



**ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – СОФИЯ**

**Факултет „Автоматика“**

**Катедра „Системи и управление“**

**Маг. инж. Величка Миткова Руйкова**

**„МОДЕЛНО ПРЕДСКАЗВАЩО УПРАВЛЕНИЕ НА  
НЕЛИНЕЙНИ ОБЕКТИ“**

**А В Т О Р Е Ф Е Р А Т**

на дисертация за придобиване на образователна и научна степен  
**"ДОКТОР"**

Област: 5. Технически науки

Професионално направление: 5.2. „Електротехника, електроника и  
автоматика“

Научна специалност: 02.21.10. „Приложение на принципите и методите на  
кибернетиката в различни области на науката“

**Научен ръководител: Проф. д-р Емил Гарипов**

СОФИЯ, 2025 г.

Дисертационният труд е обсъден и насочен за защита от Катедрения съвет на катедра „Системи и управление“ към факултет „Автоматика“ на ТУ-София на редовно заседание, проведено на 05.02.2025 г.

Публичната защита на дисертационния труд ще се състои на 29.04.2025 г. от 15:00 часа в Конферентната зала на БИЦ на Технически университет – София на открито заседание на научното жури, определено със заповед № ОЖ-5.2-19/ 13.02.2025 г. на Ректора на ТУ-София в състав:

1. Доц. д-р инж. Цоньо Славов – председател
2. Доц. д-р инж. Аспарух Марковски – научен секретар
3. Проф. д-р инж. Емил Гарипов
4. Проф. д-р инж. Коста Петров Бошнаков
5. Проф. д-р инж. Александра Грънчарова

Рецензенти:

1. Доц. д-р инж. Цоньо Славов
2. Проф. д-р инж. Александра Грънчарова

Материалите по защитата са на разположение на интересуващите се в канцеларията на Факултет „Автоматика“ на ТУ-София, блок № 2, кабинет № 2340.

Дисертантът е редовен докторант към катедра „Системи и управление“ на факултет „Автоматика“. Изследванията по дисертационната разработка са направени от автора, като някои от тях са подкрепени от научноизследователски проекти.

Автор: маг. инж. Величка Руйкова

Заглавие: „Моделно предсказващо управление на нелинейни обекти“

Тираж: 30 броя

Отпечатано в ИПК на Технически университет – София

# **I. ОБЩА ХАРАКТЕРИСТИКА НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД <sup>1</sup>**

---

## **Актуалност на проблема**

Развитието на компютърните технологии в значителна степен повишава възможностите за реализация на съвременните методи за управление в индустриалната автоматика. Сред съвременното управление, като: оптимално; робастно; адаптивно; интелигентно, моделното предсказващо управление (МПУ) се утвърждава като предпочитан алгоритъм за управление, особено на многомерни линейни или нелинейни системи с ограничения със сложна динамика.

## **Цел на дисертационния труд, основни задачи и методи за изследване**

Целта на дисертационния труд е извършване на изследователска дейност за проектиране и компютърна реализация на обобщен предсказващ регулатор (ОПР) за управление на линейни и нелинейни обекти със закъснение на базата на линеаризирани модели с компенсация на смущенията в системата за управление. Акцентите са поставени върху разширяване на разработените до сега и известни от достъпни литературни източници теоретични основи за синтезиране на подобен регулатор, който използва параметрични модели на обекта без да отчита възможността товарните смущения в СУ да се измерват. Обръща се внимание върху алтернативни подходи за настройване на параметрите в критерия на предсказващото управление, включително и чрез утвърдени методи за оптимизация. Извеждат се авторски алгоритми за проектиране на предсказващия регулатор и се изгражда библиотека от функции и схеми за тяхната успешна реализация в средата на MatLab. Демонстрира се работоспособността на постигнатите резултати върху тестови примери от литературни източници.

Достигането на целите на дисертационния труд се постига чрез изпълнение на следните формулирани задачи:

- Задача 1. Разработване на метод за проектиране на ОПР при измерими и неизмерими смущения.
- Задача 2. Създаване на алгоритми за проектиране на ОПР при рекурсивно решаване на Диофантови уравнения.
- Задача 3. Създаване на алгоритми за проектиране на ОПР при нерекурсивно решаване на Диофантови уравнения.
- Задача 4. Създаване на алгоритми за проектиране на ОПР при пряко използване на модел на обекта.
- Задача 5. Изследване на подходи за оптимално настройване на параметрите в критерия за проектиране на ОПР.
- Задача 6. Създаване на библиотека от функции и схеми за реализиране на създадените алгоритми.

## **Научна новост**

Научната новост на дисертацията е свързана с проектирането на обобщен предсказващ регулатор с компенсация на смущения за управление на обекти със закъснение чрез използване на трето Диофантово уравнение. На базата на разширени с измеримото смущение CARIMA модели до трети ред със закъснения в предавателните функции на модела и модела на измеримото смущение, които могат да имат различни големини, са изведени за общия случай алгоритми за изчисляване на предсказания изход в системата за управление (СУ). Доразвити и разработени са алгоритми за предсказване на изхода на базата на Диофантови уравнения, приложими за: произволен ред на модела; за ARX/ ARMAX модел, при наличие/ отсъствие на закъснение, и пряко от модела, които не са приложими само за ARMAX модели. Разширеният CARIMA модел води до

---

<sup>1</sup> Информацията по тази част е с препоръчителен обем 2-3 страници

разработване на алгоритми, които включват решаване на трето Диофантово уравнение. За решаване на Диофантовите уравнения са разработени два подхода – рекурсивен и нерекурсивен – с цел намаляване на сложността при проектиране на ОПР. Нерекурсивният подход е разработен в два варианта, като вторият – е изчислително по-ефективен от първия. Разработен е алгоритъм за решаване на многокритериална и многопараметрична оптимизационна задача с интервални, областни и ограничения върху стойностите на целевите функции за определяне на стойностите на настройваемите параметри при проектиране на ОПР.

### **Практическа приложимост**

Посредством симулационни изследвания е доказана работоспособността и ефективността на разработените в дисертацията алгоритми за обобщено предсказващо управление (ОПУ) и програмните им реализации в средата на MatLab/ Simulink. Разработените алгоритми могат да бъдат използвани в индустриални системи за управление, като бъдат реализирани в индустриални контролери.

### **Апробация**

Резултатите от дисертацията са представени на четири международни конференции с научно рецензиране. Два от трудовете са публикувани в годишници на ТУ - София. Един научен труд е статия в реферираното списание с научно рецензиране „Автоматика и информатика“.

### **Публикации**

Основни постижения и резултати от дисертационния труд са публикувани в десет научни труда, от които три са самостоятелни и седем в съавторство.

### **Структура и обем на дисертационния труд**

Дисертационният труд е в общ обем от **224** страници, от които **143** страници основен текст и **81** страници приложение. Основният текст включва **6** глави за решаване на формулираните основни задачи, списък на основните приноси, списък на публикациите по дисертацията и използвана литература. Цитирани са общо **114** литературни източника, като **106** са на латиница и **6** на кирилица, а останалите са интернет адреси. Работата включва общо **41** фигури и **11** таблици. Номерата на фигурите и таблиците в автореферата съответстват на тези в дисертационния труд.

## **II. СЪДЪРЖАНИЕ НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД**

---

### **ГЛАВА 1. ВЪВЕДЕНИЕ**

В глава 1 е направен кратък исторически преглед на МПУ и преглед на малка част от регулаторите за МПУ. Представени са основната идея и структурна схема на МПУ, задачите при проектиране на МПР и по-конкретно на ОПР. В резултат на направения литературен преглед може да се направи обобщението, че:

1. МПУ е внедрено основно при по-бавни процеси. Това се дължи на голямата му изчислителна сложност, която привлича вниманието на изследователите и го насочва към търсене на начини за намаляването ѝ и ускоряване на изчислителния процес. Решение на проблема с изчислителната сложност се търси обикновено в две направления: предсказващ модел и оптимизатор. В най-простия случай като предсказващи модели се използват линейни модели, а в задачата за оптимизация не са включени ограничения и решението ѝ се намира аналитично. При наличие на ограничения не съществува еднозначно решение на оптимизационната задача. Решението се намира, като задачата се решава в реално време във всеки такт на дискретизация, с методите на изпъкналото линейно или квадратично програмиране. Когато предсказващият модел е нелинеен, оптимизационната задача е неизпъкнала и отново се решава в реално време във всеки такт

на дискретизация, но с методи за нелинейна оптимизация, които, освен че са изчислително тежки, особено при наличие на ограничения, не гарантират винаги глобално решение. Налице са голям брой похвати за опростяване на нелинейната оптимизационна задача, които могат да се разделят в две групи: с линеаризация на предсказания изход и с линеаризация на модела.

2. Измеримите смущения най-често се обработват с управление с пренасочване, което дава възможност за изработване на управляващия сигнал преди смущаващият да повлияе на изхода на процеса, но не винаги е възможно формиране на устройство, което да реализира такъв тип управление. Разширявайки закона за ОПУ, смущенията се компенсират по неявен начин. Разширеният закон за ОПУ се интерпретира като класическо управление с обратна връзка и пренасочване.

3. В областта на настройваемите параметри на предсказващите регулатори няма достатъчно изследвания. Необходими са допълнителни такива за по-точно определяне на влиянието на параметрите върху качеството на управление и съставяне на по-конкретни правила за настройка.

4. Предсказаният изход на СУ на базата на предавателна функция се извежда по няколко метода: чрез Диофантови уравнения, които обикновено се решават рекурсивно; с рекурсивни замествания пряко от модела; с матрични изчисления.

## ГЛАВА 2. ПРОЕКТИРАНЕ НА ОБОБЩЕН ПРЕДСКАЗВАЩ РЕГУЛАТОР

При проектиране на ОПР в случай на измерими смущения се предполага обектът да бъде представян с модифициран (разширен с измеримото смущение) ARIMAX модел или неговия видоизменен ARMAX запис (1.4)

$$A(q^{-1})\Delta y(k) = B(q^{-1})q^{-d}\Delta u(k-1) + D(q^{-1})q^{-d_v}\Delta v(k) + C(q^{-1})\xi(k), \quad (1.4)$$

$$A(q^{-1})\Delta = \tilde{A}(q^{-1}), \quad n_{\tilde{a}} = \deg \tilde{A}(q^{-1}) = n_a + 1, \quad \Delta u(k) = u(k) - u(k-1), \quad \Delta v(k) = v(k) - v(k-1).$$

$A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  са полиноми от степени  $n_a$ ,  $n_b$ ,  $n_c$  и  $n_d$  съответно;  $d$  и  $d_v$  – брой тактове закъснение между входа и изхода и между смущението и изхода на процеса съответно;  $y$ ,  $u$ ,  $v$  и  $\xi$  са съответно изходът на обекта, неговият вход (управлението в системата), измеримото смущение и неизмеримо смущение от типа бял гаусов шум; чрез  $\Delta = 1 - q^{-1}$  се осигурява интегрално действие на регулатора. Така уравнение (1.4) придобива вида:

$$\tilde{A}(q^{-1})y(k) = B(q^{-1})\Delta u(k-d-1) + D(q^{-1})\Delta v(k-d_v) + C(q^{-1})\xi(k). \quad (1.6)$$

### 2.1.1. Извеждане на предсказания изход на СУ

Предсказаните стойности на изхода  $y(k+j)$  се определят за  $N_1 \leq j \leq N_2$ , където  $N_1 = d+1+n_{e_1}$  е минималният, а  $N_2 = d+1+n_{e_2}$  – максималният хоризонт на предсказване в СУ със закъснение  $d$ ,  $j = N_0 + n_e$ ,  $N_0 = d+1$ ,  $n_e$  е хоризонтът на грешката на управлението, разликата между максималния  $n_{e_2}$  и минималния  $n_{e_1}$  хоризонт на грешката на управлението.

#### 2.1.1.1. Подход за извеждане на предсказания изход на СУ на базата на Диофантови уравнения

##### Стъпка 1. Формулира се предсказаният изход на СУ $y(k+j)$

Нека уравнение (1.6) се запише във вида:

$$y(k) = \frac{B(q^{-1})}{\tilde{A}(q^{-1})}\Delta u(k-d-1) + \frac{D(q^{-1})}{\tilde{A}(q^{-1})}\Delta v(k-d_v) + \frac{C(q^{-1})}{\tilde{A}(q^{-1})}\xi(k). \quad (2.1)$$

Полиномите пред  $\xi(k)$  в (2.1) се представят с израза:

$$\frac{C(q^{-1})}{\tilde{A}(q^{-1})} = E_j(q^{-1}) + \frac{F_j(q^{-1})}{\tilde{A}(q^{-1})} q^{-j}, \quad j = d+1+n_e, \quad (2.2)$$

откъдето в методиката за проектиране на регулатора се извежда

**Първо Диофантово уравнение**

$$C(q^{-1}) = E_j(q^{-1})\tilde{A}(q^{-1}) + F_j(q^{-1})q^{-j}. \quad (2.3)$$

Негово решение са полиномите  $E_j(q^{-1})$  и  $F_j(q^{-1})$  от степени  $\deg E_j(q^{-1}) = j-1 = d+n_e$  и  $\deg F_j(q^{-1}) = \deg A(q^{-1}) + \deg \Delta - 1 = n_a$ .

След заместване на  $k$  с  $k+j$  и на (2.2) в (2.1), се достига до *предсказващия модел*

$$y(k+j) = \frac{B(q^{-1})E_j(q^{-1})}{C(q^{-1})} \Delta u(k+n_e) + \frac{F_j(q^{-1})}{C(q^{-1})} y(k) + \frac{D(q^{-1})E_j(q^{-1})}{C(q^{-1})} \Delta v(k+n_e+\rho_d+1) + E_j(q^{-1})\xi(k+j), \quad (2.4)$$

където  $\rho_d = d - d_v$  е относителна разлика. Идеята на (2.4) е да може предсказаният изход да се представи като сума от две компоненти, в която първата компонента  $\hat{y}(k+j|k)$  е т. нар. *неявно възстановим изход*, а втората  $\tilde{y}(k+j)$  – т. нар. *явно невъзстановим изход*:

$$y(k+j) = \hat{y}(k+j|k) + \tilde{y}(k+j).$$

**Първата компонента** се представя с уравнението:

$$\hat{y}(k+j|k) = \frac{B(q^{-1})E_j(q^{-1})}{C(q^{-1})} \Delta u(k+n_e) + \frac{F_j(q^{-1})}{C(q^{-1})} y(k) + \frac{D(q^{-1})E_j(q^{-1})}{C(q^{-1})} \Delta v(k+n_e+\rho_d+1). \quad (2.5)$$

За него трябва допълнително да се установи дали може да се предскаже въз основа на входно-изходните данни до  $k$ -тия момент, посредством синтезирания оптимален управляващ сигнал след  $k$ -тия момент.

**Втората компонента** се представя с уравнението:

$$\tilde{y}(k+j) = E_j(q^{-1})\xi(k+j).$$

Явно невъзстановимият изход не зависи от измерваните данни, т.е. на него не може да се повлияе чрез оптималния управляващ сигнал.

**Стъпка 2. Формулира се предсказаният възстановим изход на СУ  $\hat{y}(k+j|k)$**

Окончателният вид на възстановимия изход (2.5) се получава след като се извършат следните полагания:

$$H_j^{f+p}(q^{-1}) = B(q^{-1})E_j(q^{-1}), \quad \frac{H_j^{f+p}(q^{-1})}{C(q^{-1})} = H_j^f(q^{-1}) + q^{-(j-d)} \frac{H_j^p(q^{-1})}{C(q^{-1})}, \quad (2.6)$$

$$H_j^{df+dp}(q^{-1}) = D(q^{-1})E_j(q^{-1}), \quad \frac{H_j^{df+dp}(q^{-1})}{C(q^{-1})} = H_j^{df}(q^{-1}) + q^{-(j-d+\rho_d)} \frac{H_j^{dp}(q^{-1})}{C(q^{-1})}, \quad (2.7)$$

откъдето в методиката за проектиране на регулатора се извеждат

**Второ Диофантово уравнение**

$$H_j^{f+p}(q^{-1}) = H_j^f(q^{-1})C(q^{-1}) + q^{-(j-d)} H_j^p(q^{-1}), \quad (2.8)$$

**Трето Диофантово уравнение**

$$H_j^{df+dp}(q^{-1})=H_j^{df}(q^{-1})C(q^{-1})+q^{-(j-d+\rho_d)}H_j^{dp}(q^{-1}). \quad (2.9)$$

Полиномите  $H_j^f(q^{-1})$ ,  $H_j^p(q^{-1})$ ,  $H_j^{df}(q^{-1})$  и  $H_j^{dp}(q^{-1})$  от степени

$$\deg H_j^f(q^{-1})=n_{Hf}=j-d-1, \quad \deg H_j^p(q^{-1})=n_{Hp}=\max\{n_c, n_b+d\}-1,$$

$$\deg H_j^{df}(q^{-1})=n_{Hdf}=j-d+\rho_d-1, \quad \deg H_j^{dp}(q^{-1})=n_{Hdp}=\max\{n_c, n_d+d-\rho_d\}-1$$

представляват решения, съответно, на **второто и третото Диофантово уравнение**.

След заместване на (2.6) и (2.7) в (2.5) се получава изразът

$$\begin{aligned} \hat{y}(k+j|k)= & H_j^f(q^{-1})\Delta u(k+n_e)+H_j^{df}(q^{-1})\Delta v(k+n_e+\rho_d+1)+ \\ & +\frac{F_j(q^{-1})}{C(q^{-1})}y(k)+\frac{H_j^p(q^{-1})}{C(q^{-1})}\Delta u(k-1)+\frac{H_j^{dp}(q^{-1})}{C(q^{-1})}\Delta v(k). \end{aligned} \quad (2.10)$$

Предсказаният възстановим изход  $\hat{y}(k+j|k)$  се представя като сума от две компоненти:

$$\hat{y}(k+j|k)=\hat{y}_{np}(k+j|k)+\hat{y}_{непр}(k+j|k),$$

в която  $\hat{y}_{np}(k+j|k)$  е т. нар. *принудена*, а  $\hat{y}_{непр}(k+j|k)$  – т. нар. *непринудена* компонента.

