определяне на фазовото отместване на кубит по оста X

За да се създаде алгоритъм за определяне на фазовото отместване на кубит по оста X, е необходимо да се имплементира нов квантов логически гейт в софтуерната рамка QISKIT. Този квантов логически гейт се нарича $\sqrt[n]{X}$ и е еднокюбитов гейт, чието матрично представяне има следния вид:

$$\sqrt[n]{X} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1+e^{i\frac{\pi}{n}} & 1-e^{i\frac{\pi}{n}} \\ 1-e^{i\frac{\pi}{n}} & 1+e^{i\frac{\pi}{n}} \end{bmatrix} \quad (18)$$

Неговата реализация може да се осъществи като се използват следните наличните базисни квантови логически гейтове в QISKIT:

- Гейт на Адамар – уравнение 12.
- U1 гейт, който е еквивалент на Rz гейта. Той е еднокюбитов гейт и извършва ротация по Z оста зададена в радиани. Има следното матрично представяне:

$$U1 = Rz = \sqrt[n]{Z} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\pi}{n}} \end{bmatrix} \quad (19)$$

Може да се приложи правилото за обграждането на Паули-Z гейт с гейтове на Адамар, за да се получи Паули-X гейт:

$$H \sqrt[n]{Z} H = \sqrt[n]{X} \quad (20)$$

Като вероятностите за двете възможни състояния на кубита - $|0\rangle$ и $|1\rangle$, съответно $|\alpha_0^2|$ и $|\alpha_1^2|$ след прилагането на $\sqrt[n]{X}$ са следните:

$$|\alpha_0^2| = \left| \frac{1+e^{i\frac{\pi}{n}}}{2} \right| \text{ и } |\alpha_1^2| = \left| \frac{1-e^{i\frac{\pi}{n}}}{2} \right| \quad (21)$$

Или

$$\|\alpha_0^2\| = \left| \frac{1-e^{i\frac{\pi}{n}}}{2} \right| \text{ и } \|\alpha_1^2\| = \left| \frac{1+e^{i\frac{\pi}{n}}}{2} \right| \quad (22)$$

Алгоритъмът за определяне на фазовото отместване на кубит по оста X се свежда до решаването на следното уравнение при неизвестна величина n :

$$\|\alpha_0^2\| = \left| \frac{1+e^{i\frac{\pi}{n}}}{2} \right| \quad (23)$$

Използвайки формулата на Ойлер от комплексния анализ за връзката между тригонометричните функции и комплексната експонента се стига до следното решение:

$$n = \frac{\pi}{\arccos(2|\alpha_0^2| - 1)} \quad (24)$$

Като знаменателят на дясната част на уравнението е така нареченият параметър „lambda“ в софтуерната рамка QISKIT, чрез който се задава ъгъла на завъртането на кубита по оста X.

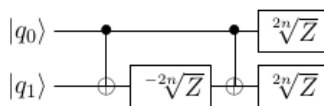
Квантов логически гейт $C \sqrt[n]{X}$

Построяването на квантов логически гейт, който действа върху два кубита, като създава сплетено състояние между тях се осъществява чрез унитарна трансформация на състоянията на кубитите. Така в дадени два момента от време, еволюцията на промяната на състоянията от момент 1 до момент 2, се описва чрез унитарна матрица. Този квантов логически гейт ще се нарича контролиран $\sqrt[n]{X}$ ($C \sqrt[n]{X}$). Знаейки матричното представяне на $\sqrt[n]{X}$ гейта, показано в 18, може да се построи контролираният гейт със следното матрично представяне:

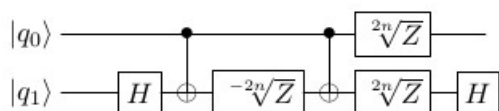
$$C \sqrt[n]{X} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1+e^{i\frac{\pi}{n}}}{2} & \frac{1-e^{i\frac{\pi}{n}}}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1-e^{i\frac{\pi}{n}}}{2} & \frac{1+e^{i\frac{\pi}{n}}}{2} \end{bmatrix} \quad (25)$$

Така състоянието на първият кубит, който играе ролята на управляващ не се променя, но състоянието на втория кубит (целта) се променя в зависимост от състоянието на първия.

Корените на контролирания Паули-Z гейт (дву-кубитов гейт, извършващ фазово отместване по оста Z върху кубита цел, в зависимост от състоянието на управляващия кубит) могат да се конструират като се извърши фазово отместване с половината от желанния ъгъл по оста Z в обратна посока на кубита цел, след което двата кубита се отместят фазово по оста Z с половината от желанния ъгъл, като между двете завъртания на кубита цел се приложи CNOT гейт. Така заграждайки тази операция за втория кубит (кубита цел) с гейтове на Адамар, се получава $C \sqrt[n]{X}$ гейт.



Фигура 7. Квантова схема на логически гейт, извършващ контролирано фазово отместване по оста Z.



Фигура 8. Квантова схема на логически гейт, извършващ контролирано фазово отместване по оста X.

Алгоритъм за намиране на пълното множество на възможните пътища за случаен процес, описван чрез бинарен хомогенен Марковски модел

- i. Изчисляване на фазовото отместване за $\sqrt[n]{X}$ и $C \sqrt[n]{X}$ гейтове, така че да отговаря на условията на процеса.
- ii. Инициализация на системата в желана суперпозиция на всички кубитове чрез прилагане на $\sqrt[n]{X}$ върху всеки кубит в регистъра. *Например ако желаният бинарен хомогенен Марковски модел е абсорбиращ в състояние $|0\rangle$ - всички кубитове трябва да бъдат инициализирани в състояние $|0\rangle$ (Забележка: ако q_0 е инициализиран в състояние $|0\rangle$, процесът няма да претърпи никакво развитие, защото ще влезне в абсорбиращото си състояние още в първият дискретен момент от време).*
- iii. Повторение на следната унитарна операция n-1 пъти: $C \sqrt[n]{X}$ за всички поредни двойки кубити от q_0 до q_n .
- iv. Измерване на резултатното състояние на квантовата система. Като резултат от измерването се получава разпределението на вероятностите за всеки един възможен път на бинарния хомогенен Марковски процес. Всяко едно възможно състояние на квантовия регистър отговаря на един възможен път.