**Първата компонента**, т. нар. *принудена компонента*

$$\hat{y}_{np}(k+j|k)=H_j^f(q^{-1})\Delta u(k+n_e)+H_j^{df}(q^{-1})\Delta v(k+n_e+\rho_d+1) \quad (2.11)$$

зависи от изменението на управляващия сигнал в  $k$ -тия и след  $k$ -тия момент и изменението на измеримото смущение след  $k$ -тия момент. Бъдещите стойности на управляващия сигнал и измеримото смущение са:

$$\begin{aligned} H_j^f(q^{-1})\Delta u(k+n_e)= & h_{j,n_e-N_u+1}^f\Delta u(k+N_u-1)+h_{j,n_e-N_u+2}^f\Delta u(k+N_u-2)+\dots+ \\ & +h_{j,n_e-1}^f\Delta u(k+1)+h_{j,n_e}^f\Delta u(k), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_j^{df}(q^{-1})\Delta v(k+n_e+\rho_d+1)= & h_{j,n_e-N_v+\rho_d+1}^{df}\Delta v(k+N_v)+h_{j,n_e-N_v+\rho_d+2}^{df}\Delta v(k+N_v-1)+ \\ & +\dots+h_{j,n_e+\rho_d-1}^{df}\Delta v(k+2)+h_{j,n_e+\rho_d}^{df}\Delta v(k+1), \end{aligned}$$

ако индекс  $i$  на  $h_{j,i}^f$  и  $h_{j,i}^{df}$  е по-малък от нула, елементът, който съдържа индекса, се приема за нула, т. е.  $h_{j,i}^f=0$ ,  $h_{j,i}^{df}=0$ , където  $N_v$  е хоризонт на оценката на смущението и се избира  $N_v \leq N_2$ , като обикновено  $N_v = N_u$ .

**Втората компонента**, т. нар. *непринудена компонента*

$$\hat{y}_{непр}(k+j|k)=H_j^p(q^{-1})\Delta u^F(k-1)+F_j(q^{-1})y^F(k)+H_j^{dp}(q^{-1})\Delta v^F(k), \quad (2.12)$$

дефинирана с филтрираните сигнали

$$y^F(k)=1/C(q^{-1})y(k), \quad \Delta u^F(k-1)=1/C(q^{-1})\Delta u(k-1), \quad \Delta v^F(k)=1/C(q^{-1})\Delta v(k),$$

представлява предсказаната стойност на възстановимия изход  $\hat{y}(k+j|k)$  на СУ при отсъствие на управляващо и смущаващо въздействие върху обекта ( $\Delta u(k+j-1)=0$ ,  $\Delta v(k+j)=0$ ), зависи от изменението на управляващия сигнал до  $k-1$ -вия момент, от изходния сигнал и от смущаващото въздействие до  $k$ -тия момент, включително.

В (2.12) миналите стойности на управляващия сигнал и на измеримото смущение съответно са:

$$H_j^p(q^{-1})\Delta u^F(k-1) = h_{j,0}^p \Delta u^F(k-1) + h_{j,1}^p \Delta u^F(k-2) + \dots + h_{j,n_b+d-1}^p \Delta u^F(k-(n_b+d)),$$

$$H_j^{dp}(q^{-1})\Delta v^F(k) = h_{j,0}^{dp} \Delta v^F(k) + h_{j,1}^{dp} \Delta v^F(k-1) + \dots + h_{j,n_d+d-\rho_d-1}^{dp} \Delta v^F(k-(n_d+d-\rho_d-1)).$$

Предсказаните стойности на възстановимия изход  $\hat{y}(k+j|k)$ , (2.10), между моменти  $k+d+1+n_{e_1}$  и  $k+d+1+n_{e_2}$ , могат да се представят във векторно-матричния вид:

$$\begin{bmatrix} \hat{y}(k+d+1+n_{e_1}|k) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+d+1+n_{e_2}|k) \end{bmatrix} = H^f \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N_u-1) \end{bmatrix} + H^{df} \begin{bmatrix} \Delta v(k+1) \\ \Delta v(k+2) \\ \vdots \\ \Delta v(k+N_v) \end{bmatrix} + F \begin{bmatrix} y^F(k) \\ y^F(k-1) \\ \vdots \\ y^F(k-n_a) \end{bmatrix} +$$

$$+ H^p \begin{bmatrix} \Delta u^F(k-1) \\ \Delta u^F(k-2) \\ \vdots \\ \Delta u^F(k-(n_b+d)) \end{bmatrix} + H^{dp} \begin{bmatrix} \Delta v^F(k) \\ \Delta v^F(k-1) \\ \vdots \\ \Delta v^F(k-(n_d+d-\rho_d-1)) \end{bmatrix}. \quad (2.13)$$

$H^f$ ,  $H^{df}$ ,  $H^p$ ,  $F$  и  $H^{dp}$  са матрици с размерности  $(n_{e_2}-n_{e_1}+1) \times N_u$ ,  $(n_{e_2}-n_{e_1}+1) \times N_v$ ,  $(n_{e_2}-n_{e_1}+1) \times (d+n_b)$ ,  $(n_{e_2}-n_{e_1}+1) \times (n_a+1)$ ,  $(n_{e_2}-n_{e_1}+1) \times (d_v+n_d)$  съответно.

Когато бъдещите стойности на смущението са известни или могат да бъдат предсказани,  $H^{df}$  може да се изчисли. Ако бъдещите стойности са постоянни и равни на последната измерена стойност ( $v(k+j)=v(k)$ ), тогава  $\Delta v(k+j)=0$  и вторият член в дясната страна на равенството (2.13) също ще бъде нула.

При  $\rho_d=0$  и  $N_v=N_u$  матрицата  $H^f \equiv H^{df}$ .  $H^{df}$  е представена в общ вид, но може да има три различни структури в зависимост от  $\rho_d$ . Ако индекс на  $h$ , в матриците  $H^f$  и  $H^{df}$ , е по-малък от нула, то на мястото на  $h$  със съответния индекс се записва нула.

$$H^{df} = \begin{bmatrix} h_{n_{e_1}+\rho_d} & h_{n_{e_1}+\rho_d-1} & \dots & h_{n_{e_1}-N_v+\rho_d+2} & h_{n_{e_1}-N_v+\rho_d+1} \\ h_{n_{e_1}+\rho_d+1} & h_{n_{e_1}+\rho_d} & \dots & h_{n_{e_1}-N_v+\rho_d+3} & h_{n_{e_1}-N_v+\rho_d+2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ h_{N_v-1} & h_{N_v-2} & \dots & h_1 & h_0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ h_{n_{e_2}+\rho_d} & h_{n_{e_2}+\rho_d-1} & \dots & h_{n_{e_2}-N_v+\rho_d+2} & h_{n_{e_2}-N_v+\rho_d+1} \end{bmatrix}_{(n_{e_2}-n_{e_1}+1) \times N_v}$$

### 2.1.1.2. Подход за пряко извеждане на предсказания изход на СУ от частен случай на модела (1.4)

Този подход се основава на изчислени аналитично определен брой предсказани стойности на изхода и последващо рекурсивно извеждане на останалите. Броят на предсказаните стойности, които е необходимо да се изчислят предварително, зависи от реда на модела. Предварителното изчисление позволява да се намали изчислителната тежест по време на оптимизационната процедура за изчисляване на стойността на управлението. Особеното на метода е, че използва AR(I)X модел, при който полиномът



$C(q^{-1})=1$  и стойностите на членовете на шума се приемат за нула. В настоящето изследване алгоритъмът е разработен за произволен ред на разширен с вектора на измеримото смущение AR(I)X модел. ARMAX моделът (1.6) се задава с диференчното уравнение:

$$\begin{aligned} y(k) = & b_0 \Delta u(k-d-1) + b_1 \Delta u(k-d-2) + \dots + b_{n_b} \Delta u(k-d-n_b-1) + \\ & + \tilde{a}_1 y(k-1) + \tilde{a}_2 y(k-2) + \dots + \tilde{a}_{n_a} y(k-n_a) + \tilde{a}_{n_a+1} y(k-n_a-1) + \\ & + d_0 \Delta v(k-d_v) + d_1 \Delta v(k-d_v-1) + \dots + d_{n_d} \Delta v(k-d_v-n_d) + \\ & + c_0 \zeta(k) + c_1 \zeta(k-1) + \dots + c_{n_c} \zeta(k-n_c). \end{aligned} \quad (2.14)$$

Уравнението на предсказания изход в момент  $k+j$  има следния вид:

$$\begin{aligned} \hat{y}(k+j|k) = & b_0 \Delta u(k+n_e) + b_1 \Delta u(k+n_e-1) + \dots + b_{n_b} \Delta u(k+n_e-n_b) + \\ & + \tilde{a}_1 y(k+j-1) + \tilde{a}_2 y(k+j-2) + \dots + \tilde{a}_{n_a} y(k+j-n_a) + \tilde{a}_{n_a+1} y(k+j-n_a-1) + \\ & + d_0 \Delta v(k+n_e+\rho_d+1) + d_1 \Delta v(k+n_e+\rho_d) + \dots + d_{n_d} \Delta v(k+n_e+\rho_d-n_d+1) + \\ & + c_0 \zeta(k+j) + c_1 \zeta(k+j-1) + \dots + c_{n_c} \zeta(k+j-n_c). \end{aligned} \quad (2.15)$$

За определяне на предсказаните стойности на изхода в момент  $k+j$  са необходими и предсказаните стойности на изхода между  $k$ - и  $k+j$ -тия момент, които са неизвестни. Предсказаният изход в момент  $k+1$  се получава от диференчното уравнение (2.14). Предсказаният изход в момент  $k+2$  – като предварително се замести съдържащият се в него предсказан изход в момент  $k+1$ . Така, с рекурсивни замествания, се получават и останалите неизвестни стойности. С увеличаване на закъснението, на реда на модела, на хоризонта на предсказване, се увеличават и предварителните изчисления, необходими за извеждането на предсказания изход.

Предсказаните стойности на изхода се представят с векторно-матричното уравнение (2.13), като филтрираните сигнали в него съвпадат с нефилтрираните  $y^F(k) \equiv y(k)$ ,  $\Delta u^F(k-1) \equiv \Delta u(k-1)$ ,  $\Delta v^F(k) \equiv \Delta v(k)$  (полиномът  $C(q^{-1})=1$ ).

### 2.1.2. Матрично решаване на задачата за проектиране на ОПР

Сигналите в системата се формират като вектори. Заданието  $r$ , предсказаният изход  $\hat{y}$ , принудената  $\hat{y}_{np}$  и непринудената  $\hat{y}_{непр}$  компонента, като вектори от вида  $x$ :

$$\begin{aligned} x = & [x(k+d+1+n_{e_1}|k), x(k+d+2+n_{e_1}|k), \dots, x(k+d+1+n_{e_2}|k)]^T, \text{ а останалите:} \\ u = & [\Delta u(k|k), \Delta u(k+1|k), \dots, \Delta u(k+N_u-1|k)]^T; \quad v = [\Delta v(k+1|k), \Delta v(k+2|k), \dots, \Delta v(k+N_v|k)]^T; \\ u_p^F = & [\Delta u(k-1), \Delta u(k-2), \dots, \Delta u(k-n_b-d)]^T; \quad v_p^F = [\Delta v(k), \Delta v(k-1), \dots, \Delta v(k-n_d-d+\rho_d-1)]^T. \end{aligned}$$

Тогава *принудената* и *непринудената* компонента, и предсказаният (възстановим) изход, могат да се представят в матричния вид:

$$\begin{aligned} \hat{y}_{np} = & H^f u + H^{df} v, \quad \hat{y}_{непр} = H^P u_p^F + F y_p^F + H^{dp} v_p^F, \quad \hat{y} = \hat{y}_{np} + \hat{y}_{непр} \text{ или} \\ \hat{y} = & H^f u + H^{df} v + \hat{y}_{непр}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

На квадратичния показател (1.1)

$$J(N_1, N_2, N_u) = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j) [\hat{y}(k+j|k) - r(k+j)]^2 + \sum_{i=1}^{N_u} \lambda(i) [\Delta u(k+i-1)]^2, \quad N_1 \geq 1, \quad (1.1)$$

за дефинираните векторни величини се извежда следният матричен еквивалент:

$$J = (\hat{y} - r)^T Q_\delta (\hat{y} - r) + u^T Q_\lambda u,$$

където  $\delta(j)$  и  $\lambda(i)$  са тегловни коефициенти, а  $Q_\delta$  и  $Q_\lambda$  са диагонални тегловни матрици. Ако се отчете (2.18), това описание може да се представи като

$$\begin{aligned} J &= \left( H^f u + H^{df} v + \hat{y}_{непр} - r \right)^T Q_\delta \left( H^f u + H^{df} v + \hat{y}_{непр} - r \right) + u^T Q_\lambda u, \\ J &= u^T H u + g^T u + c^T Q_\delta c, \end{aligned} \quad (2.19)$$

с елементи  $H = H^{fT} Q_\delta H^f + Q_\lambda$ ,  $g^T = 2c^T Q_\delta H^f$ ,  $c = \left( H^{df} v + \hat{y}_{непр} - r \right)$ .

### 2.1.2.1. Решаване на задачата за оптимизация без ограничения

Когато няма наложени ограничения върху управляващия сигнал, минимумът на (2.19) се намира, като се положи градиентът на  $J$  да е равен на нула. Това води до оптималното решение

$$u = -H^{-1} g = \left( H^{fT} H^f + \lambda I \right)^{-1} H^{fT} \left( r - H^{df} v - \hat{y}_{непр} \right). \quad (2.20)$$

### 2.1.2.2. Решаване на задачата за оптимизация с ограничения

Много често в практиката задачата за оптимизация се решава без ограничения, аналитично, като ограниченията се налагат след намиране на решението.

От вектора на решението се използва само първият елемент ( $u(1) \equiv \Delta u(k)$ ),

$$\Delta u(k) = K \left( r - H^{df} v - \hat{y}_{непр} \right). \quad (2.21)$$

Многостъпковото предсказване на изхода се осъществява като непрекъснато повторение на така описаната процедура на проектирането на всеки следващ такт на времето, което означава многократно да се решава (2.21) с обновяване само на векторите  $r$ ,  $H^{df} v$  и  $\hat{y}_{непр}$ .

### 2.1.3. Извеждане на ОПР в линеен вид

След заместване на елементите в матричния запис (2.21) и елементарни математически действия се преобразува във вида:

$$\begin{aligned} \Delta u(k) &= \sum_{j=N_1}^{N_2} k_{j-N_1+1} r(k+j) - \sum_{j=N_1}^{N_2} k_{j-N_1+1} H_j^{df} (q^{-1}) \Delta v(k+1) - \sum_{j=N_1}^{N_2} k_{j-N_1+1} \frac{F_j(q^{-1})}{C(q^{-1})} y(k) - \\ &- \sum_{j=N_1}^{N_2} k_{j-N_1+1} \frac{H_j^p(q^{-1})}{C(q^{-1})} \Delta u(k-1) - \sum_{j=N_1}^{N_2} k_{j-N_1+1} \frac{H_j^{dp}(q^{-1})}{C(q^{-1})} \Delta v(k) \end{aligned} \quad (2.22)$$

или

$$\begin{aligned} \left[ C(q^{-1}) + \sum_{j=N_1}^{N_2} k_{j-N_1+1} H_j^p(q^{-1}) q^{-1} \right] \Delta u(k) &= \left[ C(q^{-1}) \sum_{j=N_1}^{N_2} k_{j-N_1+1} q^{-N_2+j} \right] r(k+N_2) - \\ - \left[ \sum_{j=N_1}^{N_2} k_{j-N_1+1} F_j(q^{-1}) \right] y(k) &- \left[ C(q^{-1}) \sum_{j=N_1}^{N_2} k_{j-N_1+1} H_j^{df}(q^{-1}) + \sum_{j=N_1}^{N_2} k_{j-N_1+1} H_j^{dp}(q^{-1}) q^{-1} \right] \Delta v(k+1). \end{aligned}$$

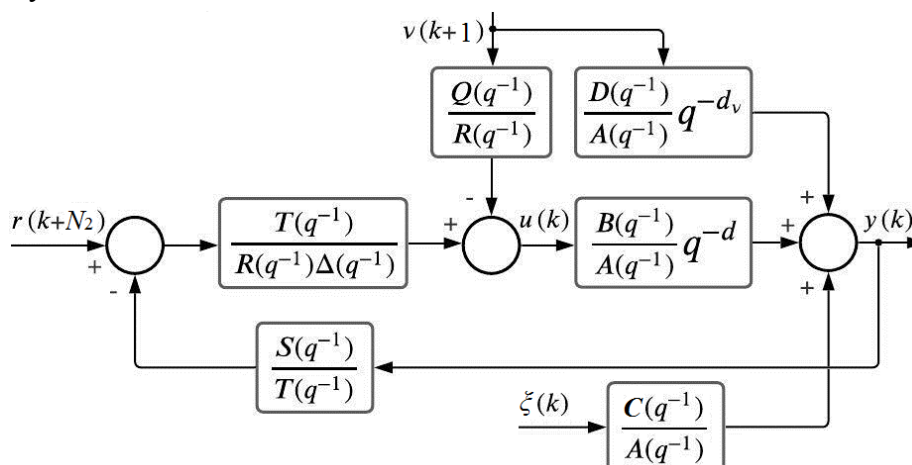
Като се отчете, че заданието остава постоянно в рамките на хоризонта на управление, може да се изведе в линеен вид следния обобщен предсказващ регулатор, който е крайната цел на методиката.

$$R(q^{-1}) \Delta u(k) = T(q^{-1}) r(k+N_2) - S(q^{-1}) y(k) - \left( Q_f(q^{-1}) + Q_p(q^{-1}) \right) \Delta v(k+1), \quad (2.23)$$

където

$$\begin{aligned}
 R(q^{-1}) &= C(q^{-1}) + \sum_{j=N_1}^{N_2} k_{j-N_1+1} H_j^p(q^{-1}) q^{-1}, & Q_f(q^{-1}) &= C(q^{-1}) \sum_{j=N_1}^{N_2} k_{j-N_1+1} H_j^{df}(q^{-1}), \\
 S(q^{-1}) &= \sum_{j=N_1}^{N_2} k_{j-N_1+1} F_j(q^{-1}), & Q_p(q^{-1}) &= \sum_{j=N_1}^{N_2} k_{j-N_1+1} H_j^{dp}(q^{-1}) q^{-1}, \\
 T(q^{-1}) &= C(q^{-1}) \sum_{j=N_1}^{N_2} k_{j-N_1+1} q^{-N_2+j}, & Q_f(q^{-1}) + Q_p(q^{-1}) &= Q(q^{-1}).
 \end{aligned} \tag{2.24}$$

$Q_p$  и  $Q_f$  са полиноми, включващи коефициентите на миналите и бъдещите стойности на смущението.



**Фигура 2.1.** Разширена структурна схема на ОПУ за компенсиране на измеримото смущение

### Систематизиране на алгоритъма:

1. Оценяват се параметрите на полиномите  $A(q^{-1})$ ,  $B(q^{-1})$ ,  $C(q^{-1})$  (при  $C(q^{-1}) \neq 1$ ),  $D(q^{-1})$  в модела (1.4) на базата на информацията, с която се разполага в  $k$ -тия и  $k+1$ -вия момент.

Точка 2 се изпълнява, когато предсказаният изход на СУ се извежда на базата на Диофантови уравнения.

За  $N_1 \leq j \leq N_2$ :

2. се решава: първото Диофантово уравнение (2.3) и се определят полиномите  $E_j(q^{-1})$  и  $F_j(q^{-1})$ ; второто Диофантово уравнение (2.8), откъдето се определят полиномите  $H_j^f(q^{-1})$  и  $H_j^p(q^{-1})$ ; третото Диофантово уравнение (2.9) и се определят полиномите  $H_j^{df}(q^{-1})$  и  $H_j^{dp}(q^{-1})$ .

3. се определя векторът на предсказания (възстановим) изход  $\hat{y}(k+j|k)$ : от уравнение (2.10); с рекурсивни замествания – когато предсказаният изход на СУ се извежда пряко от модела на обекта.

4. Образуват се матриците  $H^f$  и  $H^{df}$  и векторът  $\hat{y}_{непр}$ ;

5. Решава се оптимизационната задача за минимизиране на критерия (2.19) и се намира векторът  $u$  от (2.20);

6. Прилага се управлението  $u(k) = u(k-1) - \Delta u(k)$ , полага се  $k = k+1$  и алгоритъмът се повтаря в следващия такт от стъпка 1.

## 2.2. Изводи

В глава 2 е предложен подход за проектиране на ОПР за обекти със закъснение при наличие на измеримо смущение. Една от задачите при проектиране на ОПР е извеждане на предсказания изход на СУ. Основен акцент е извеждането на предсказания изход на СУ на базата на Диофантови уравнения, като предсказването на изхода изисква да се решат три Диофантови уравнения, но предсказаният изход на СУ е изведен и пряко от модела. Предсказването на изхода и по двата метода е реализуемо за произволен ред на модела.

Новият подход се състои в разширяване на CARIMA модела с вектора на измеримото смущение. Това ще доведе до извеждане на трето Диофантово уравнение в методиката за проектиране на регулатора, което е предпоставка и за внасяне по-голяма изчислителна тежест. Включването на закъснения, които могат да имат различни големини, в предавателните функции на модела и модела на измеримото смущение, усложнява допълнително задачата. Относителната разлика  $\rho_d$  между тях оказва влияние върху вида на полиномите  $H^{df}(q^{-1})$  и  $H^{dp}(q^{-1})$  – решение на третото Диофантовото уравнение и съответно структурата на матриците  $H^{df}$  и  $H^{dp}$ .

## ГЛАВА 3. РЕШАВАНЕ НА ДИОФАНТОВИ УРАВНЕНИЯ

Както беше показано в глава 2, за предсказване на изхода  $y$  от уравнение (2.1) се решават три Диофантови уравнения, при което се използват два принципно известни от литературата подхода – рекурсивен и нерекурсивен.

### 3.1. Рекурсивно решаване на Диофантовите уравнения

#### 3.2.1. Рекурсивно решаване на първото Диофантово уравнение

Първото Диофантово уравнение (2.3) се записва за два последователни такта  $j$  и  $j+1$ . От уравнението за втория такт се изважда уравнението за първия такт и се получава:

$$0 = [E_{j+1}(q^{-1}) - E_j(q^{-1})]\tilde{A}(q^{-1}) + q^{-j}[q^{-1}F_{j+1}(q^{-1}) - F_j(q^{-1})], \quad (3.3)$$

а след елементарни аритметични действия:

$$q^{-1}f_{j+1,0} + f_{j+1,1}q^{-2} + f_{j+1,2}q^{-3} + \dots + f_{j+1,n_a}q^{-(n_a+1)} = (f_{j,0} - e_{j+1,j}\tilde{a}_0) + (f_{j,1} - e_{j+1,j}\tilde{a}_1)q^{-1} + (f_{j,2} - e_{j+1,j}\tilde{a}_2)q^{-2} + \dots - e_{j+1,j}\tilde{a}_{(n_a+1)}q^{-(n_a+1)}. \quad (3.6)$$

От приравняването на коефициентите пред съответните степени на  $q$  от двете страни на уравнение (3.6) се получава:

$$e_{j+1,j} = \frac{f_{j,0}}{\tilde{a}_0}, \quad (3.7)$$

$$f_{j+1,i} = \begin{cases} f_{j,i+1} - e_{j+1,j}\tilde{a}_{i+1}, \\ -e_{j+1,j}\tilde{a}_{i+1}, \end{cases} \quad f_{j+1,i} = \begin{cases} f_{j,i+1} - f_{j,0}\tilde{a}_{i+1}, & i=0, \dots, (n_a-1), \\ -f_{j,0}\tilde{a}_{i+1}, & i=n_a. \end{cases} \quad (3.8)$$

За инициализиране на итерациите, Диофантово уравнение (2.3) се решава за  $j=1$ :

$$C(q^{-1}) = E_1(q^{-1})\tilde{A}(q^{-1}) + F_1(q^{-1})q^{-1}.$$

Тъй като първите коефициенти в  $\tilde{A}(q^{-1})$  и  $C(q^{-1})$  са 1 ( $\tilde{a}_0 = 1, c_0 = 1$ ), то:

$$E_1(q^{-1}) = e_{1,0}, \quad e_{1,0} = \frac{c_0}{\tilde{a}_0} = 1,$$

$$F_1(q^{-1}) = q(C(q^{-1}) - E_1(q^{-1})\tilde{A}(q^{-1})), \quad f_{1,i} = q(C(q^{-1}) - e_{1,0}\tilde{A}(q^{-1})), \quad i=0, 1, 2, \dots, n_a.$$

Към полинома  $E_j(q^{-1})$  се добавя новият член  $e_{j+1,j} = f_{j,0}$ :  $E_{j+1}(q^{-1}) = E_j(q^{-1}) + f_{j,0}q^{-j}$ .

### 3.1.2. Рекурсивно решаване на второто Диофантово уравнение

Второто Диофантово уравнение (2.8) се записва за два последователни такта  $j$  и  $j+1$ . От уравнението за втория такт се изважда уравнението за първия такт и се получава:

$$e_{j+1,j}q^{-j}B(q^{-1}) = [H_{j+1}^f(q^{-1}) - H_j^f(q^{-1})]C(q^{-1}) + q^{-(j-d)}[q^{-1}H_{j+1}^p(q^{-1}) - H_j^p(q^{-1})]. \quad (3.11)$$

След елементарни математически действия уравнение (3.11) се преобразува във вида:

$$\begin{aligned} h_{j+1,0}^p q^{-1} + h_{j+1,1}^p q^{-2} + h_{j+1,2}^p q^{-3} + \dots + h_{j+1,n_b+d-1}^p q^{-(n_b+d)} &= h_{j,0}^p + h_{j,1}^p q^{-1} + h_{j,2}^p q^{-2} + \dots + \\ + h_{j,n_b+d-1}^p q^{-(n_b+d-1)} - h_{j+1,j-d}^f c_0 - h_{j+1,j-d}^f c_1 q^{-1} - h_{j+1,j-d}^f c_2 q^{-2} - \dots - h_{j+1,j-d}^f c_{n_c} q^{-n_c} + \\ + e_{j+1,j} b_0 q^{-d} + e_{j+1,j} b_1 q^{-(d+1)} + e_{j+1,j} b_2 q^{-(d+2)} + \dots + e_{j+1,j} b_{n_b} q^{-(d+n_b)}. \end{aligned} \quad (3.14)$$

От приравняването на коефициентите пред съответните степени на  $q$  от двете страни на уравнение (3.14) се получава:

$$h_{j+1,j-d}^f = \begin{cases} h_{j,0}^p + e_{j+1,j} b_0, & \text{ако } d=0, \\ h_{j,0}^p, & \text{ако } d>0, \end{cases} \quad (3.15)$$

$$h_{j+1,i}^p = h_{j,i}^p - h_{j+1,j-d}^f c_l + e_{j+1,j} b_m, \quad i=0,1,\dots,n_b+d-1, \quad (3.16)$$

където:

$k=i+1$ , ако  $i+1 \leq n_b+d-1$ . В противен случай елементът, който съдържа индекс  $k$ , е нула;  $l=i+1$ , ако  $i+1 \leq n_c$ . В противен случай елементът, който съдържа индекс  $l$ , е нула;  $m=i-d+1$ , ако  $i-d+1 \geq 0$ . В противен случай елементът, който съдържа индекс  $m$ , е нула.

За инициализиране на итерациите, Диофантовото уравнение (2.8) се решава за  $j=d+1$ :

$$H_j^{f+p}(q^{-1}) = H_j^f(q^{-1})C(q^{-1}) + H_j^p(q^{-1})q^{-(j-d)};$$

$$H_{d+1}^f(q^{-1}) = h_{d+1,0}^f, \quad h_{d+1,0}^f = \frac{e_{d+1,0}b_0}{c_0};$$

$$H_{d+1}^p(q^{-1}) = q(H_{d+1}^{f+p}(q^{-1}) - H_{d+1}^f(q^{-1})C(q^{-1})),$$

$$h_{d+1,i}^p = q(H_{d+1}^{f+p}(q^{-1}) - h_{d+1,0}^f C(q^{-1})), \quad i=0,1,\dots,n_b+d-1.$$

Към полинома  $H_j^f(q^{-1})$  се добавя новият член  $h_{j+1,j-d}^f$ :

$$H_{j+1}^f(q^{-1}) = H_j^f(q^{-1}) + h_{j+1,j-d}^f q^{-(j-d)}.$$

### 3.1.3. Рекурсивно решаване на третото Диофантово уравнение

Третото Диофантово уравнение (2.9) се записва за два последователни такта  $j$  и  $j+1$ . Уравнението за първия такт се изважда от уравнението за втория такт и се получава:

$$e_{j+1,j}q^{-j}D(q^{-1}) = [H_{j+1}^{df}(q^{-1}) - H_j^{df}(q^{-1})]C(q^{-1}) + q^{-(j-d+\rho_d)}[q^{-1}H_{j+1}^{dp}(q^{-1}) - H_j^{dp}(q^{-1})], \quad (3.19)$$

което след прости математически действия се преобразува във вида:

$$\begin{aligned}
& h_{j+1,0}^{dp} q^{-1} + h_{j+1,1}^{dp} q^{-2} + h_{j+1,2}^{dp} q^{-3} + \dots + h_{j+1,n_d+d-\rho_d-1}^{dp} q^{-(n_d+d-\rho_d)} = \\
& = h_{j,0}^{dp} + h_{j,1}^{dp} q^{-1} + h_{j,2}^{dp} q^{-2} + \dots + h_{j,n_d+d-\rho_d-1}^{dp} q^{-(n_d+d-\rho_d-1)} - \\
& - h_{j+1,j-d+\rho_d}^{df} c_0 - h_{j+1,j-d+\rho_d}^{df} c_1 q^{-1} - h_{j+1,j-d+\rho_d}^{df} c_2 q^{-2} - \dots - h_{j+1,j-d+\rho_d}^{df} c_{n_c} q^{-n_c} + \\
& + e_{j+1,j} d_0 q^{-d+\rho_d} + e_{j+1,j} d_1 q^{-(d-\rho_d+1)} + e_{j+1,j} d_2 q^{-(d-\rho_d+2)} + \dots + e_{j+1,j} d_{n_d} q^{-(d-\rho_d+n_d)}.
\end{aligned} \tag{3.22}$$

От приравняването на коефициентите пред съответните степени на  $q$  от двете страни на уравнение (3.22) се получава:

$$h_{j+1,j-d+\rho_d}^{df} = \begin{cases} h_{j,0}^{dp} + e_{j+1,j} d_0, & \text{ако } d-\rho_d = 0, \\ h_{j,0}^{dp}, & \text{ако } d-\rho_d > 0, \end{cases} \tag{3.23}$$

$$h_{j+1,i}^{dp} = h_{j,i}^{dp} - h_{j+1,j-d+\rho_d}^{df} c_i + e_{j+1,j} d_m, \quad i = 0, 1, \dots, n_d + d - \rho_d - 1, \tag{3.24}$$

където:

$k = i + 1$ , ако  $i + 1 \leq n_d + d - \rho_d - 1$ . В противен случай елементът, който съдържа индекс  $k$ , е нула;  $l = i + 1$ , ако  $i + 1 \leq n_c$ . В противен случай елементът, който съдържа индекс  $l$ , е нула;  $m = i - d + \rho_d + 1$ , ако  $i - d + \rho_d + 1 \geq 0$ . В противен случай елементът, който съдържа индекс  $m$ , е нула.

За инициализиране на итерациите, Диофантовото уравнение (2.9) се решава за:

- $j = d - \rho_d + 1$  при  $d > d_v$ ,  $\rho_d > 0$ :

$$\begin{aligned}
H_{d-\rho_d+1}^{df}(q^{-1}) &= h_{d-\rho_d+1,0}^{df}, \quad h_{d-\rho_d+1,0}^{df} = \frac{e_{d-\rho_d+1,0} b_0}{c_0}; \\
H_{d-\rho_d+1}^{dp}(q^{-1}) &= q(H_{d-\rho_d+1}^{df+dp}(q^{-1}) - H_{d-\rho_d+1}^{df}(q^{-1})C(q^{-1})), \\
h_{d-\rho_d+1,i}^{dp} &= q(H_{d-\rho_d+1}^{df+dp}(q^{-1}) - h_{d-\rho_d+1,0}^{df} C(q^{-1})), \quad i = 0, 1, \dots, n_d + d - \rho_d - 1.
\end{aligned}$$

Към полинома  $H_j^{df}(q^{-1})$  се добавя новият член  $h_{j+1,j-d+\rho_d}^{df}$ :

$$H_{j+1}^{df}(q^{-1}) = H_j^{df}(q^{-1}) + h_{j+1,j-d+\rho_d}^{df} q^{-(j-d+\rho_d)}.$$

- $j = d + 1$  при  $d < d_v$ ,  $\rho_d < 0$ :

$$H_{d+1}^{df}(q^{-1}) = 0.$$

Степента на  $H^{df}$  се определя от  $\deg H_j^{df}(q^{-1}) = j - d + \rho_d - 1$ ,  $\deg H_{d+1}^{df}(q^{-1}) = \rho_d$ ,

т. е. тя ще бъде отрицателно число, степента на  $q$  – положително, затова  $H_{d+1}^{df}(q^{-1}) = 0$ .

Членовете на полином, които съдържат положителни степени на  $q$ , се приемат за нула.

$$\begin{aligned}
H_{d+1}^{dp}(q^{-1}) &= q^{\rho_d+1}(H_{d+1}^{df+dp}(q^{-1}) - H_{d+1}^{df}(q^{-1})C(q^{-1})), \\
h_{d+1,i}^{dp} &= q^{\rho_d+1}(H_{d+1}^{df+dp}(q^{-1}) - H_{d+1}^{df}(q^{-1})C(q^{-1})), \quad i = 0, 1, \dots, n_d + d - \rho_d - 1.
\end{aligned}$$

Към полинома  $H_j^{df}(q^{-1})$  се добавя новият член  $h_{j+1,j-d+\rho_d}^{df}$ :

$$H_{j+1}^{df}(q^{-1}) = H_j^{df}(q^{-1}) + h_{j+1,j-d+\rho_d}^{df} q^{-(j-d+\rho_d)},$$

ако на  $h_{j,i}^{df}$  индекс  $i < 0$ ,  $h_{j,i}^{df} = 0$ . Индексът  $i$  ще бъде по-малък от нула за  $j < d - \rho_d$ , което означава, че първите  $|\rho_d|$  полинома  $H_j^{df}(q^{-1})$  ще бъдат нулеви,  $H_j^{df}(q^{-1}) = 0$ .

### 3.2. Нерекурсивно решаване на Диофантовите уравнения

Използвайки и доразвивайки идеята на други автори, е изведен и представен по-долу вариант I на подхода за нерекурсивно решаване на Диофантовите уравнения. Това решение е използвано, за да бъде изведен вариант I на алгоритъма, даден в точка 3.2.1. По аналогичен начин е изведен и за другите две Диофантови уравнения. На по-късен етап е изведен и втори вариант на алгоритмите.

#### 3.2.1. Нерекурсивно решаване на първото Диофантово уравнение

Коефициентите на полиномите  $E(q^{-1})$  и  $F(q^{-1})$  от уравнение (2.3) могат да бъдат получени от сравнението на коефициентите, пред еднаквите степени на  $q$ , от двете страни на равенството:

$$c_0 + c_1 q^{-1} + \dots + c_{n_c} q^{-n_c} = (e_{j,0} + e_{j,1} q^{-1} + \dots + e_{j,j-1} q^{-(j-1)}) (\tilde{a}_0 + \tilde{a}_1 q^{-1} + \dots + \tilde{a}_{(n_a+1)} q^{-(n_a+1)}) + q^{-j} (f_{j,0} + f_{j,1} q^{-1} + \dots + f_{j,n_a} q^{-n_a}).$$

След разкриване на скобите вдясно и групиране на членовете от една и съща степен се получава:

**Вариант I на нерекурсивно изчисляване на коефициентите на полинома  $E_j(q^{-1})$ :**

За  $\forall j = N_1, \dots, N_2$ :

$$e_{j,0} = \frac{c_0}{\tilde{a}_0} = 1.$$

1. За  $2 \leq j \leq n_a + 2$ :

1.1. За  $i = 1, 2, \dots, j-1$ :

$$e_{j,i} = c_l - \sum_{k=0}^{i-1} e_{j,k} \tilde{a}_{i-k}, \quad (3.26)$$

$l = i$ , ако  $i \leq n_c$ , в противен случай  $c_l = 0$ .

2. За  $j > n_a + 2$ :

2.1. За  $i = 1, 2, \dots, n_a + 1$ :

$$e_{j,i} = c_l - \sum_{k=0}^{i-1} e_{j,k} \tilde{a}_{i-k},$$

$l = i$ , ако  $i \leq n_c$ , в противен случай  $c_l = 0$ .

2.2. За  $i = n_a + 2, n_a + 3, \dots, j-1$ :

$$e_{j,i} = c_l - \sum_{k=n_a+1}^1 e_{j,i-k} \tilde{a}_k, \quad (3.29)$$

$k = n_a + 1, n_a, n_a - 1, \dots, 1$ ,  $l = i$ , ако  $i \leq n_c$ , в противен случай  $c_l = 0$ .

**Вариант I на нерекурсивно изчисляване на коефициентите на полинома  $F_j(q^{-1})$ :**

1. За  $1 \leq j \leq n_a + 1$ :

1.1. За  $i = 0, 1, 2, \dots, n_a - j + 1$ :

$$f_{j,i} = c_l - \sum_{k=0}^{j-1} e_{j,k} \tilde{a}_{j+i-k}, \quad (3.33)$$

$l = j + i$ , ако  $j + i \leq n_c$ , в противен случай  $c_l = 0$ .