Изводи

Чрез представения в тази глава метод за симулация на бинарен хомогенен Марковски процес могат ефективно да се използват отличаващите свойства на квантовите компютри – суперпозицията, вероятностни пресмятания и сплетени състояния.

За реализацията на алгоритъм, който се основава на този метод, е създаден нов квантов логически гейт, който да създава сплетени състояния между два кубита. Този гейт извършва отместване по оста X за кубитът, играещ ролята на цел, с предварително зададен ъгъл θ , като това отместване точно представя преходните вероятности за зададения Марковски процес, когато управляващият кубит е в състояние $|1\rangle$.

Разработен е алгоритъм за определяне на фазовото отместване на кубит по оста X, чрез който да се въвеждат необходимите разпределения за преходните вероятности на бинарен хомогенен Марковски процес.

Разработен е алгоритъм за намиране на пълното множество на възможните пътища за случаен процес, описван чрез бинарен хомогенен Марковски модел.

ГЛАВА 4. ПРИЛОЖЕНИЕ

Имплементация на квантов логически гейт, който извършва фазово отместване по оста X на кубит.

Реализацията на квантов логически гейт, извършващ фазово отместване по оста X на кубит е сравнително праволинейна и лесна задача в софтуерната рамка QSIKIT, като може да се осъществи с използването на следните наличните базисни квантови логически гейтове:

- Гейт на Адамар – уравнение 12.
- U1 гейт, който е еквивалент на Rz гейта – уравнение 19.

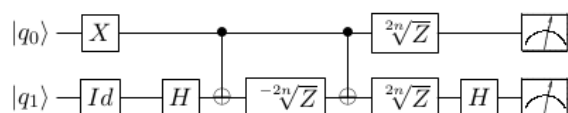
След прилагането на правилото в уравнение 20, се получава следната квантова схема:



Фигура 9. Графично представяне на квантов логически гейт, извършващ фазово отместване по оста X.

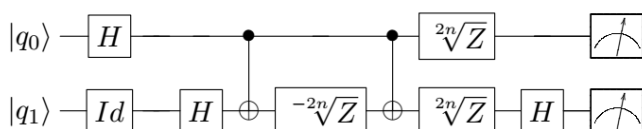
Имплементация на квантов логически гейт, действащ върху два кубита, който извършва фазово отместване по оста X на кубита с роля на цел.

Проверката и валидирането на квантовият логически гейт $C \sqrt[n]{X}$ може да бъде извършено като се направи модификация на схемата от (9), така че тя да придобие следния вид:



Фигура 10. Квантова схема за проверка и валидация на $C \sqrt[n]{X}$ гейт, при която гейтът винаги ще се задейства.

Разликата между (9) и (10) е наличието на първоначални състояния на кубитите преди прилагането на $C \sqrt[n]{X}$ гейта. Както е видно управляващият кубит q_0 е в състояние $|1\rangle$, а кубитът цел q_1 – в състояние $|0\rangle$. Това означава, че управляващият кубит винаги ще бъде в състояние $|1\rangle$, благодарение на което ще се задейства $C \sqrt[n]{X}$ и кубитът q_1 ще се отмести фазово по X оста си. След изпълнението на гейтовете, се извършва измерване на двата кубита в квантовата схема. По този начин ще се валидира, че операцията по фазово отместване на q_1 е извършена правилно.

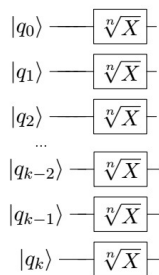


Фигура 11. Квантова схема за проверка и валидация на гейт, при която гейтът ще се задейства 50% от времето.

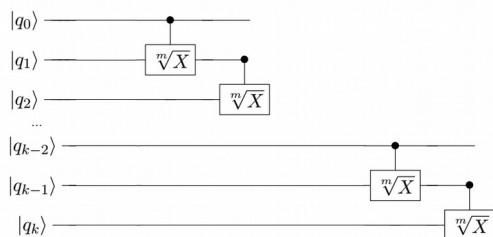
заменен с гейт на Адамар. Тук очакваният резултат е, че фазовото отместване на кубит q_1 ще бъде наполовина, тъй като q_0 е в суперпозиция с равно разпределени вероятности за двете си състояния $|0\rangle$ и $|1\rangle$ (уравнение 12).

Разработване на квантова схема, позволяваща моделирането върху реален квантов процесор на произволен стохастичен проблем, описван чрез бинарен хомогенен Марковски модел.

Нека разгледаме една система, която има две възможни състояния, и във всеки един момент от време е в едно от тези две състояния. Представяйки тази система като квантово инфомационна – чрез 1 кубит, то двете ортонормални състояния на кубита ще бъдат аналог на състоянията на системата. Системата се обновява като състоянията и са дефинирани само в определени стойности във времето – т.е. тя може да се разглежда като дискретен сигнал. При обновяването на състоянието си от момент i към момент $i+1$, тя е представена от единствен кубит. Връзката между сегашното и следващото състояние на системата се осъществява чрез едно от основните квантови свойства – сплетените състояния. Всеки кубит в квантовата схема е в сплетено състояние със следващия чрез прилагането на $\sqrt[n]{X}$ гейт между тях, така че q_0 е управляващ за q_1 , q_1 за q_2 , и така нататък q_{k-1} е управляващ за q_k , където k е дължината на квантовия регистър, който представлява броят на дискретни стъпки във времето за развитието на процеса.