1.2. За  $i = n_a - j + 2, n_a - j + 3, \dots, n_a$ ,  $1 \notin j$ :

$$f_{j,i} = c_l - \sum_{k=n_a+1}^{i+1} e_{j,j+i-k} \tilde{a}_k, \quad (3.35)$$

$l = j + i$ , ако  $j + i \leq n_c$ , в противен случай  $c_l = 0$ .

2. За  $j > n_a + 2$ :

2.1. За  $i = 0, 1, 2, \dots, n_a$ :

$$f_{j,i} = c_l - \sum_{k=n_a+1}^{i+1} e_{j,j+i-k} \tilde{a}_k,$$

$l = j + i$ , ако  $j + i \leq n_c$ , в противен случай  $c_l = 0$ .

#### 3.2.2. Нерекурсивно решаване на второто Диофантово уравнение

Коефициентите на полиномите  $H^f(q^{-1})$  и  $H^p(q^{-1})$  от уравнение (2.8) могат да бъдат получени от сравнението на коефициентите пред еднаквите степени на  $q$  от двете страни на равенството:

$$\begin{aligned}
& h_{j,0}^{f+p} + h_{j,1}^{f+p} q^{-1} + h_{j,2}^{f+p} q^{-2} + \dots + h_{j,j+n_b-1}^{f+p} q^{-(j+n_b-1)} = \\
& = \left( h_{j,0}^f + h_{j,1}^f q^{-1} + h_{j,2}^f q^{-2} + \dots + h_{j,j-d-1}^f q^{-(j-d-1)} \right) \left( c_0 + c_1 q^{-1} + c_2 q^{-2} + \dots + c_{n_c} q^{-n_c} \right) + \\
& + q^{-(j-d)} \left( h_{j,0}^p + h_{j,1}^p q^{-1} + h_{j,2}^p q^{-2} + \dots + h_{j,n_b+d-1}^p q^{-(n_b+d-1)} \right)
\end{aligned}$$

След разкриване на скобите вдясно и групиране на членовете от една и съща степен, се получава:

**Вариант I на нерекурсивно изчисляване на коефициентите на полинома  $H^f(q^{-1})$ :**

За  $\forall j = N_1, \dots, N_2$ , за  $i=0$ :

$$h_{j,0}^f = h_{j,0}^{f+p}.$$

• За  $n_c = 0$ ,  $C(q^{-1})=1$

$$h_{j,i}^f = h_{j,i}^{f+p}, \quad i=1, 2, \dots, j-d-1.$$

• За  $n_c \geq 1$

1. За  $d+1+n_{e_1} \leq j \leq d+1+n_c$ :

1.1. За  $i=1, 2, \dots, j-d-1$ , като  $j-d-1 \geq 1$

(При  $j-d-1=0$ , т. е.  $i=0$ ,  $h_{j,0}^f$ ):

$$h_{j,i}^f = h_{j,i}^{f+p} - \sum_{k=0}^{i-1} h_{j,k}^f c_{i-k}. \quad (3.40)$$

2. За  $d+2+n_c \leq j \leq d+1+n_{e_2}$ :

2.1. За  $i=1, 2, \dots, n_c$ :

$$h_{j,i}^f = h_{j,i}^{f+p} - \sum_{k=0}^{i-1} h_{j,k}^f c_{i-k}.$$

2.2. За  $i=n_c+1, n_c+2, \dots, j-d-1$ :

$$h_{j,i}^f = h_{j,i}^{f+p} - \sum_{k=n_c}^1 h_{j,i-k}^f c_k, \quad (3.43)$$

$k = n_c, n_c-1, n_c-2, \dots, 1.$

**Вариант I на нерекурсивно изчисляване на коефициентите на полинома  $H^p(q^{-1})$ :**

• За  $n_c = 0$ ,  $C(q^{-1})=1$

$$h_{j,i}^p = h_{j,j-d+i}^{f+p}, \quad i=0, 2, \dots, n_b+d-1.$$

• За  $n_c \geq 1$

1. За  $d+1 \leq j \leq n_c+d$ :

1.1. За  $i=0, 1, \dots, n_c-(j-d)$ :

$$h_{j,i}^p = h_{j,j-d+i}^{f+p} - \sum_{k=0}^{j-d-1} h_{j,k}^f c_{j-d+i-k} \quad (3.47)$$

2. За  $d+2 \leq j \leq n_c+d$ :

2.1. За  $i=n_c-(j-d)+1, n_c-(j-d)+2, \dots, n_c-1$ :

$$h_{j,i}^p = h_{j,j-d+i}^{f+p} - \sum_{k=n_c}^{i+1} h_{j,j-d+i-k}^f c_k. \quad (3.49)$$

3. За  $j > n_c+d$ :

3.1. За  $i=0, 1, 2, \dots, n_c-1$ :

$$h_{j,i}^p = h_{j,j-d+i}^{f+p} - \sum_{k=n_c}^{i+1} h_{j,j-d+i-k}^f c_k.$$

4. За  $\forall j = N_1, \dots, N_2$ :

4.1. За  $i=n_c, n_c+1, \dots, n_b+d-1$ ,

като  $n_b+d-1 \geq n_c$ :

$$h_{j,i}^p = h_{j,j-d+i}^{f+p}.$$

### 3.2.3. Нерекурсивно решаване на третото Диофантово уравнение

Коефициентите на полиномите  $H^{df}(q^{-1})$  и  $H^{dp}(q^{-1})$  от уравнение (2.9) могат да бъдат получени от сравнението на коефициентите пред еднакви степенни на  $q$  от двете страни на равенството:



$$\begin{aligned}
& h_{j,0}^{df+dp} + h_{j,1}^{df+dp} q^{-1} + h_{j,2}^{df+dp} q^{-2} + \dots + h_{j,j+n_d-1}^{df+dp} q^{-(j+n_d-1)} = \\
& = \left( h_{j,0}^{df} + h_{j,1}^{df} q^{-1} + h_{j,2}^{df} q^{-2} + \dots + h_{j,j-d+\rho_d-1}^{df} q^{-(j-d+\rho_d-1)} \right) \left( c_0 + c_1 q^{-1} + c_2 q^{-2} + \dots + c_{n_c} q^{-n_c} \right) + \\
& + q^{-(j-d+\rho_d)} \left( h_{j,0}^{dp} + h_{j,1}^{dp} q^{-1} + h_{j,2}^{dp} q^{-2} + \dots + h_{j,n_d+d-\rho_d-1}^{dp} q^{-(n_d+d-\rho_d-1)} \right)
\end{aligned}$$

След разкриване на скобите вдясно и групиране на членовете от една и съща степен, се получава:

**Вариант I на нерекурсивно изчисляване на коефициентите на полинома  $H^{df}(q^{-1})$ :**

За  $\forall j = N_1, \dots, N_2$ , за  $i=0$ :

$$h_{j,0}^{df} = h_{j,0}^{df+dp}.$$

• За  $n_c = 0$ ,  $C(q^{-1})=1$

$$h_{j,i}^{df} = h_{j,i}^{df+dp},$$

$i=1, 2, \dots, j-d+\rho_d-1$ .

• За  $n_c \geq 1$

1. За  $d+1+n_{e_1} \leq j \leq d+1+n_c$ :

1.1. За  $i=1, 2, \dots, j-d+\rho_d-1$ ,

$j-d+\rho_d-1 \geq 1$  (При  $j-d+\rho_d-1=0$ ,

т. е.  $i=0$ ,  $h_{j,0}^{df}$ ):

$$h_{j,i}^{df} = h_{j,i}^{df+dp} - \sum_{k=0}^{i-1} h_{j,k}^{df} c_{i-k}. \quad (3.56)$$

При  $\rho_d < 0$ , за  $j \leq d-\rho_d$  степента на полинома  $H_j^{df}(q^{-1})$  ще бъде отрицателна, степента на  $q$  – положителна, първите  $|\rho_d|-n_{e_1}$  полинома  $H_j^{df}(q^{-1})$  ще бъдат нулеви,  $H_j^{df}(q^{-1})=0$ .

**Вариант I на нерекурсивно изчисляване на коефициентите на полинома  $H^{dp}(q^{-1})$ :**

• За  $n_c = 0$ ,  $C(q^{-1})=1$

$$h_{j,i}^{dp} = h_{j,j-d+\rho_d+i}^{df+dp},$$

$i=0, 2, \dots, n_d+d-\rho_d-1$ .

• За  $n_c \geq 1$

1. За  $d+1 \leq j \leq n_c+d$ :

1.1. За  $i=0, 1, \dots, n_c-(j-d+\rho_d)$ :

$$h_{j,i}^{dp} = h_{j,j-d+\rho_d+i}^{df+dp} - \sum_{k=0}^{j-d+\rho_d-1} h_{j,k}^{df} c_{j-d+\rho_d+i-k}. \quad (3.63)$$

2. За  $d+2 \leq j \leq n_c+d$ :

2.1. За  $i=n_c-(j-d+\rho_d)+1, n_c-(j-d+\rho_d)+2, \dots, n_c-1$ :

$$h_{j,i}^{dp} = h_{j,j-d+\rho_d+i}^{df+dp} - \sum_{k=n_c}^{i+1} h_{j,k}^{df} c_k. \quad (3.65)$$

2. За  $d+2+n_c \leq j \leq d+1+n_{e_2}$ :

2.1. За  $i=1, 2, \dots, n_c$ :

$$h_{j,i}^{df} = h_{j,i}^{df+dp} - \sum_{k=0}^{i-1} h_{j,k}^{df} c_{i-k}.$$

2.2. За  $i=n_c+1, n_c+2, \dots, j-d+\rho_d-1$ :

$$h_{j,i}^{df} = h_{j,i}^{df+dp} - \sum_{k=n_c}^1 h_{j,i-k}^{df} c_k, \quad (3.59)$$

$k=n_c, n_c-1, n_c-2, \dots, 1$ .

3. За  $j > n_c+d$ :

3.1. За  $i=0, 1, 2, \dots, n_c-1$ :

$$h_{j,i}^{dp} = h_{j,j-d+\rho_d+i}^{df+dp} - \sum_{k=n_c}^{i+1} h_{j,j-d+\rho_d+i-k}^{df} c_k.$$

4. За  $\forall j = N_1, \dots, N_2$ :

4.1. За  $i=n_c, n_c+1, \dots, n_d+d-\rho_d-1$ :

$$h_{j,i}^{dp} = h_{j,j-d+\rho_d+i}^{df+dp}.$$

При  $\rho_d < 0$  в полинома  $H_j^{dp}(q^{-1})$   $|\rho_d| - n_e - 1$  степени на  $q$  ще бъдат положителни. Членовете на полином, които съдържат положителни степени на  $q$ , се приемат за нула. В полинома  $H_j^{dp}(q^{-1})$   $|\rho_d| - n_e - 1$  елемента  $h_{j,i}^{dp}$  ще бъдат нула, т. е.  $h_{j,i}^{dp} = 0$  за  $i = 0, 1, \dots, |\rho_d| - n_e - 2$ .

Представя се и вариант II на нерекурсивно изчисляване на коефициентите на полиномите  $H^{df}(q^{-1})$  и  $H^{dp}(q^{-1})$  съответно:

$$h_{j,i}^{df} = h_{j,i}^{df+dp} - \sum_{k=n_c}^1 h_{j,i-k}^{df} c_k, \quad k = n_c, n_c - 1, n_c - 2, \dots, 1, \quad (3.61)$$

$i = 1, 2, \dots, j - d + \rho_d - 1$ ;  $h_{j,i-k}^{df} = 0$ , ако  $i - k < 0$ .

$$h_{j,i}^{dp} = h_{j,j-d+\rho_d+i}^{df+dp} - \sum_{k=n_c}^1 h_{j,j-d+\rho_d-k}^{df} c_{i+k}, \quad k = n_c, n_c - 1, n_c - 2, \dots, 1, \quad (3.70)$$

$i = 0, 1, \dots, n_b + d - \rho_d - 1$ ;  $h_{j,j-d+\rho_d-k}^{df} = 0$ , ако  $j - d + \rho_d - k < 0$ ;  $c_{i+k} = 0$ , ако  $i + k > n_c$ .

Коефициентите на полиномите на първите две Диофантови уравнения във вариант II са изведени и записани по аналогичен начин.

### 3.4. Изводи

Всички алгоритми в тази глава, за решаване на Диофантовите уравнения, са изведени на базата на модели от първи, втори и трети ред и са представени за общия случай. Приложими са: за произволен ред на модела; за ARX/ ARMAX модел, при наличие/ отсъствие на закъснение. Изведени са два варианта за нерекурсивно решаване на Диофантовите уравнения. Вторият вариант беше изведен на по-късен етап, но той би могъл да се реализира програмно с по-малко изчисления от първия.

На базата на разгледани примери са направени следните изводи:

- По рекурсивния подход е необходимо да се намери решението на:
  - Първото Диофантово уравнение за  $d + n_{e_1}$  стъпки преди хоризонта на предсказване, интервала  $N_1 \div N_2$ ;
  - второто Диофантово уравнение за  $n_{e_1}$  стъпки преди хоризонта на предсказване;
  - третото Диофантово уравнение за:
    - $n_{e_1} + \rho_d$  стъпки преди хоризонта на предсказване, когато  $d > d_v$ ;
    - $n_{e_1}$  стъпки преди хоризонта на предсказване, когато  $d \leq d_v$ .
- По нерекурсивния подход решението на Диофантовите уравнения се намира само за хоризонта на предсказване;
- При прякото извеждане на предсказания изход на СУ (метод, представен в точка 2.1.2) е необходимо, извън хоризонта на предсказване да се изчислят и първите  $d + n_{e_1}$  предсказани стойности.

## ГЛАВА 4. ИЗСЛЕДВАНЕ НА ПРИЛОЖНИ ЗАДАЧИ

В тази глава са дадени резултатите, получени в средата на MatLab/ Simulink, от изследване на качеството на система за управление на: емисиите на азотни оксиди (NOx) в електроцентрала с комбиниран цикъл; концентрацията на дестилата в дестилационна колона с/ със: компенсатор с включени бъдещи стойности на смущението към ОПР, структура с описание (2.24); компенсатор без включени бъдещи стойности на смущението

към ОНР, в (2.24)  $Q_f(q^{-1})=0$ ; класически ОНР, при който  $Q(q^{-1})=0$ . В първия случай закъснението между входа и изхода на процеса е по-голямо от закъснението между смущението и изхода на процеса, а във втория – обратно. Изложен е методът за реализиране на многомоделно адаптивно управление (ММАУ) на водна турбина.

#### 4.1. ОПУ с компенсация на смущения за процеси със закъснение

От литературния преглед в глава 1 се направи заключението, че разширеният закон за ОПУ се интерпретира като класическо управление с обратна връзка и пренасочване. ОПУ е в състояние да осигури едновременно следене на заданието и пълна компенсация с пренасочване по неявен начин на измеримите смущения, когато те са отчетени в алгоритъма, но само когато тегловният коефициент  $\lambda=0$ . Нека уравнение (2.20) се запише във вида

$$u = \left( H^{fT} H^f + \lambda I \right)^{-1} H^{fT} \left( r - H^{df} v - H^P u_p^F - F y_p^F - H^{dp} v_p^F \right). \quad (4.1)$$

и се приеме, че грешката в контура на обратната връзка (фиг. 2.1) и заданието са нула. Така уравнение (4.1) придобива вида

$$u = \left( H^{fT} H^f + \lambda I \right)^{-1} H^{fT} \left( -H^{df} v - H^{dp} v_p^F \right). \quad (4.2)$$

Само когато в (4.2) се замени с  $\lambda=0$  се получава стандартната структура на компенсатор с пренасочване

$$u = -H^{f-1} \left( H^{df} v + H^{dp} v_p^F \right), \quad (4.3)$$

при която динамиката между изхода на процеса и смущението се разделя на динамиката между изхода на процеса и управляващия сигнал с обратен знак. Ако в уравнение (4.3) се отчитат само текущите измерими смущения  $v_p^F = \Delta v(k)$ , но не и техните бъдещи стойности, действието на ОНР е идентично с това на класическия компенсатор с пренасочване.

##### 4.1.1. Управление на емисиите на азотни оксиди (NOx) в електроцентраля с комбиниран цикъл

За топлоелектрическа централа с номинална мощност 165 MW процесът на разлагане на NOx се представя с линеаризиран модел, за който  $u$  е дебитът на впръскване на  $NH_3$ , а  $v$  – дебитът на NOx в обработените газове от ГТ, със следните предавателни функции:

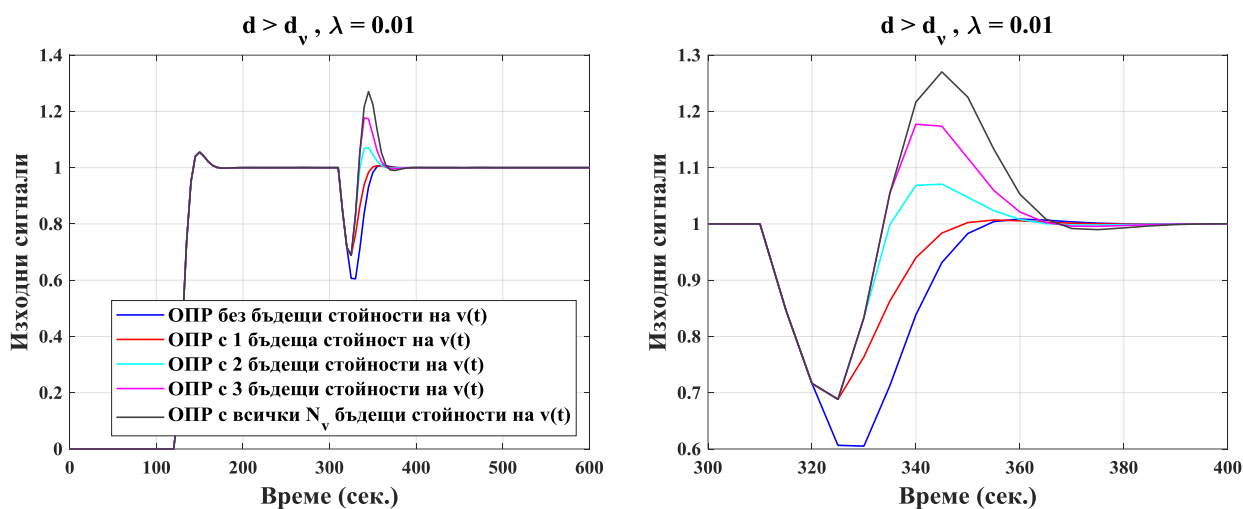
$$W_u(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{(30s+1)(5s+1)} e^{-120s}, \quad W_v(s) = \frac{Y(s)}{V(s)} = \frac{1}{(30s+1)} e^{-110s}.$$

За да бъде получен необходимият за целите на симулационните изследвания разширен CARMA модел с описание (1.6), с избран такт на дискретизация  $T_s = 5$  секунди, непрекъснатите предавателни функции се дискретизират и се оценяват параметрите на ARX/ ARMAX модел(и) за получените дискретни модели. Необходимо е още да се изберат настройваемите параметри на регулатора:  $n_{e_1} = 2$ ,  $n_{e_2} = 6$ ,  $N_1 = 27$ ,  $N_2 = 31$ ,  $N_u = 7$ . Те са избрани според правилата:

$$N_1 = d + 1 + n_{e_1}, \quad n_{e_1} \geq 0, \quad N_2 = d + 1 + n_{e_2}, \quad n_{e_2} \geq n_{e_1}, \quad n_{e_1} + 1 \leq N_u \leq n_{e_2} + 1, \quad N_v \leq N_u. \quad (4.4)$$

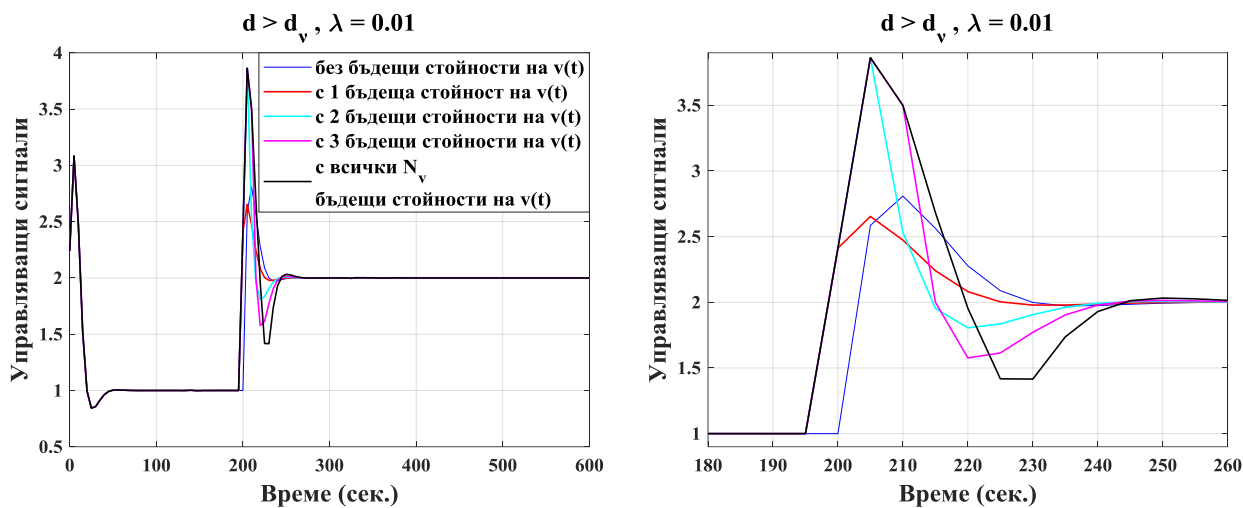
При  $\lambda=0.01$  е изследвано поведението на СУ с ОНР с включен различен брой бъдещи стойности на смущението, който съответства на дължината на  $N_v$ . За  $N_v$  са избрани следните стойности:  $N_v = 1$ ,  $N_v = 2$ ,  $N_v = 3$  и  $N_v = N_u = 7$ , като те отговарят на

условието  $N_v \leq N_u$ . Получените сигнали в СУ при обработване на единично стъпално задание и приложено в 200-та секунда 100 % товарно смущение са показани на фиг. 4.5 и 4.6. На същите фигури са показани и сигналите в СУ, получени с ОПР без включени бъдещи стойности на смущението. От двете фигури се вижда най-доброто поведение на СУ с ОПР с включена една бъдеща стойност на смущението ( $N_v = 1$ ).



Фигура 4.5. Изходни сигнали в СУ при  $\lambda = 0.01$

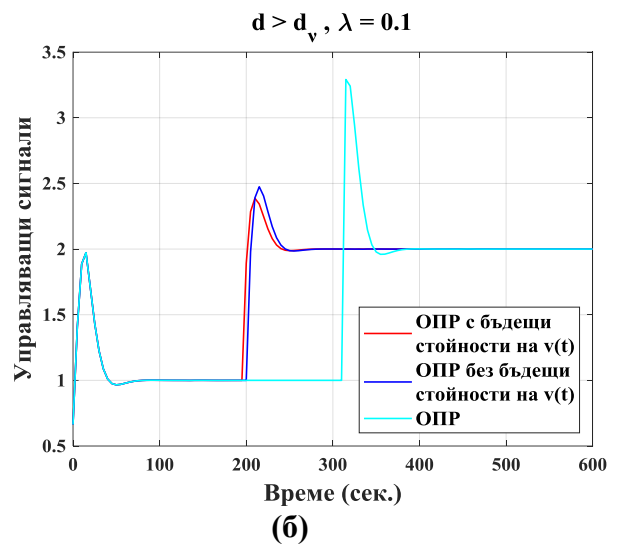
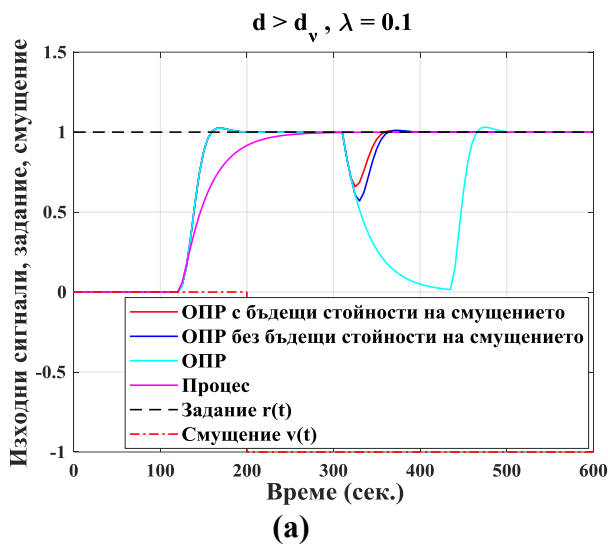
За всички стойности на  $N_v$ , при обработване на смущението, ОПР с включени бъдещи стойности на смущението започва да действа преди ОПР без включени бъдещи стойности на смущението, като при  $N_v > 1$  с цената на по-агресивния управляващ сигнал и по-голямото динамично отклонение от зададената стойност.



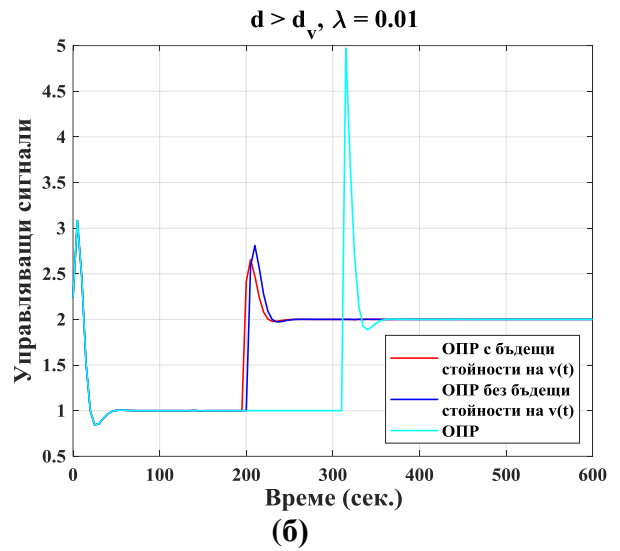
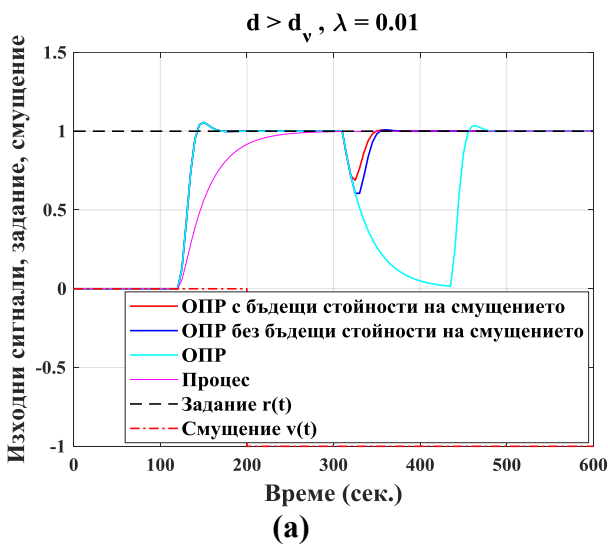
Фигура 4.6. Управляващи сигнали в СУ при  $\lambda = 0.01$

От изложения в 4.1 анализ на структурата на ОПР може да се каже, че изборът на тегловния параметър  $\lambda$  е определящ за обработването на товарните смущения.

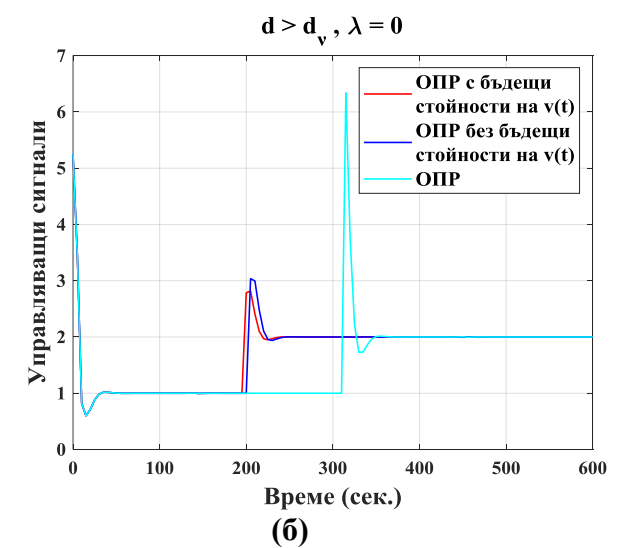
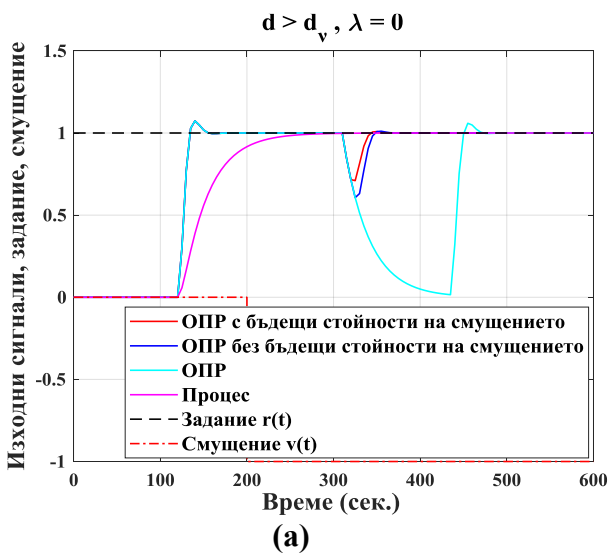
На фиг. 4.7, 4.8 и 4.9 (а) са показани изходните, а на – (б) управляващите сигнали в СУ, получени: с включена една бъдеща стойност на смущението към ОПР,  $Q(q^{-1}) = Q_f(q^{-1}) + Q_p(q^{-1})$  (в червено); без включени бъдещи стойности на смущението към ОПР,  $Q_f(q^{-1}) = 0$  (в синьо); класически ОПР,  $Q(q^{-1}) = 0$  (в синьо-зелено) при обработване на единично стъпално задание и приложено в 200-та секунда 100 % товарно смущение за  $\lambda = 0.1$ ,  $\lambda = 0.01$  и  $\lambda = 0$  съответно.



**Фигура 4.7.** Сигнали в СУ при  $\lambda = 0.1$



**Фигура 4.8.** Сигнали в СУ при  $\lambda = 0.01$



**Фигура 4.9.** Сигнали в СУ при  $\lambda = 0$

Освен визуално, качеството на процесите в СУ се оценява и с избран показател – средноквадратична грешка,  $MSE = \sum (r-y)^2 / \text{length}(r-y)$ . Стойностите на показателя са дадени в табл. 4.1.

**Таблица 4.1.** Показател на качеството,  $MSE$

$\lambda$	ОПР с бъдещи стойности на смущението, $MSE_f$	ОПР без бъдещи стойности на смущението, $MSE_p$	ОПР, $MSE_{gpc}$
0.1	0.2296	0.2320	0.3745
0.01	0.2186	0.2206	0.3603
0	0.2130	0.2149	0.3533

В този случай, при който закъснението между входа и изхода на процеса е по-голямо от закъснението между смущението и изхода на процеса,  $d > d_v$ , е трудно компенсирането на смущението. Структурата на компенсатор с пренасочване не е реализуема. Стандартният ОПР бавно и трудно се справя с отработването на смущението, при това при много агресивен управляващ сигнал. По-бързо и качествено отработване на смущението се получава, когато то се добави към CARIMA модела и се разшири законът за ОПУ, като по-доброто отработване на смущението е в полза на структурата, в която е включена и една бъдеща стойност на смущението. И с трите структури на ОПР с намаляване на тегловния параметър  $\lambda$  намалява и времето за отработване на смущението, като очакваният резултат на пълно компенсиране на смущението при  $\lambda = 0$  и включена бъдеща стойност на смущението не се постига.

#### 4.1.2. Управление на концентрацията на дестилата в дестилационна колона

За дестилационна колона за бинарни смеси процесът на разделяне на захранващия поток на метанол, с желана концентрация  $x_D$ , и остатъчен продукт се представя с линеаризиран модел, за който  $u$  е дебитът на рефлукса  $R$ , а  $v$  – промяната в концентрацията на захранващия поток  $x_F$ , със следните предавателни функции:

$$W_u(s) = \frac{x_D}{R} = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{0.126}{762s+1} e^{-138s}, \quad W_v(s) = \frac{x_D}{x_F} = \frac{Y(s)}{V(s)} = \frac{0.78}{700s+1} e^{-600s}.$$

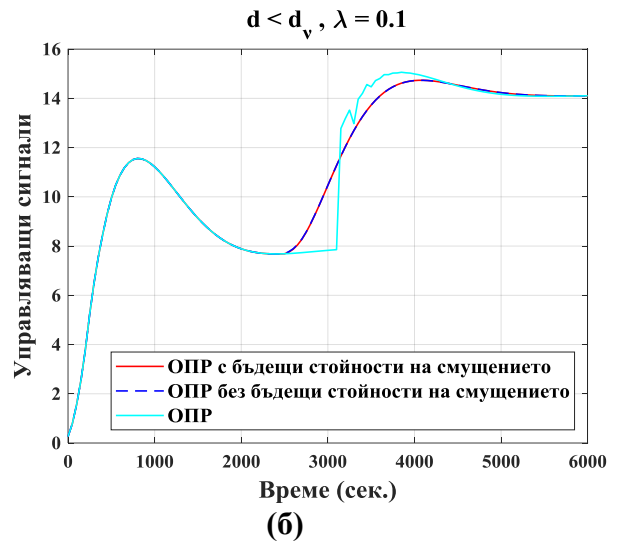
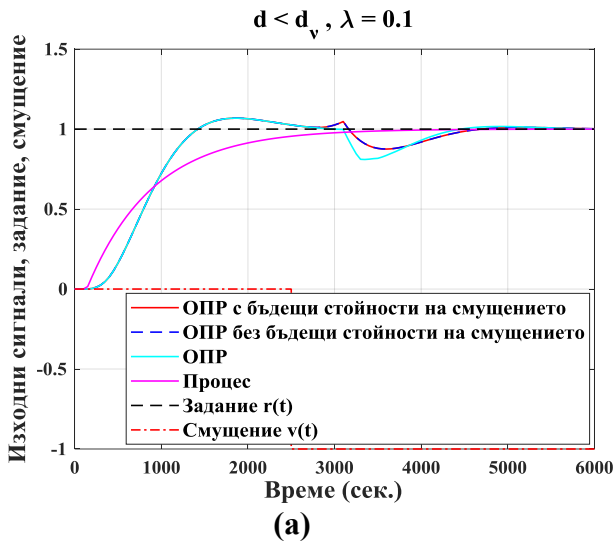
Те се дискретизират с  $T_s = 50$  сек. и се оценяват параметрите на ARX/ ARMAX модел(и) за получените дискретни модели. Избират се настройваемите параметри на регулатора:  $n_{e1} = 4$ ,  $n_{e2} = 9$ ,  $N_1 = 8$ ,  $N_2 = 13$ ,  $N_u = 10$  според (4.4).

На фиг. 4.18, 4.19 и 4.20 (а) са показани изходните, а на – (б) управляващите сигнали в СУ, получени: с включени бъдещи стойности на смущението към ОПР,  $Q(q^{-1}) = Q_f(q^{-1}) + Q_p(q^{-1})$  (в червено); без включени бъдещи стойности на смущението към ОПР,  $Q_f(q^{-1}) = 0$  (в синьо); класически ОПР,  $Q(q^{-1}) = 0$  (в синьо-зелено) при отработване на единично стъпално задание и приложено в 2500-тната секунда 100 % товарно смущение за  $\lambda = 0.1$ ,  $\lambda = 0.05$  и  $\lambda = 0.01$  съответно.

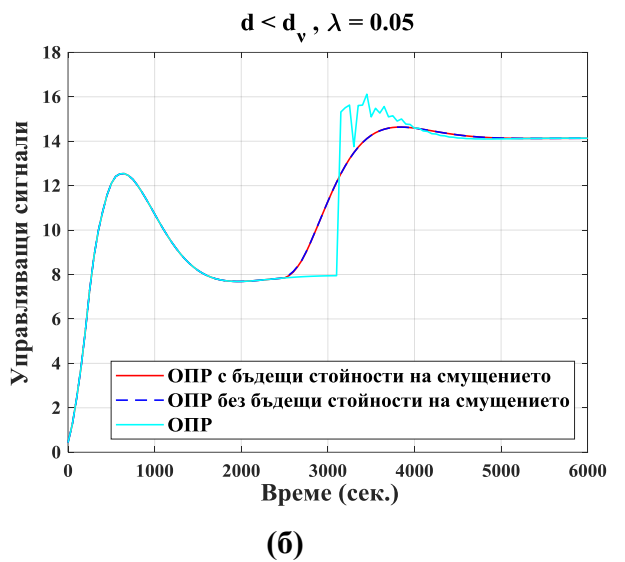
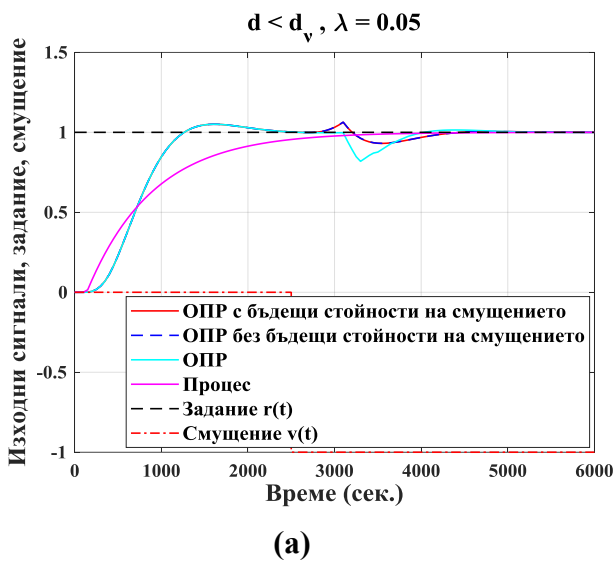
В табл. 4.3 са дадени стойностите на показателя на качеството.