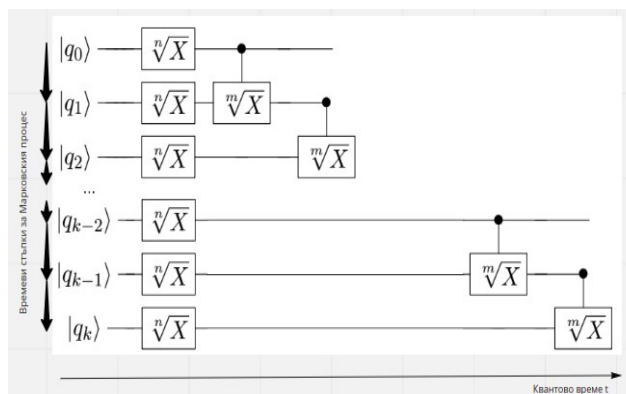
Фигура 12. Квантова схема, показваща инициализацията на Марковския процес.



Фигура 13. Квантова схема, показваща повторението на унитарната операция .

За по-добра прегледност схемата може да се раздели на две отделни схеми (12,13), които общо представляват синтезирания алгоритъм (14). Първата

схема (12) показва инициализацията на Марковския процес – върху всеки кубит е приложен $\sqrt[n]{X}$ квантов логически гейт – стъпка (ii) от алгоритъмът синтезиран в предишния параграф. Втората схема (13) представлява повторение на унитарната трансформация – приложение на $C \sqrt[n]{X}$ между всеки два последователни кубита - стъпка (iii) от алгоритъмът синтезиран в предишния параграф.



Фигура 14. Квантово-схематично представяне на алгоритъм за симулация бинарен хомогенен Марковски модел

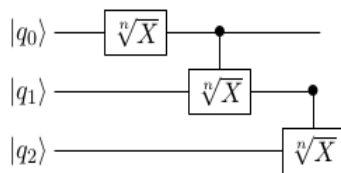
Разработване на експериментална примерна квантова схема, която да се изпълни както върху високо-производителен квантов симулатор, така и върху реални квантови процесори в облачната услуга на IBM чрез софтуерната рамка QISIKT

Тъй като описаният в предишната глава алгоритъм позволява множество вариации на квантовите схеми в зависимост от структурата на процеса, за който трябва да изгради модел, за пример в този дисертационен труд ще бъде описан процес стартиращ с начално разпределение на вероятностите за двете си състояния - α за състояние $|0\rangle$, и съответно $1 - \alpha$ за състояние $|1\rangle$. Като състояние $|0\rangle$ ще бъде абсорбиращо състояние за процеса.

За улеснение, както и за да е възможно алгоритъмът да се изпълни на максимален брой реални квантови процесори в облачната платформа на IBM, ще бъде наложено ограничение броят на стъпките за случайния процес да бъде 3. Нека $k=2$, което означава, че i_0, i_1, i_2 и общото разпределение P формират Марковска верига със следния ред:

$$X_0 \rightarrow X_1 \rightarrow X_2 \quad (26)$$

Всичката информация, необходима за X_2 се съдържа в X_1 , така че ако задачата е да се определи X_2 , не е необходимо да се знае X_0 . Като всяко X_i се представя с отговарящия му кубит q_i , и Марковското свойство (процесът няма памет) се осъществява чрез прилагането на $C \sqrt[n]{X}$ гейт както е описано в предишната глава.



Фигура 15. Квантова схема за симулиране на бинарен хомогенен Марковски процес с абсорбиращо състояние $|0\rangle$

$N=3$ определя дължината на квантовия регистър, необходим за симулацията на процеса. Всички възможни стойности, които могат да се запишат в този регистър са 8 на брой (суперпозицията на този регистър хипотетично може да има 8 кет вектора):

$$|\psi\rangle = \alpha_0|000\rangle + \alpha_1|001\rangle + \alpha_2|010\rangle + \alpha_3|011\rangle + \alpha_4|100\rangle + \alpha_5|101\rangle + \alpha_6|110\rangle + \alpha_7|111\rangle \quad (27)$$

Първата стъпка от симулацията е системата да бъде инициализирана в състояние: $1|000\rangle$.

Следващата стъпка е да се приложи $\sqrt[n]{X}$ гейт върху първият кубит – q_0 (първата времева стъпка в Марковския процес). По този начин се инициализира началното разпределение на вероятностите за двете си състояния – α за състояние $|0\rangle$, и съответно $1 - \alpha$ за състояние $|1\rangle$. Като състояние $|0\rangle$ ще бъде абсорбиращо състояние за процеса съгласно ограниченията наложени в предишния параграф.

$$\sqrt[n]{X}^{q_0} = \frac{1 + e^{i\frac{\pi}{n}}}{2}|000\rangle + \frac{1 - e^{i\frac{\pi}{n}}}{2}|001\rangle \quad (28)$$

Финалната суперпозиция на квантовия регистър е постигната като се приложи $C \sqrt[n]{X}$ както е показано на схемата от фигура 15.

Изводи

Конструираните квантови логически гейтове са формирани чрез използването на три стандартни основни логически гейта налични във всяка една съвременна платформа за квантови изчисления. Разработването на софтуер в програмния език Python и използването на средата за разработка на софтуер с отворен код Jupyter Notebook дава възможност да бъдат направени експериментални изследвания върху различни хардуерни устройства – както върху реален квантов процесор, така и върху високо-производителни квантови симулатори.

Синтезираният алгоритъм симулира бинарен хомогенен Марковски процес като го представя чрез суперпозицията на квантовия регистър. При извършване на измерване на квантовия регистър се получава пълното множество на възможните пътища за процеса. В следващата глава ще бъде реализиран алгоритъмът в софтуерната рамка QISKIT върху различни хардуерни устройства в облачната мрежа на IBM.