**Таблица 4.3.** Показател на качеството,  $MSE$

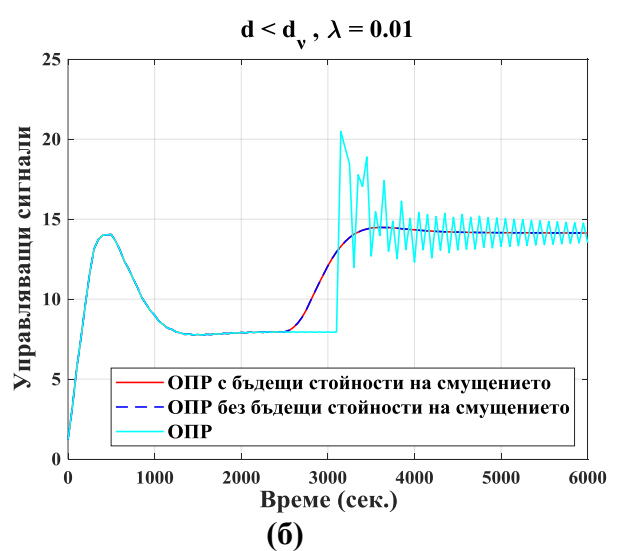
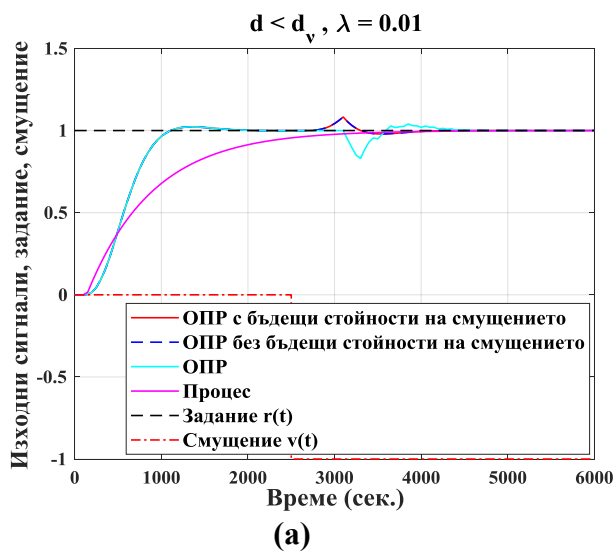
$\lambda$	ОПР с бъдещи стойности на смущението, $MSE_f$	ОПР без бъдещи стойности на смущението, $MSE_p$	ОПР, $MSE_{gpc}$
0.1	0.1124	0.1124	0.1140
0.05	0.0985	0.0985	0.0995
0.01	0.0803	0.0803	0.0809



**Фигура 4.18.** Сигнали в СУ при  $\lambda = 0.1$



**Фигура 4.19.** Сигнали в СУ при  $\lambda = 0.05$



**Фигура 4.20.** Сигнали в СУ при  $\lambda = 0.01$

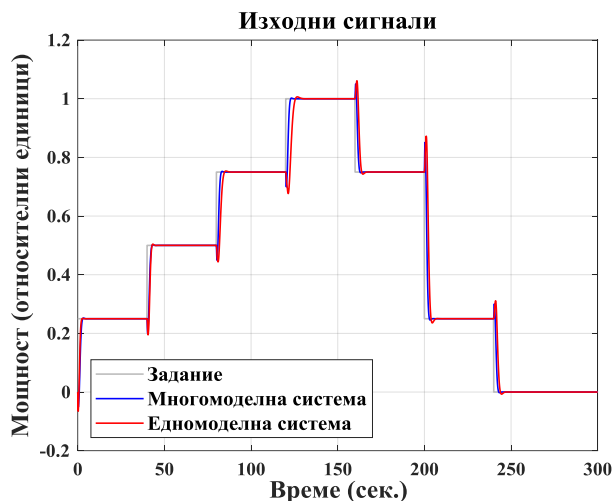
В този случай, при който закъснението между входа и изхода на процеса е по-малко от закъснението между смущението и изхода на процеса,  $d < d_v$  компенсирането на смущението е по-лесно. При него е реализуема структурата на компенсатор с пренасочване. Стандартният ОПР и в този случай се справя по-трудно с отработването на смущението, отколкото разширеният ОПР. С разширения закон за ОПУ се постига отработване на смущението с двете структури (с/ без бъдещи стойности на смущението) с пренебрежимо малка разлика в качеството, затова сигналите се припокриват. Когато параметърът  $\lambda \rightarrow 0$  се наблюдава неустойчиво управление със стандартния ОПР, а при  $\lambda = 0$  е неустойчиво поведението на сигналите и с трите структури на ОПР.

#### 4.2. Многомоделно адаптивно управление (ММАУ) на водна турбина

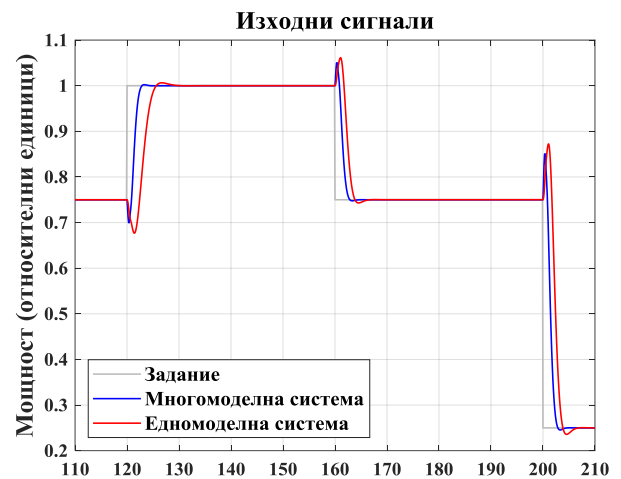
Управлението на нелинейни обекти и обекти с нестационарна динамика изисква използване на адаптивен подход при настройване на избрания тип регулатор.

##### Симулационни реализации

Създават се схеми, които включват набор от подобрени дискретни модели ( $T_s = 0.1$  сек.), представящи динамиката на нелинейния обект в седем работни режима и набор от последователно експериментирани ОПР, като всеки локален регулатор е настроен според съответстващия му модел.

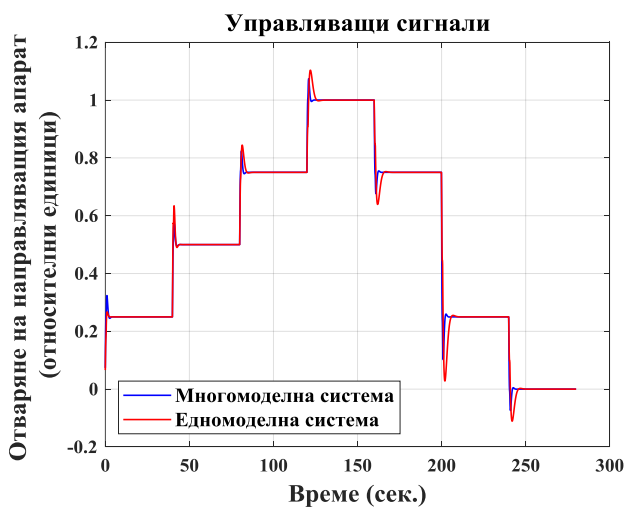


(а)

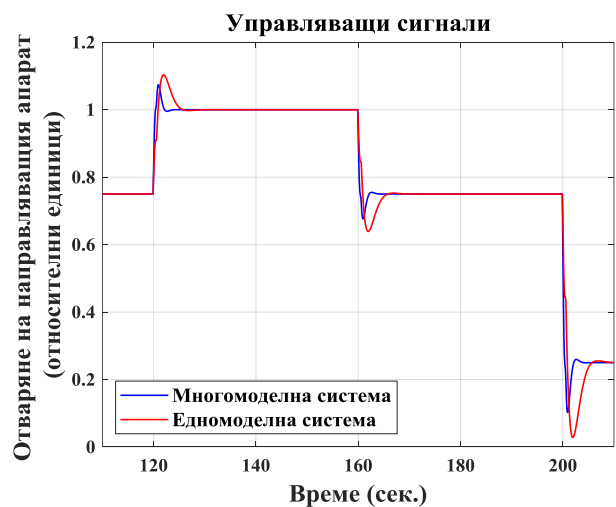


(б) сигнали за време  $t = 110 \div 210$  сек.

Фигура 4.27. Изходни сигнали в ММСУ и СУ



(а)



(б) сигнали за време  $t = 110 \div 210$  сек.

Фигура 4.28. Управляващи сигнали в ММСУ и СУ



Основен интерес в симулационните изследвания представлява съпоставянето на двете системи за управление – многомоделната адаптивна с претеглено управление и едномоделна неадаптивна. Последната представлява един локален регулатор за произволен режим, който управлява нелинейния обект. Поведението на сигналите в тях е представено на фиг. 4.27 и 4.28, откъдето може да се види предимството на многомоделния адаптивен подход в системата за управление.

### 4.3. Изводи

В тази глава е изследвана възможността на ОПР да се справи с отработването на товарни смущения при обекти със закъснения, като са разгледани два случая – първи, при който  $d > d_v$  и втори, при който  $d < d_v$ . Сравняват се сигналите в СУ, получени с различни структури на ОПР. В резултат на извършените изследвания могат да се направят следните изводи:

1. В структурата на ОПР с включени бъдещи стойности на смущението стойност на  $N_v = 1$  осигурява робастност на СУ и качествено отработване на смущението, когато  $d > d_v$ .

2. Стандартният ОПР се справя трудно и с цената на агресивен управляващ сигнал с отработването на смущението, когато  $d > d_v$ .

3. С разширяване на CARIMA модела и закона за ОПУ се осигурява ефективно управление. Постига се адекватно отработване на смущението дори когато структурата на компенсатор с пренасочване не е реализуема поради невъзможността за инверсия на закъснението.

4. Пълно компенсиране на смущението не се постига. То е възможно само, когато  $\lambda = 0$  и бъдещите стойности на смущението са включени в структурата на ОПР, но е съпроводено със силната чувствителност към неопределеността в модела на обекта и високочестотните шумове, следствие на широката честотна лента в контура на обратната връзка.

Представена е стратегия за управление на нелинеен обект – водна турбина. Създаден е набор от линейни модели, които описват динамиката на обекта в ограничен брой характерни работни режими. Проектирани са съответни за всеки модел ОПР. Реализирано е ММАУ на изследвания обект.

## ГЛАВА 5. ОПТИМАЛНИ НАСТРОЙВАЕМИ ПАРАМЕТРИ ПРИ ПРОЕКТИРАНЕ НА ОБОБЩЕН ПРЕДСКАЗВАЩ РЕГУЛАТОР

Настройката на параметрите при проектиране на ОПР се разглежда като задача за многокритериална оптимизация. Реализира се *метод на сканиране с постоянна стъпка* за избор на препоръчителни стойности на настройваемите параметри при проектиране на ОПР. От резултата от сканирането, множество от Парето-оптимални решения  $X^*$ , се избира компромисно решение. Задачата за многокритериална оптимизация се преобразува в еднокритериална задача с ограничения, като се прилагат методи за скаларизация на векторния критерий. Ефектът от решаваната многокритериална оптимизационна задача се демонстрира чрез изследване на качеството на симулирани СУ.

### 5.1. Определяне на настройваемите параметри чрез методи за намиране на множество Парето-оптимални решения

За намирането на Парето-оптимални решения се използват методи за еднокритериална оптимизация, като се модифицират така, че да станат приложими при многокритериална оптимизация. Изборът на препоръчителни стойности на настройваемите параметри е направен чрез изследване на целевите функции през определен постоянен интервал (стъпка на сканиране) в областите на допустимото изменение на настройваемите параметри. За да се намали броят на изчисленията,

стойностите на целевите функции се определят само в точки, които отговарят на условията за взаимна зависимост на настройваемите и структурните параметри на модела на обекта в съответствие с препоръчителните в литературата стойности:

$$N_1 \geq n_b + d + 1, N_2 \geq n_a + n_b + d + 1, N_2 - N_1 \geq N_u - 1, N_2 - N_u \geq N_1 - 1.$$

За целите на оптимизацията е използван следният, разработен в **съавторство**, реализиран в средата на MatLab и **модифициран алгоритъм 1 на метода сканиране с постоянна стъпка**:

**1.1.** Формулират се граници  $[x_{\min}, x_{\max}]$  на изменение на параметрите  $n_{e_1}, n_{e_2}, N_u$ ,  $\lambda$ :  $n_{e_{1\min}} \leq n_{e_1} \leq n_{e_{1\max}}, n_{e_{2\min}} \leq n_{e_2} \leq n_{e_{2\max}}, N_{u\min} \leq N_u \leq N_{u\max}, \lambda_{\min} \leq \lambda \leq \lambda_{\max}$ .

**1.2.** Уточнява се стъпката  $S$  на изменение на всеки от параметрите в  $[x_{\min}, x_{\max}]$ :  $n_{e_{1\min}} : S_{n_{e_1}} : n_{e_{1\max}}, n_{e_{2\min}} : S_{n_{e_2}} : n_{e_{2\max}}, N_{u\min} : S_{N_u} : N_{u\max}, \lambda_{\min} : S_{\lambda} : \lambda_{\max}$ .

**1.3.** Дефинират се условия за взаимната зависимост на настройваемите и структурните параметри на модела на обекта в съответствие с препоръчителните в литературата стойности.

**1.4.** Дефинират се показатели на качеството на желаната СУ, като за целта в процеса на сканиране след симулиране на СУ с проектирания ОПР се изчисляват следните скаларни величини:

**К1.** Отклонение на изходния сигнал от установената му стойност,  $Osh^y = \max(y) - 1$ ;

**К2.** Отклонение на управляващия сигнал от установената му стойност,  $Osh^u = \max(u) - 1$ .

**К3.** Минимална и максимална стойност на изходния сигнал за време  $t \geq t_s$  сек., съответно  $y_{t_s}^{\min} = \min(y(\text{find}(t \geq t_s)))$  и  $y_{t_s}^{\max} = \max(y(\text{find}(t \geq t_s)))$ ;

**К4.** Минимална стойност на изходния сигнал в интервала от време  $t = t_p \div t_q$  сек.,  $y_{t_p \div t_q}^{\min} = \min(y(\text{find}(t \geq t_p \ \& \ t \leq t_q)))$ ,

като:  $t_s, t_p$  и  $t_q$  са стойности от интервала  $[t_{\min}, t_{\max}]$ , на който принадлежи  $t$ ;  $\text{find}$  (намира индексите на ненулеви елементи) и  $\text{max}/\text{min}$  (изчислява максималния/минималния елемент) са функции от MatLab.

Въвеждат се ограничителни скаларни величини:

- Минимално и максимално допустимо отклонение на изходния сигнал от установената му стойност, съответно  $Osh_{\min}^y$  и  $Osh_{\max}^y$ ;
- Минимално и максимално допустимо отклонение на управляващия сигнал от установената му стойност, съответно  $Osh_{\min}^u$  и  $Osh_{\max}^u$ ;
- Минимално допустимо отклонение на минималната стойност на изходния сигнал за време  $t \geq t_s$  сек.,  $y_{t_s \min}^{\min}$ ;
- Минимално и максимално допустимо отклонение на максималната стойност на изходния сигнал за време  $t \geq t_s$  сек., съответно  $y_{t_s \min}^{\max}$  и  $y_{t_s \max}^{\max}$ ;
- Минимално допустимо отклонение на минималната стойност на изходния сигнал в интервала от време  $t = t_p \div t_q$  сек.,  $y_{t_p \div t_q \min}^{\min}$ .

**1.5.** Само за позволени комбинации на параметрите, при удовлетворяване на условията от 1.3, се реализира проектиране на ОПР и се изчисляват дефинираните показатели на качеството от 1.4, които формират т. нар. достижимо множество.

1.6. Дефинират се условия за качеството на симулираната СУ с проектирания ОНР:

$$\begin{aligned} Osh^y \geq Osh_{\min}^y \ & \& Osh^y \leq Osh_{\max}^y \ & \& Osh^u \geq Osh_{\min}^u \ & \& Osh^u \leq Osh_{\max}^u \ & \& \\ & \& y_{t_s}^{\min} > y_{t_s \min}^{\min} \ & \& y_{t_s}^{\max} > y_{t_s \min}^{\max} \ & \& y_{t_s}^{\max} < y_{t_s \max}^{\max} \ & \& y_{t_p \neq t_q}^{\min} \geq y_{t_p \neq t_q \min}^{\min} \end{aligned} \quad (5.1)$$

Удовлетворяването на условията представлява мярка за допустимост на комбинацията от настройваеми параметри, с което елементите на достижимото множество намаляват съществено.

1.7. Сканирането се реализира за параметъра  $\lambda$  с определената в 1.2 стъпка  $S_\lambda$  за дадени стойности на параметрите  $n_{e_1}$ ,  $n_{e_2}$ ,  $N_u$ . След като се изследва зададеният в 1.1 интервал  $\lambda_{\min} \leq \lambda \leq \lambda_{\max}$  и се запомни най-добрият резултат с координатите му, се изменя параметърът  $N_u$  със стъпката, определена в 1.2,  $S_{N_u}$ . Следва изменение и на останалите два параметъра  $n_{e_1}$ ,  $n_{e_2}$  със съответните, зададени в 1.2, стъпки. Сканиращата процедура по  $\lambda$  отново се повтаря. Сканирането спира след достигане на горната граница  $n_{e_{1\max}}$ .

1.8. Критериите К3 и К4 се използват само за формиране на условията от 1.6. Построява се множеството от достижими стойности на критериите К1 и К2, които трябва да се минимизират и на Парето-оптималните точки. За определяне на Парето-оптималните точки в критериалното пространство се използва така нареченият от автора му модифициран алгоритъм за бързо сортиране.