ГЛАВА 5. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА ПРОВЕРКА

Съображения относно имплементацията

Алгоритъмът за симулация на бинарен хомогенен Марковски процес изглежда лесен за имплементация в съвременните системи за квантови изчисления сравнен с други квантово-механични алгоритми, като могат да се изтъкнат следните предимства:

- i. *Всички необходими квантови трансформации, които са необходими са: първо гейт на Адамар, второ, гейт за ротация около Z оста, трето, CNOT гейт. Тези трансформации са относително прости, и са налични като решения в софтуерната рамка QSIKIT.*
- ii. *Имплементацията изисква единствено CNOT гейт, като дву-кюбитов гейт, като връзките между управляващ кюбит и кюбит цел са между всеки два последователни, което е възможно в голям брой хардуерни конфигурации.*
- iii. *Управляването завъртане на фазата при $C\sqrt[n]{X}$ гейта може да се осъществи като се използва класическа компютърна памет за запазване на разпределенията на вероятностите за стохастичния процес, като само системата за пресмятане на пълното множество от възможни пътища и измерване остане квантово-механична.*

При имплементация на квантови алгоритми върху реални хардуерни платформи едно от основните съображения, които трябва да се имат предвид, е ограниченията от хардуерна гледна точка за квантовите процесори. В идеалният свят би било чудесно да пълно управление върху кюбитовете, така че могат да се извършват операции позволяващи сплетените състояния между които и да е два (или повече) кюбитове в системата. За съжаление в днешните хардуерни решения на квантови процесори съществуват множество ограничения свързани с това квантово свойство. Основно правило при гейт-базираните квантови процесори в платформата на IBM, е че управляващият кюбит трябва да бъде с по-висока честота на резонансния осцилатор. Като съществуват изключения от това правило и посоката на гейта трябва да бъде обърната ако се наблюдават дегенеративни влияния върху целевия кюбит в резултат на по-високата честота на управляващия. В следващия параграф ще бъдат разгледани съществуващите квантови процесори в облачната платформа на IBM, които ще бъдат използвани за проверка и валидиране квантовия гейт $C\sqrt[n]{X}$, както и за разработване на експериментална квантова схема за изпълнението на алгоритъма за намиране на пълното множество от възможни пътища за случаен процес, описван чрез бинарен хомогенен Марковски процес.



Фигура 16. Конфигурационни карти на квантовите процесори в облачната платформа на IBM, върху които е извършена експерименталната проверка и валидация.

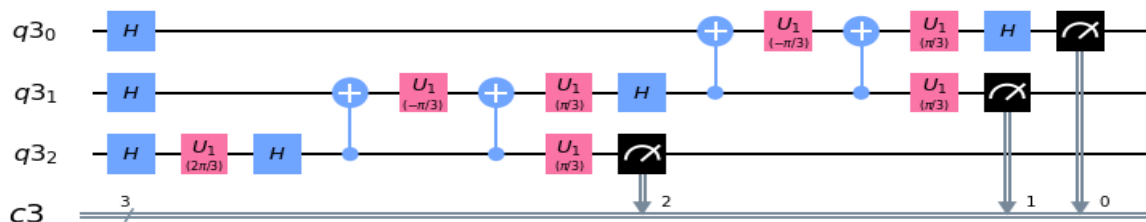
a) Т-образна схема на подредба на кубитовите, използвана при процесорите Ourence, Vigo, London, Burlington, Essex.
b) Схема тип папионка, използвана при процесора Yorktown.
c) Схема с насочена стълбовидна геометрия на процесора Melbourne.

Наличните квантови системи в облачната платформа на IBM, върху които са правени експериментите от този дисертационен труд са следните 5-кюбитови (Ourence, Vigo, London, Burlington, Essex, Yorktown) и 14-кюбитов (Melbourne) процесори :

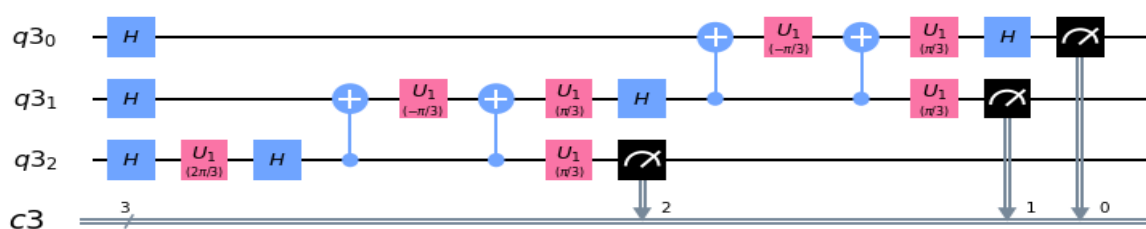
- Ourence, Vigo, London, Burlington, Essex - 5-кюбитови квантови системи на IBM с Т-образна форма на подредбата на кубитовите, чиито конфигурационни карти имат графично представяне от фигура 15a.
- Yorktown – 5-кюбитова квантова система на IBM с подредба на кубитовите във форма „папионка“. Свързаността в устройството се осъществява чрез два копланарни вълноводни резонатора с резонанси около 6.6 GHz и 7 GHz. Като всеки от кубитовите има собствен вълновод за управление и измерване. Конфигурационната карта има графично представяне, показано на фигура 15b.
- Melbourne – Квантова система на IBM с подредба на кубитовите във форма на насочена стълба. Свързаността на устройството е изградена от 22 копланарни вълноводни „шинни“ резонатора, всеки от които е свързан с 2 кубитове, като са използвани 3 различни конфигурационни честоти – 6.25 GHz, 6.45 GHz и 6.65 GHz. Конфигурационната карта има графично представяне, показано на фигура 15c.

Резултати от квантовата симулация на бинарен хомогенен Марковски процес върху различни хардуерни решения

Схемата, чрез която да се симулира бинарния хомогенен Марковски процес, обяснен в предишния параграф, показана на фигура 15 е реализирана в два варианта – CNOT гейтовете са съответно {CX_01, CX_12} и {CX_21, CX_10}. Двете схеми имат следния вид:



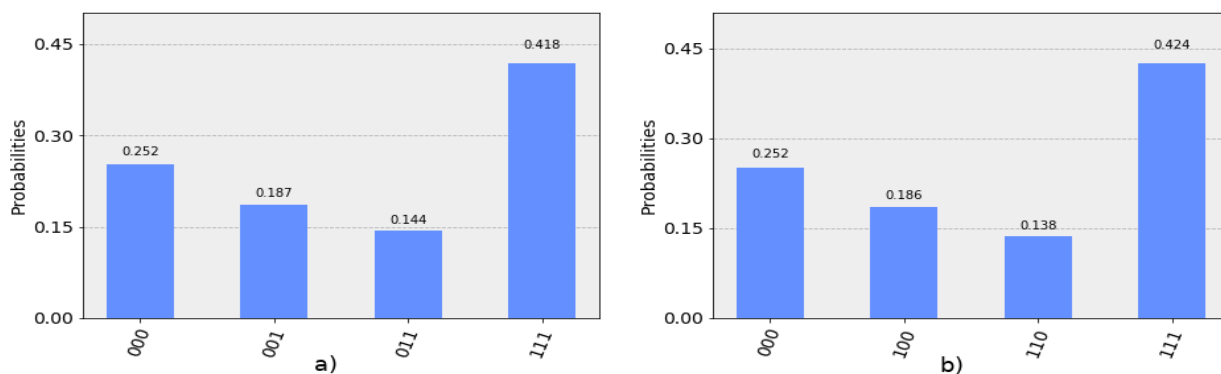
Фигура 26. Квантова схема за симулиране на хомогенен бинарен Марковски процес с абсорбиращо състояние в върху високо-производителен квантов симулатор и реални квантови процесори с посока на CNOT гейтовете са съответно {CX_21, CX_10}.



Фигура 27. Квантова схема за симулиране на хомогенен бинарен Марковски процес с абсорбиращо състояние в върху високо-производителен квантов симулатор и реални квантови процесори с посока на CNOT гейтовете са съответно {CX_01, CX_12}.

Приложени са както върху високо-производителен квантов симулатор, така и върху следните реални квантови процесори в облачната платформа на IBM:

- *Simulator*

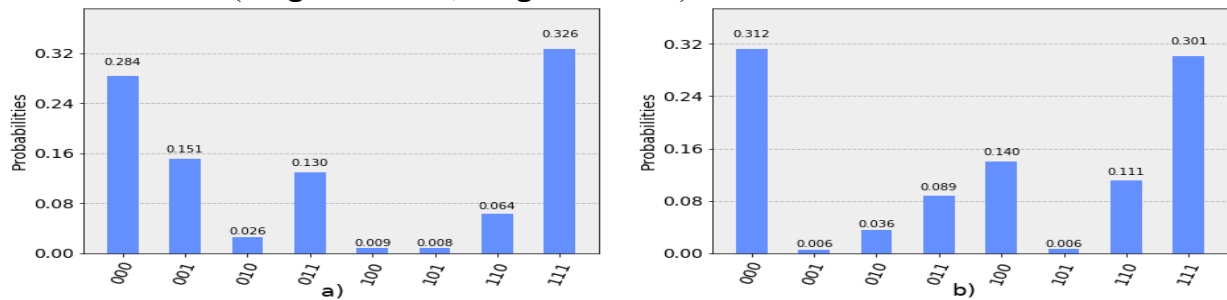


Фигура 28. Резултати от изпълнението на квантови схеми за симулация на хомогенен бинарен Марковски процес с абсорбиращо състояние в върху високо-производителен квантов симулатор.

a) Резултат от квантова схема показана на (26).

b) Резултат от квантова схема показана на (27).

- Ourence (Avg. T1: 88.7, Avg. T2: 63.3)

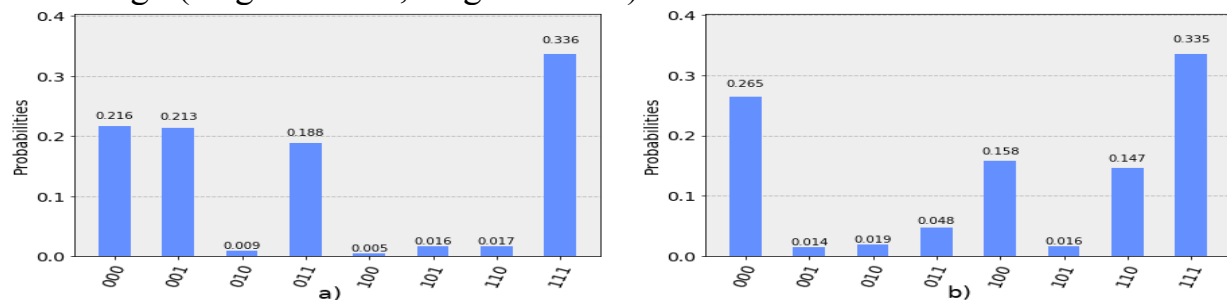


Фигура 29. Резултати от изпълнението на квантови схеми за симулация на хомогенен бинарен Марковски процес с абсорбиращо състояние в върху реален квантов процесор Ourence.

a) Резултат от квантова схема показана на (26).

b) Резултат от квантова схема показана на(27).

- Vigo (Avg. T1: 99.1, Avg. T2: 72.5)

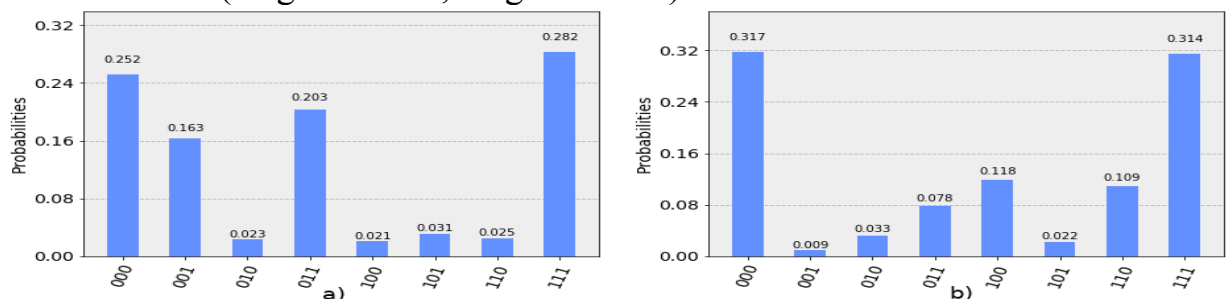


Фигура 30. Резултати от изпълнението на квантови схеми за симулация на хомогенен бинарен Марковски процес с абсорбиращо състояние в върху реален квантов процесор Vigo.

a) Резултат от квантова схема показана на (26).

b) Резултат от квантова схема показана на(27).