Разработен е **алгоритъм 2 на метода сканиране с постоянна стъпка**:

Алгоритъм 1 на *метода сканиране с постоянна стъпка* се преработва така, че в 1.6 да бъде включено още едно условие:

$$Osh^y < Osh_{extremum}^y \ & \& Osh^u < Osh_{extremum}^u, \quad (5.2)$$

където  $Osh_{extremum}^y$  и  $Osh_{extremum}^u$  са екстремуми на К1 и К2.

- За текущи екстремуми на К1 и К2 се приемат стойностите, получени при параметрите, които за първи път удовлетворяват дефинираните в 1.3 условия.
- Удовлетворяването на условие (5.2) ще подобри стойностите на К1 и К2, за които се търси минимум. Тези стойности на К1 и К2 се приемат за нови текущи екстремуми.
- Последните намерени текущи екстремуми са търсеното решение, което са получава при най-добрата комбинация от параметри.

### Симулационни изследвания

За да се реализира алгоритъм 1 на *метода сканиране с постоянна стъпка* за подходящ избор на настройваемите параметри в (1.1), се формира цялото допустимо множество  $X$  на тези параметри, върху които ще се осъществява сканиране.

За модела на процеса на разлагане на NOx (4.4) се формулират следните граници и стъпки на изменение на параметрите:

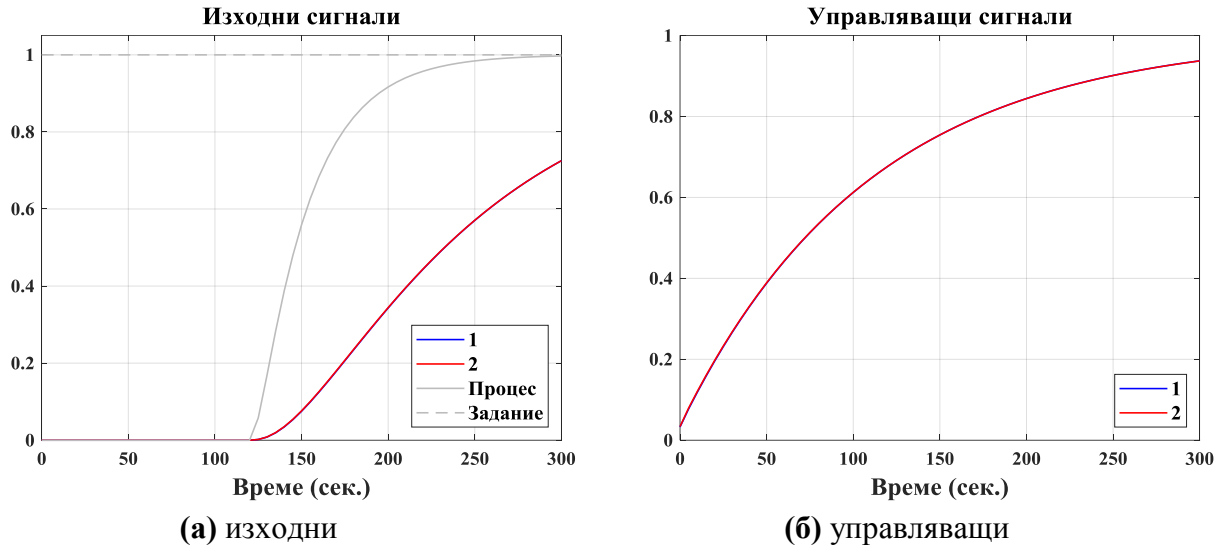
$$\begin{aligned} n_{e_1 \min} = 0 \quad n_{e_2 \min} = n_{e_1 \min} + (n_a - 1) = 2 \quad N_{u \min} = 1 \quad \lambda_{\min} = 0.001 \\ n_{e_1 \max} = 30 \quad n_{e_2 \max} = n_{e_1 \max} + (n_a - 1) = 32 \quad N_{u \max} = n_{e_2 \max} + 1 \quad \lambda_{\max} = 1.01 \\ S_{n_{e_1}} = 2 \quad S_{n_{e_2}} = S_{n_{e_1}} \quad S_{N_u} = S_{n_{e_1}} \quad S_\lambda = 0.025 \end{aligned} \quad (5.3)$$

като  $n_a = 2$ .

Общият брой възможни комбинации на настройваемите параметри при така зададените граници и стъпки на изменение на параметрите е  $N = 178432$ . Дефинират се условията за взаимната зависимост на настройваемите и структурните параметри на модела на обекта:

$$n_{e_2} - n_{e_1} \geq n_a - 1 \ & \& N_u \leq n_{e_2} + 1,$$

на които отговарят  $N = 66912$  комбинации на настройваемите параметри и за които се изчисляват дефинираните показатели на качеството на желаната СУ:  $K_1$ ;  $K_2$ ;  $K_3$  за време  $t \geq 200$  сек., съответно  $y_{200}^{\min} = \min(y(\text{find}(t \geq 200)))$  и  $y_{200}^{\max} = \max(y(\text{find}(t \geq 200)))$ ;  $K_4$  в интервала от време  $t = 170 \div 180$  сек.,  $y_{170 \div 180}^{\min} = \min(y(\text{find}(t \geq 170 \& t \leq 180)))$ . От 66912 достижими точки са селектирани 2 Парето-оптимални. Поведението на сигналите в СУ е показано на фиг. 5.2. Двете точки са с приблизително еднакви координати, затова и сигналите за двата случая се припокриват.

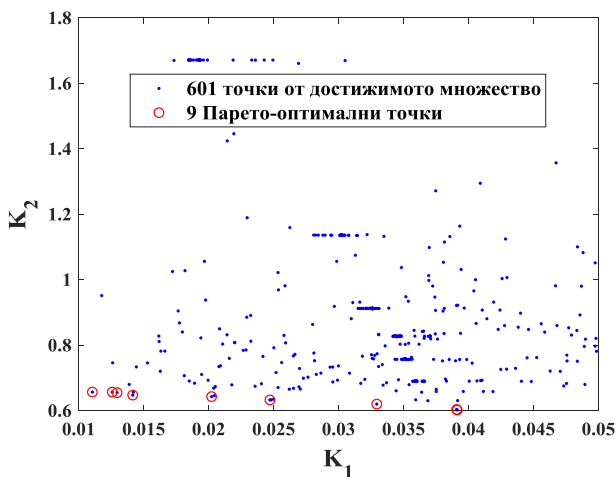


**Фигура 5.2.** Сигнали в СУ

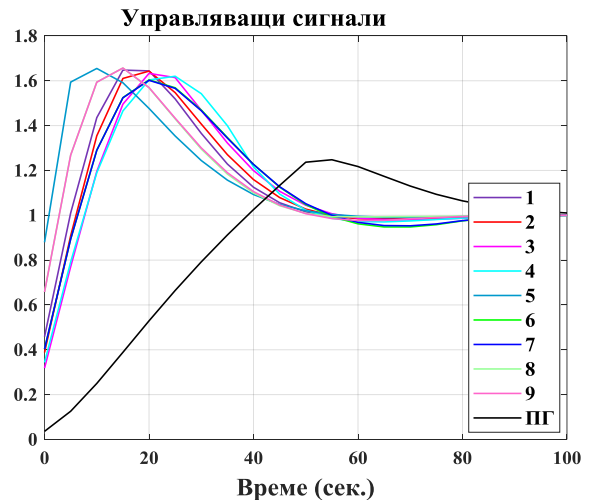
Дефинират се условията за качеството на симулираната СУ:

$$Osh^y \geq 0 \& Osh^y \leq 0.05 \& Osh^u \geq 0 \& Osh^u \leq 2 \& \\ \& y_{200}^{\min} > 0.99 \& y_{200}^{\max} > 0.99 \& y_{200}^{\max} < 1.01 \& y_{170 \div 180}^{\min} \geq 1.$$

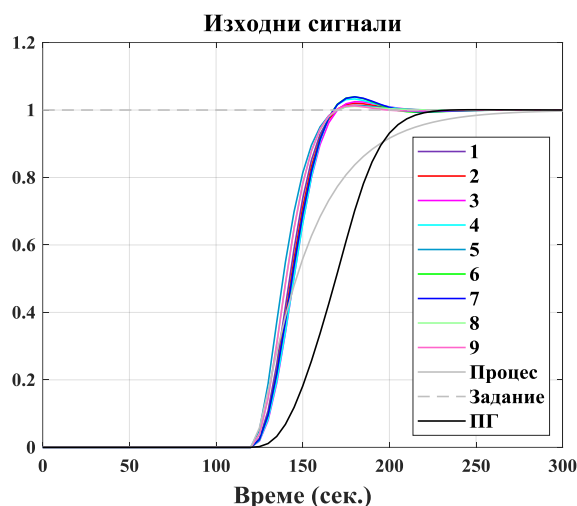
При така зададените условия за качество от 601 достижими точки са селектирани 9 Парето-оптимални. Множествата от достижими и Парето-оптимално точки са представени на фиг. 5.3. Поведението на сигналите в СУ, получено при тези настройваеми параметри, е показано на фиг. 5.4 и 5.5. На фиг. 5.4 и 5.5 (а) са представени и сигналите, получени при параметри  $n_{e_1} = 0$ ,  $n_{e_2} = 10$ ,  $N_u = 2$  и  $\lambda = 0.8$ , определени по метода „проба-грешка“ (ПГ). Те ще бъдат съпоставени със сигналите в СУ, получени и чрез други методи за оптимизация. Изборът на параметрите при метода „проба-грешка“ (ПГ) е в рамките на препоръчителните в литературата стойности.



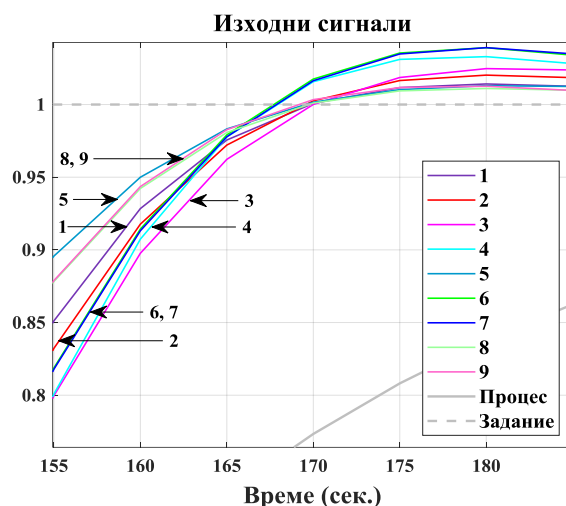
**Фигура 5.3.** Достижимо и Парето-оптимално множество



**Фигура 5.4.** Управляващи сигнали в СУ



(а) исходни сигнали

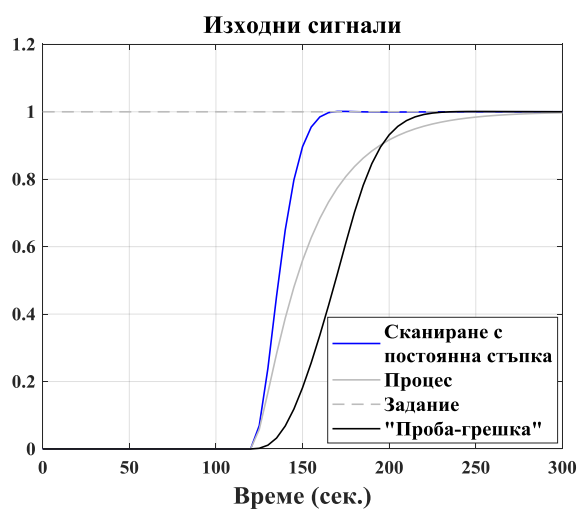


(б) исходни сигнали за време  $t = 155 \div 180$  сек.

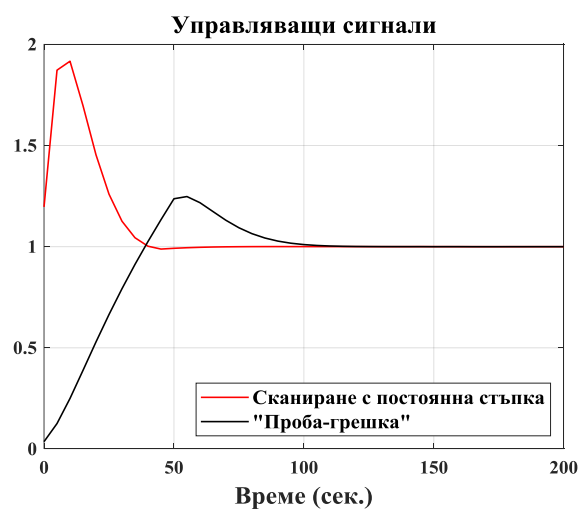
**Фигура 5.5.** Исходни сигнали в СУ

Въпреки големия брой достижими точки,  $N = 66912$ , селектираните Парето-оптимални точки са само две. Отчетени са особеностите на оптимизационната задача и са дефинирани условия за качеството на симулираната СУ, при което точките от достижимото множество намаляват на  $N = 601$ , а селектираните Парето-оптимални решения се увеличават до девет.

Алгоритъм 2 на *метода сканиране с постоянна стъпка* се реализира подобно на алгоритъм 1. Границите и стъпките на изменение на параметрите са същите, като в (5.3), с изключение на горната граница  $\lambda_{\max}$  и стъпката на изменение  $S_\lambda$  на параметъра  $\lambda$ , като  $\lambda_{\max} = 0.1$ , а  $S_\lambda = 0.001$ . Така общият брой възможни комбинации на настройваемите параметри е  $N = 435200$ . Текущите екстремуми на K1 и K2 са при долните граници на настройваемите параметри. Най-добрата комбинация от параметри, при която се получават последните стойности на K1 и K2, които удовлетворяват условията от 1.6, (5.1) и (5.2), е:  $n_{e_1} = 6$ ,  $n_{e_2} = 16$ ,  $N_u = 11$ ,  $\lambda = 0.012$ . Поведението на сигналите в СУ, получено при тези настройваеми параметри, е показано на фиг. 5.6.



(а) исходни



(б) управляващи

**Фигура 5.6.** Сигнали в СУ

## 5.2. Определяне на настройваемите параметри чрез методи за скаларизация на векторния критерий

Задачата за оптимизация на настройваемите параметри се преобразува в еднокритериална задача с ограничения. Прилагат се методи за скаларизация на векторния критерий. Ефектът от решаваната оптимизационна задача се демонстрира чрез изследване на качеството на симулирани СУ. За всеки от използваните подходи за скаларизация на векторния критерий са проектирани съответните ОПР и са изследвани процесите в СУ.

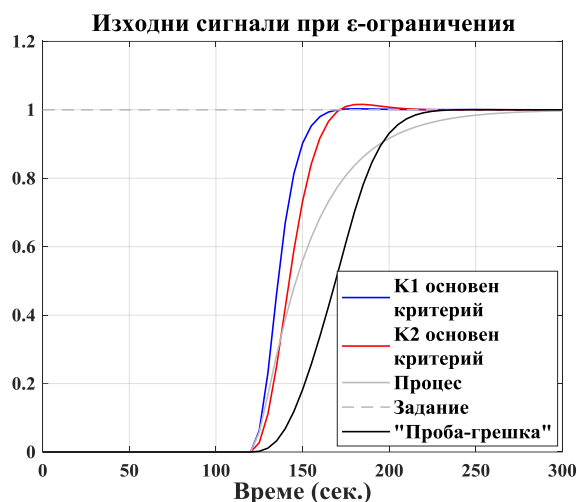
**Подход 1. Метод на  $\varepsilon$ -ограниченията**, при който единият критерий се избира за основен и се минимизира, а другият се приема за ограничение. Тази стратегия се реализира в MatLab с функцията *fmincon*, която намира минимум на функция на няколко аргумента с ограничения. Намереният минимум е локален, а оптималните стойности на управляващите параметри са реални числа. Оптимизацията се осъществява при:

- линейни областни ограничения от тип неравенства,  $A*x \leq b$ , формирани според условията за устойчивост на затворената система с ОПР;
- параметрични ограничения – съвпадат с дадените в (5.3);
- нелинейни критериални ограничения от тип неравенства.

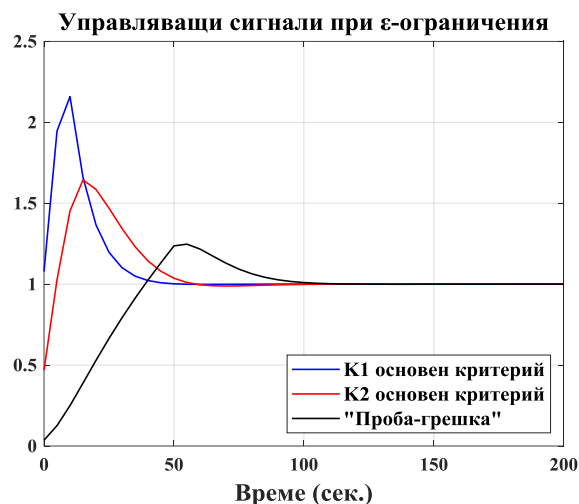
Съществено влияние върху намирането на оптималните стойности на настройваемите параметри оказват изборът на начална точка и определянето на основния критерий. За основен критерий е избран К1, а Парето-оптималните точки, получени в алгоритъм 1, ще бъдат използвани като начални. За целта се създава следният **алгоритъм 3 на метода на  $\varepsilon$ -ограниченията**:

1. Задава се дължината на множеството от Парето-оптимални решения  $X^*$  –  $L = \text{length}(X^*)$  и едно достатъчно голямо положително число –  $N = 10^{10}$ .
2.  $Osh^e = N$  се приема за текущ екстремум.
3. За началната точка  $param_0$ , точка от множеството  $X^*$ , се определя текущата стойност на К1,  $Osh^c = Osh^y(param_0)$ .
4. Проверява се дали текущата стойност на К1,  $Osh^c$ , определена в т. 3, е по-добра от най-добрата до момента, т. е. проверява се условието:  $Osh^c < Osh^e$ .
5. Ако условието от т. 4 е изпълнено, с функцията *fmincon* се определя екстремумът на К1,  $Osh^m$ .
6. За текуща стойност на К1 се приема определената в т. 5,  $Osh^c = Osh^m$ .
7. Отново се проверява условието:  $Osh^c < Osh^e$ .
8. Ако условието от т. 7 е изпълнено: за най-добра намерена до момента стойност на К1 се приема определената в т. 5,  $Osh^m$ ,  $Osh^e = Osh^m$ ; параметрите  $param_m$ , при които е определен екстремумът на К1,  $Osh^m$ , се приемат за най-добри намерени до момента,  $param_e = param_m$ .
9. Ако условието от т. 4 не е изпълнено и точките от множеството  $X^*$  не са се изчерпали, се преминава към т. 3.