- London (Avg. T1: 66.1, Avg. T2: 71.7)

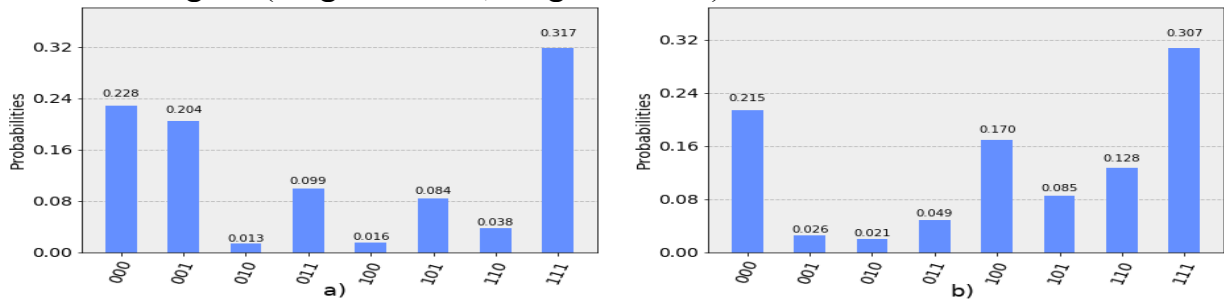


Фигура 31. Резултати от изпълнението на квантови схеми за симулация на хомогенен бинарен Марковски процес с абсорбиращо състояние в върху реален квантов процесор London.

a) Резултат от квантова схема показана на (26).

b) Резултат от квантова схема показана на(27).

- Burlington (Avg. T1: 67.8, Avg. T2: 73.7)

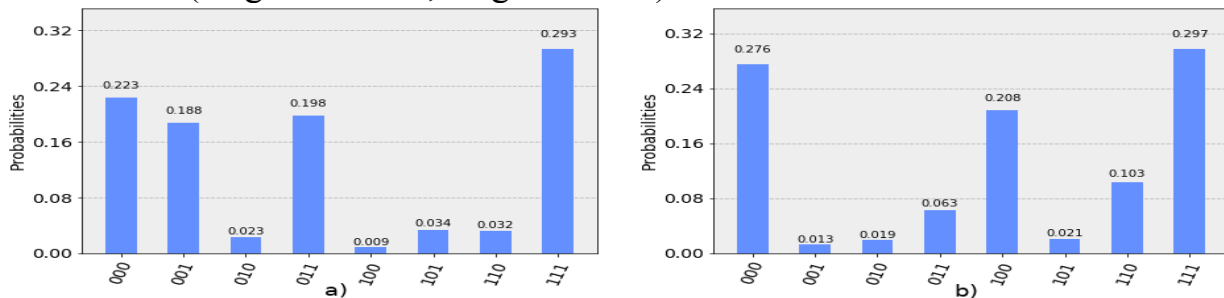


Фигура 32. Резултати от изпълнението на квантови схеми за симулация на хомогенен бинарен Марковски процес с абсорбиращо състояние в върху реален квантов процесор Burlington.

a) Резултат от квантова схема показана на (26).

b) Резултат от квантова схема показана на (27).

- Essex (Avg. T1: 118.5, Avg. T2: 81.6)

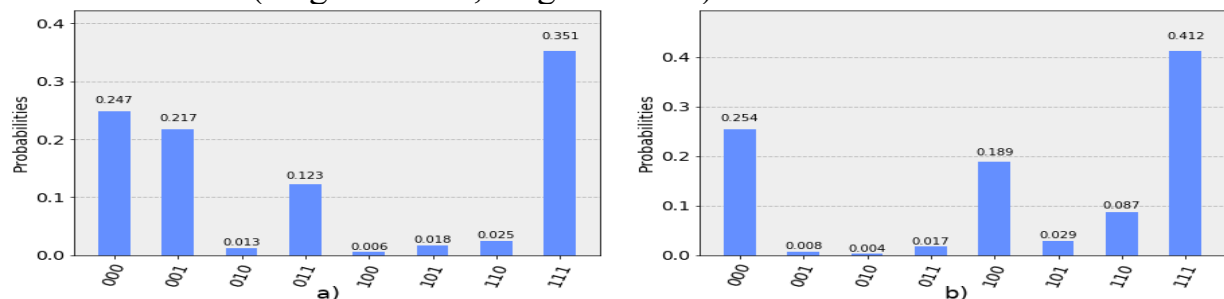


Фигура 33. Резултати от изпълнението на квантови схеми за симулация на хомогенен бинарен Марковски процес с абсорбиращо състояние в върху реален квантов процесор Essex.

a) Резултат от квантова схема показана на (26).

b) Резултат от квантова схема показана на (27).

- Yorktown (Avg. T1: 56.7, Avg. T2: 47.6)

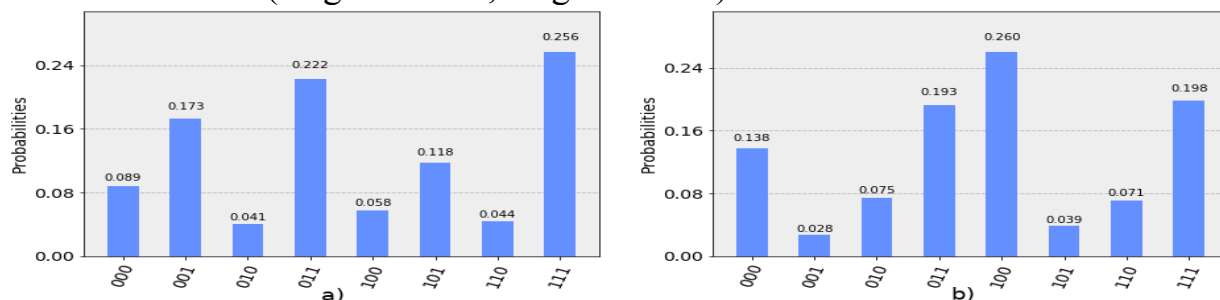


Фигура 34. Резултати от изпълнението на квантови схеми за симулация на хомогенен бинарен Марковски процес с абсорбиращо състояние в върху реален квантов процесор Yorktown.

a) Резултат от квантова схема показана на (26).

b) Резултат от квантова схема показана на (27).