Последната комбинация от параметри, за която е получена най-добра стойност за критерия К1, е търсеното решение. Поведението на сигналите в СУ, получено чрез този подход, е показано на фиг. 5.7. На същата фигура е показано и поведението на сигналите в СУ при оптимизация с основен критерий К2. Алгоритъм 3 се прилага и когато той е основен критерий, като критерият К2 замества К1 в алгоритъма, а  $Osh^u - Osh^y$ .



(а) изходни



(б) управляващи

Фигура 5.7. Сигнали в СУ при метода на  $\varepsilon$ -ограниченията

**Подход 2.** Метод на глобалния критерий, при който се минимизира разстоянието между желана точка  $f^\circ$  в критериалното пространство и точките от достижимото множество. За реализацията му в MatLab с функцията *fmincon* се създава следният алгоритъм 4 на метода на глобалния критерий:

1. Задава се:

– стойност на  $p$  в интервала  $1 \leq p \leq \infty$ . Обикновено  $p=1, 2$  или  $\infty$ . В настоящата оптимизационна задача след изследване на влиянието на този параметър и установяване, че то не е съществено се избира  $p=1$ ;

– вектор със стойности на първия тегловен коефициент  $w_1$  в интервала  $[0, 1]$ . Стойностите на втория тегловен коефициент  $w_2$  се определят от разликата  $1 - w_1$ , тъй като  $\sum_{r=1}^k w_r = 1$ , където  $k=2$  е размерност на критериалното пространство. Стъпката на

изменение на  $w_1$  е избрана 0.1. По този начин се изследва влиянието на тегловните коефициенти;

– желаната точка  $f^\circ$ , която съответства на безкомпромисните минимума на двата критерия,  $f^\circ = [f_1^\circ, f_2^\circ]^T$ ;

– началната точка  $param_0$ . Върху намирането на оптималните стойности на настройваемите параметри съществено влияние оказва изборът на начална точка. За начална точка е избрана една от Парето-оптималните точки, получени в алгоритъм 1;

– нулева матрица  $param_m$  с размерност  $l_{w_1} \times l_{p_0}$ , необходима за запазване на оптималните стойности на настройваемите параметри, където  $l_{w_1}$  е дължината на вектора  $w_1$ , а  $l_{p_0}$  – дължината на вектора  $p_0$ .

2. За множеството от стойности на първия тегловен коефициент се:

– запазват параметрите  $param_m$ , при които с функцията *fmincon* е определен екстремумът  $Osh^m$  на функцията

$$Osh^m(param_m) = \left( w_1 |Osh^y(param_m) - f_1^\circ|^p + (1 - w_1) |Osh^u(param_m) - f_2^\circ|^p \right)^{1/p};$$

– определят стойностите на двата критерия  $Osh^y(p_m)$ .

Поведението на сигналите в СУ е сходно с поведението, представено на фиг. 5.6 и фиг. 5.7

### 5.3. Изводи

Формулирана е многокритериална и многопараметрична оптимизационна задача с интервални, областни и ограничения върху стойностите на целевите функции за определяне на стойностите на настройваемите параметри при проектиране на ОПР. Като критерии за оптимизация са използвани показатели на качеството на желаната СУ. Дефинирани са четири критерия, но са редуцирани до два („Отклонение на изходния сигнал от установената му стойност“ и „Отклонение на управляващия сигнал от установената му стойност“) принципно конфликтни, на които се търси минимум. Останалите два критерия, свързани с бързодействие, са добавени към функционалните ограничения. За критериите за оптимизация не са налични математични модели, стойностите им се получават след симулиране на СУ с проектирания ОПР. Целевите функции са и многоекстремални, което утежнява и усложнява оптимизационната задача. Решение се търси с най-простия метод за еднокритериална оптимизация – *сканиране с постоянна стъпка*, като се модифицира така, че да бъде приложен за решаваната многокритериална задача. Реализирани са два алгоритъма на този метод. При първия алгоритъм решението не е едно, а Парето-оптимално множество. Генерираното множество е достатъчно пълно и точно след отчитане на особеностите на оптимизационната задача и дефиниране на условия за качеството на симулираната СУ. Определя се едно единствено решение след модифициране на първия алгоритъм на *метода сканиране с постоянна стъпка*.

Задачата за оптимизация е преобразувана в еднокритериална задача с ограничения и с функцията *fmincon* са реализирани два от методите за скаларизация на векторния критерий – *метода на  $\varepsilon$ -ограниченията* и *метод на глобалния критерий*. Изследвано е влиянието на основния критерий и началната точка върху оптимизационната задача при *метода на  $\varepsilon$ -ограниченията* и влиянието на тегловните коефициенти при *метода на глобалния критерий*. Оказва се, че силно влияние върху намирането на оптималните стойности на настройваемите параметри оказва изборът на начална точка и не е от съществено значение кой от методите за скаларизация на векторния критерий ще бъде използван.

Изборът на параметрите при *метода „проба-грешка“* (ПГ) е в съответствие с препоръчаните от литературата стойности, следователно оптимизацията съществено подобрява поведението на регулатора.

## ГЛАВА 6. СОФТУЕРНА РЕАЛИЗАЦИЯ

В глава 2 е представено извеждането на предсказания изход на СУ на базата на Диофантови уравнения и пряко, от модела на обекта. В глава 3 са дадени изведените алгоритми за решаване на Диофантовите уравнения, като са използвани рекурсивен и нерекурсивен подход за намиране на решението им. Методите за извеждане на предсказания изход са реализирани програмно, като функции, в средата на MatLab/Simulink и са описани с псевдокод в глава 6.

Бързодействието е един от основните показатели на качеството на даден алгоритъм, поради което намаляването на изчислителната сложност (увеличаването на бързодействието) е от съществено значение. Друг вид сложност, освен сложността по време, е сложността по памет. С цел намаляване на сложността в ОПР в глава 3 са изведени алгоритмите за нерекурсивно решаване на Диофантови уравнения, чрез които се постига независимост при определянето на предсказаните стойности на изхода на СУ от предсказаните стойности в предходни моменти от време, както е при алгоритмите за рекурсивно решаване на Диофантови уравнения и алгоритмите при прекия метод. По този начин се спестява изчислението на предсказани стойности на изхода извън хоризонта на предсказване. Алгоритмите за извеждане на предсказания изход на базата на Диофантови



уравнения са приложими за всеки CARIMA модел. Алгоритмите за извеждане на предсказания изход пряко от модела на обекта са приложими за ARX модели и не са приложими за ARMAX модели, необходими са допълнителни модификации за да бъдат приложими и за тях. Посредством решени примери и симулационни експерименти е доказана работоспособността и ефективността на изведените алгоритми и програмните им реализации, изградени на модулен принцип с цел по-лесното им използване. Ефикасността, която е свързана с ресурсите време и памет, които алгоритмите използват, не е обект на изследване в този труд. Изследването на бързодействието на даден алгоритъм е трудна, а понякога и практически невъзможна задача. Тя зависи от редица фактори, като: програмна реализация (на какъв програмен език е написана програмата, колко грамотно е написана); вид операционна система; вид компютърна архитектура и др. В това изследване не се претендира за ефикасност, тъй като програмните реализации могат да бъдат написани по-грамотно.

## **ИЗВОДИ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В дисертационния труд са представени резултатите, получени от извършената изследователска дейност за проектиране и програмна реализация на ОПР за управление на линейни и нелинейни обекти със закъснение на базата на линеаризирани модели с компенсация на смущенията в СУ. След направен кратък литературен преглед на МПУ в глава 1 е избран подход за компенсиране (отхвърляне) на измеримите смущения с пренасочване. Този вид управление дава възможност за изработване на управляващия сигнал преди смущаващият да повлияе на изхода на процеса. Разширявайки закона за ОПУ, смущенията се компенсират по неявен начин. Разширеният закон за ОПУ се интерпретира като класическо управление с обратна връзка и пренасочване.

Една от задачите при проектиране на ОПР е извеждане на предсказания изход на СУ. В глава 2 той е изведен на базата на Диофантови уравнения и пряко за произволен ред на разширен с вектора на измеримото смущение CARIMA модел. Това води до извеждане на трето Диофантово уравнение в методиката за проектиране на регулатора, базирана на Диофантови уравнения, което е предпоставка и за внасяне на по-голяма изчислителна тежест. Включването на закъснения в предавателните функции на модела и модела на измеримото смущение, които могат да имат различни големини, усложнява допълнително задачата за проектиране.

Търсят се решения на Диофантовите уравнения в глава 3. В нея са представени изведени на базата на модели до трети ред алгоритми за решаването им, приложими за произволен ред на CARIMA модел и при наличие на закъснение. Решенията са реализирани рекурсивно и нерекурсивно в два варианта, като идеята за втория вариант на нерекурсивния подход е авторска. Изследвана е работоспособността на предложените алгоритми и разработеният програмен код, свързан с тях и представен в глава 6 под формата на псевдокод. Решени са множество примери, но са представени резултатите само за два от тях. Извършен е сравнителен анализ на методите за извеждане на предсказания изход чрез Диофантови уравнения и с рекурсивни замествания пряко от модела и е показано поведението на сигналите в СУ. Резултатите показват предимствата на нерекурсивния подход за решаване на Диофантовите уравнения при извеждане на предсказания изход. При него стойностите на изхода се предсказват само в рамките на хоризонта на предсказване, докато при другите два метода – и извън хоризонта на предсказване.

В глава 4 е изследвана възможността на ОПР да се справи с отработването на товарни смущения при включени закъснения в предавателните функции на модела и модела на измеримото смущение с различни големини. Сравняват се сигналите в СУ, получени с различни структури на ОПР: с компенсатор с/ без включени бъдещи стойности на смущението към ОПР и класически ОПР. Проведените изследвания показват адекватното отработване на смущението със структурите с компенсатор, дори в случая на

невъзможност за инверсия на закъснението. Пълно компенсиране на смущението е възможно, когато бъдещите стойности на смущението са включени в структурата на ОПР, но не се постига, тъй като е съпроводено със силната чувствителност към неопределеността в модела на обекта.

Настройката на параметрите при проектиране на ОПР се разглежда като задача за многокритериална и многопараметрична оптимизация с интервални, областни и ограничения върху стойностите на целевите функции в глава 5. Дефинирани са четири критерия за оптимизация, редуцирани до два принципно конфликтни, на които се търси минимум. Останалите, свързани с бързодействие, са добавени към ограниченията. Решение се търси с *метода на сканиране с постоянна стъпка*, модифициран така, че да бъде приложен за решаваната многокритериална задача. Реализирани са два алгоритъма на този метод. При първия алгоритъм решението е Парето-оптимално множество, което е достатъчно пълно и точно след отчитане на особеностите на оптимизационната задача и дефиниране на условия за качеството на симулираната СУ. Определя се едно единствено решение след модифициране на първия алгоритъм на метода. Задачата за оптимизация е преобразувана в еднокритериална задача с ограничения и са реализирани два от методите за скаларизация на векторния критерий. Оказва се, че силно влияние върху намирането на оптималните стойности на настройваемите параметри оказва изборът на начална точка и не е от съществено значение кой от методите за скаларизация на векторния критерий ще бъде използван.

Глава 6 е отделена за програмната реализация на предложените алгоритми. В нея те са представени под формата на псевдокод, изградени на модулен принцип с цел полесното им използване. Посредством решени примери и симулационни експерименти е доказана работоспособността и ефективността на изведените алгоритми и програмните им реализации. Алгоритмите за извеждане на предсказания изход на базата на Диофантови уравнения са приложими за всеки CARIMA модел. Алгоритмите за извеждане на предсказания изход пряко от модела на обекта са приложими за ARX модели и не са приложими за ARMAX модели, необходими са допълнителни модификации за да бъдат приложими и за тях.

## **НАУЧНИ, НАУЧНО-ПРИЛОЖНИ И ПРИЛОЖНИ ПРИНОСИ**

В резултат на проведените изследвания в дисертационния труд са формулирани следните приноси:

### **Научни**

Проектиран е предсказващ регулатор с компенсация на смущения за реализиране на обобщено предсказващо управление за обекти със закъснение чрез използване на трето Диофантово уравнение.

### **Научно-приложни**

1. Предложен и разработен е алгоритъм за рекурсивно решаване на трето Диофантово уравнение.

2. Доразвит е алгоритъм, приложим за частен случай, предложен от утвърдени автори в областта на МПУ, за нерекурсивно решаване на първо Диофантово уравнение. Следвайки идеята на авторите е разработен изцяло алгоритъм за решаване на второ Диофантово уравнение. Предложен и разработен е алгоритъм за решаване на трето Диофантово уравнение.

3. Предложен и разработен е втори вариант на алгоритмите за нерекурсивно решаване на трите Диофантови уравнения.

4. Разработен е алгоритъм за извеждане на предсказания изход на СУ пряко от разширен с вектора на измеримото смущение модел за произволен ред.

5. Предложени и разработени са алгоритми за оптимално определяне на настройваемите параметри при проектиране на ОПР.

### Приложни

1. Реализирани са програмно алгоритмите за извеждане на предсказания изход на СУ чрез рекурсивно решаване на Диофантови уравнения.
2. Реализирани са програмно алгоритмите за извеждане на предсказания изход на СУ чрез нерекурсивно решаване на Диофантови уравнения.
3. Реализирани са програмно алгоритмите за извеждане на предсказания изход на СУ пряко от разширен с вектора на измеримото смущение модел за произволен ред.
4. Реализиран е програмно предсказващия регулатор с компенсация на смущения за реализиране на обобщено предсказващо управление за обекти със закъснение.
5. Реализирани са програмно алгоритмите за оптимално определяне на настройваемите параметри при проектиране на ОНР.

### СПИСЪК НА ПУБЛИКАЦИИТЕ ПО ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

1. **Ruykova, V.**, T. Puleva and E. Garipov. Hydro Turbine Accelerated Power Control Based on Model Predictive Controller. 10th International Scientific Conference CPS 2012 „Control of Power Systems 2012“, Tatranské Matliare, High Tatras, Slovak Republic, 15-17 May 2012.
2. **Руйкова, В.** и Е. Гарипов. Динамично матрично управление на неминимално-фазови обекти. Международна конференция АВТОМАТИКА '2012, ФА, Созопол, България, 1-4 юни 2012.
3. **Руйкова, В.** и Е. Гарипов. Многомоделно адаптивно управление. Част 1: Проектиране на локално управление на неминимално-фазови обекти. Международна конференция „Автоматика и информатика 2012“, София, 3-7 октомври 2012.
4. **Руйкова, В.** и Е. Гарипов. Многомоделно адаптивно управление. Част 2: Реализиране на системи за управление на неминимално-фазови обекти. Международна конференция „Автоматика и информатика 2012“, София, 3-7 октомври 2012.
5. Гарипов, Е., **В. Руйкова** и Т. Пелтеков. Обобщено предсказващо управление при различна степен на неопределеност в модела на обекта. Годишник на ТУ-София, т. 64, кн. 1, стр. 287-296, 2014.
6. Гарипов, Е., Т. Пелтеков и **В. Руйкова**. Избор на подходящи стойности на настройваеми коефициенти при проектиране на обобщен предсказващ регулатор. Международна конференция „Автоматика и информатика 2014“, София, 3-7 октомври 2014.
7. **Руйкова, В.** и Е. Гарипов. Оптимални настройваеми коефициенти при проектиране на обобщен предсказващ регулатор чрез многокритериални процедури. Международна конференция „Автоматика и информатика 2014“, София, 3-7 октомври 2014.
8. **Руйкова, В.** Обобщено предсказващо управление с компенсация на смущения за процеси със закъснение. Automatica & Informatics, Year LV, No. 2/2022, стр. 6-11.
9. **Руйкова, В.** Оптимално определяне на настройваемите параметри при проектиране на обобщен предсказващ регулатор. 32-ри Международен симпозиум „Управление на енергийни, индустриални и екологични системи“, София, 12-13 ноември 2024 г.
10. **Руйкова, В.** Обобщено предсказващо управление на емисиите на азотни оксиди (NOx) в електроцентрала с комбиниран цикъл. 32-ри Международен симпозиум „Управление на енергийни, индустриални и екологични системи“, София, 12-13 ноември 2024 г.

University: TECHNICAL UNIVERSITY OF SOFIA

Faculty: "Automatics"

Department: "Systems and Control"

Author: Velichka Mitkova Ruykova

Title: "MODEL PREDICTIVE CONTROL OF NONLINEAR PLANTS"

## SUMMARY

This dissertation presents the results of research conducted on the design and software implementation of a Generalized Predictive Controller (GPC) for controlling linear and nonlinear systems with time delays and incorporates measurable disturbance compensation within the control system. A feedforward compensation strategy is employed, enabling the control signal to be generated before the disturbance affects the system's output. By extending the GPC law, measurable disturbances can be implicitly compensated, effectively integrating the classical feedback and feedforward control schemes.

For each order of the CARIMA model, extended with a measurable disturbance vector, the predicted output of the control system is derived using Diophantine equations and direct computation from the CARIMA model. As a result, a third Diophantine equation emerges in the controller design process based on Diophantine equations, leading to increased computational complexity. The presence of time delays in the transfer functions of both the process model and the measurable disturbance model – potentially differing in magnitude – further complicates the design process.

Algorithms for solving the Diophantine equations are presented, developed based on models up to the third order. These algorithms are applicable to CARIMA models of any order, including those with delays. Solutions are implemented using both recursive and nonrecursive approaches, with two versions of the nonrecursive approach, with the latter being an original contribution. The effectiveness of the proposed algorithms and their corresponding software implementations is analyzed. A comparative study of methods for predicting the system's output – using Diophantine equations and recursive substitutions from the model – demonstrates the system's signal behavior. The results highlight the advantages of the non-recursive approach for solving Diophantine equations in output prediction. This approach predicts output values only within the prediction horizon, whereas the other two methods extend predictions beyond it.

The dissertation also investigates the GPC's ability to handle load disturbances when time delays are included in both the process model's transfer function and the measurable disturbance model, with varying magnitudes. Control system signals are compared for different GPC structures: one with a compensator incorporating future disturbance values, another without future disturbance values, and a classical GPC. The study confirms that structures with disturbance compensators effectively mitigate disturbances, even when delay inversion is not feasible. Full disturbance compensation is possible when future disturbance values are included in the GPC structure. However, this approach is impractical due to its high sensitivity to model uncertainties.

A strategy for controlling a nonlinear plant – a hydraulic turbine is presented. Linear models for different load conditions through identification procedures are obtained. A GPC is designed for each model. A Multiple-Model Adaptive Control (MMAC) of the investigated plant has been implemented.

To tune the GPC parameters a multi-objective and multi-parametric optimization problem with interval constraints, linear inequality constraints, and objective function value constraints is formulated. The optimization objectives are the system's desired performance indicators. The problem is solved using modified constant-step scanning methods. To simplify the optimization process, the multi-objective problem is transformed into a single-objective constraint problem using vector criterion scalarization techniques.