- Melbourne (Avg. T1: 51.7, Avg. T2: 71.9)



Фигура 35. Резултати от изпълнението на квантови схеми за симулация на хомогенен бинарен Марковски процес с абсорбиращо състояние в върху реален квантов процесор Melbourne.

a) Резултат от квантова схема показана на (26).

b) Резултат от квантова схема показана на (27).

Анализ на получените резултати

В общия случай, и при сега съществуващите хардуерни решения за квантови процесори, дву-кюбитовите гейтове са възможни за реализация между два съседни кюбитове, които са свързани чрез суперпроводящ шинен резонатор. В хардуерните реализации на IBM се използва крос-резонансно въздействие като основа за CNOT гейта, като за управляващ кюбит трябва да се избира този с по-висока честота, и за кюбит цел – този с по-ниска. Функциите на двата кюбитове трябва да се разменят ако се наблюдава дегенеративно въздействие върху кюбита, играещ ролята на цел, както и ако той е свързан към трети кюбит, който има същата или по-висока честота. Поради възможността за възникване на тези изключения, схемата (25) е реализирана в два варианта - (26) и (27), съответно с дву-кюбитови гейтове за фигура 26 {CX_01}, {CX_12}, а за фигура 27 {CX_21, CX_10}.

В квантовата информационна теория, точността е мярка за „близост“ между две квантово механични състояния. Критериите за точност и разстояния между вероятностни разпределения са тема за изследване както в класическите, така и в квантовите информационни науки. Точността на Хелингер е основната приета мярка за изследване на близост на две квантови разпределения.

Нека $P = \{p_i\}_{i \in [n]}$, $Q = \{q_i\}_{i \in [n]}$ са две вероятностни разпределения, тогава Разстоянието на Хелингер има следния вид:

$$h(P, Q) = \frac{1}{\sqrt{2}} |\sqrt{P} - \sqrt{Q}|_2 \quad (29)$$

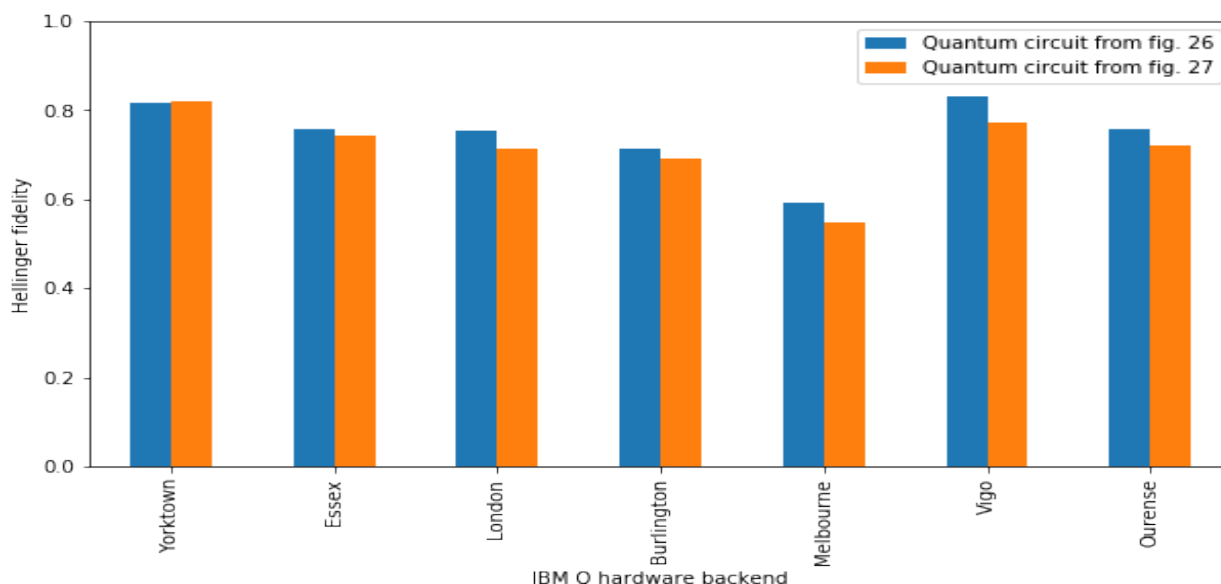
Като $h(P, Q) \leq 1$ за всички разпределения, а точността е:

$$F(P, Q) = 1 - h(P, Q) \quad (30)$$

IBM Q hardware backend	Quantum circuit from fig. 26	Quantum circuit from fig. 27
Yorktown	0.817726	0.821362
Essex	0.758895	0.744267
London	0.753580	0.714005
Burlington	0.714140	0.689795
Melbourne	0.593216	0.546999
Vigo	0.830359	0.773089
Ourense	0.757175	0.721887

Таблица 1. Точност на Хелингер, изчислена за изпълнените квантови схеми, показани на фигури (26) и (27) върху различни хардуерни платформи в IBM Q.

Увеличаването на броя опити за всяка квантова схема върху съответната квантова система на IBM, не води до значително смекчаване на грешките. Проведените експерименти са при максимална стойност на входния параметър за брой опити – а именно 8192 опита.



Фигура 36. Точност на Хелингер при изпълнението на квантова схема от (26) и (27) върху различни хардуерни устройства в IBM Q.

Изводи

В тази глава бяха направени проверка и валидиране на квантов гейт $C \sqrt[n]{X}$ и симулации на бинарен хомогенен Марковски процес върху различни хардуерни устройства. Показано беше, че създаването на квантов гейт с наличните в множество платформи основни гейтове е възможно, макар че все още хардуерните устройства са прекалено шумни и това води до значително увеличаване на грешката при измерването.

При имплементацията на $C \sqrt[n]{X}$ гейта, 5-кюбитовите квантови системи на IBM с подредба на кюбитовите в Т-образна схема заедно с 14-кюбитовата

система Meblourne се представят значително по-зле от 5-кюбитовия Yorktown процесор със схема тип „папионка“.

При симулацията на хомогенен бинарен Марковски модел, най-добре представящите се квантовите процесори са Vigo и Yorktown. Чрез използването на схема (26) се постига по-добра точност (~ 0.82), и това е напълно очаквано, тъй като както беше споменато в началото на тази глава, тази схема е приложима, когато не са налице изключения от правилото за определяне на посоката на гейта и тя не трябва да бъде обърната – не са налични дегенеративни влияния върху целевия кюбит в резултат на по-високата честота на управляващия.

Изборът на правилна квантова схема, направен на базата на наличните хардуерни устройства, както и изборът на хардуерно устройство с брой кюбитове, възможно най-близък до необходимият за симулация, би бил правилният подход за постигане на максимална точност.

НАУЧНО-ПРИЛОЖНИ И ПРИЛОЖНИ ПРИНОСИ

Разработен е метод за намиране пълното множество на възможните пътища на случаен процес, описван чрез хомогенен бинарен Марковски модел с апарата на квантовите изчислителни операции.

На база разработения метод за намиране на пълното множество на възможните пътища на случаен процес, описван чрез бинарен хомогенен Марковски модел, е синтезиран алгоритъм, приложим върху реални квантови процесори. Имплементирана е версия на алгоритъма за квантови процесори в платформата IBM Quantum Experience.

Разработен е алгоритъм за определяне на фазовото отместване на кюбит по оста X , в зависимост от желаното разпределение на вероятностите за амплитудите на състоянията му, с приложение в моделирането на стохастични процеси чрез апарата на квантовите изчислителни операции.

Разработена е квантова схема, позволяваща моделирането върху реален квантов процесор на произволен стохастичен проблем, описван чрез бинарен хомогенен Марковски модел.

Разработено е програмно осигуряване в среда Jupyter Notebook с ядро Python версия 3.7, имплементиращ алгоритъма за определяне на фазовото отместване и е доказана неговата приложимост като е извършен сравнителен анализ с познатите до сега техники и е доказано предимство по отношение неговата приложимост за изследване на стохастични процеси, описвани чрез бинарен хомогенен Марковски модел.

Направен е анализ на секторите на развитие в квантовите информационни технологии и е разработена съответна класификационна схема, съдържаща 8 технологични клъстъра, във всеки от които са дефинирани перспективни и ключово-значими проблеми.

СПИСЪК НА ПУБЛИКАЦИИТЕ ПО ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

1. Petar N. Nikolov, Vassil T. Galabov, "Experimental realization of Controlled Square Root of Z Gate Using IBM's Cloud Quantum Experience Platform" in *FDIBA Conference Proceedings*, vol. 1, dec. 2017, pp. 11-13
2. P. Nikolov, "Controlled nth root of X gate on a real quantum computer," in *PROCEEDINGS OF THE 45TH INTERNATIONAL CONFERENCE ON APPLICATION OF MATHEMATICS IN ENGINEERING AND ECONOMICS (AMEE'19)*, 2019, doi: 10.1063/1.5133583 [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1063/1.5133583>
3. P. Nikolov and V. Galabov, "Markov process simulation on a real quantum computer," in *PROCEEDINGS OF THE 45TH INTERNATIONAL CONFERENCE ON APPLICATION OF MATHEMATICS IN ENGINEERING AND ECONOMICS (AMEE'19)*, 2019, doi: 10.1063/1.5133584 [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1063/1.5133584>
4. Petar Nikolov, Vassil Galabov, "The Journey of Quantum Information Technology," in *FDIBA Conference Proceedings*, vol. 3, Nov. 2019, pp. 11-25

SUMMARY

Quantum computers use the effects of quantum mechanics such as coherence and entanglement to process information differently from classical computers and can handle two types of data - classic and quantum. Classic data should be structured as input before being processed by quantum computers. Quantum information processing finds patterns (structures) in the data by presenting them as certain quantum mechanical states and then executes basic quantum routines. With only 2 possible states, the binary homogeneous Markov process, which probability distribution does not change with time, enables these states to be represented by qubits, the main challenge being the creation and tuning of quantum logic gates.

The new method for simulating the binary homogeneous Markov process was proposed and using the method, the distinguishing properties of quantum computers - superposition, probability calculations and entangled states can be effectively used. To implement an algorithm based on this method, it is necessary to create a new quantum logic gate that creates entangled states between two qubits. This gate must perform a rotation over the X-axis for the qubit acting as a target with a predefined phase rotation, where the rotation accurately represents the transient probabilities for the given Markov process when the control qubit is in position $|1\rangle$. It is necessary to develop an algorithm, which uses the distributions for the transient probabilities of the process in a simple and intuitive way and then transforms those into X-axis offsets.

Creating a quantum $C\sqrt[n]{X}$ gate with existing simple gates at different platforms is possible, although the hardware devices are still too noisy, which results in a significant increase in measurement error. The Yorktown „bowtie“ quantum backend performs quite better than the 5-qubit T-shape and the 14-qubit Melbourne processors in terms of quantum fidelity.

The simulation of a binary homogeneous Markov process on a real quantum processor gives best results on the Vigo and Yorktown (both 5-qubit) backends with Hellinger fidelity of near 0.82. The choice of the right quantum circuit, based on the available hardware (topology, number of qubits, timing properties), is the right approach for having the process simulated with maximum fidelity.