



ТЕХНИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – СОФИЯ

Факултет Автоматика

Катедра Системи и управление

Маг. инж. Мирослава Бончева Барахарска

**МЕТОДИ ЗА ПОДОБРЯВАНЕ НА ДИНАМИКАТА НА
ИЗМЕРВАНИЯТА В СИСТЕМИ ЗА УПРАВЛЕНИЕ**

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

на дисертация за придобиване на образователна и научна степен
"ДОКТОР"

Област: 5. Технически науки

Професионално направление: 5.2 Електротехника, електроника и автоматика

Научна специалност: Приложение на принципите и методите на
кибернетиката в различни области на науката
(наименование на научната специалност)

**Научен ръководител: доц. д-р Цоньо Славов
Проф. д-р Иван Марковски**

СОФИЯ, 2024 г.

Дисертационният труд е обсъден и насочен за защита от Катедрения съвет на катедра „Системи и управление“ към Факултет Автоматика на ТУ-София на редовно заседание, проведено на 27.09.2024 г.

Публичната защита на дисертационния труд ще се състои на 13.01.2025 г. от 15,00 часа в Конферентната зала на БИЦ на Технически университет – София на открито заседание на научното жури, определено със заповед № ОЖ-.... / дд.мм.гггг г. на Ректора на ТУ-София в състав:

1. доц. д-р Аспарух Марковски – председател
2. Проф. д-р Ташо Ташев – научен секретар
3. Акад. проф. д.т.н. Петко Петков
4. Проф. д-р. Вера Ангелова
5. Проф. д-р Коста Бошнаков

Рецензенти:

1. Акад. проф. д.т.н. Петко Петков
2. доц. д-р Аспарух Марковски

Материалите по защитата са на разположение на интересуващите се в канцеларията на Факултет Автоматика на ТУ-София, блок №2, кабинет № 2340.

Дисертантът е редовен докторант към катедра „Системи и управление“ на факултет Автоматика. Изследванията по дисертационната разработка са направени от автора, като някои от тях са подкрепени от научноизследователски проекти.

Автор: маг. инж. Мирослава Барахарска

Заглавие: Методи за подобряване на динамиката на измерванията в системи за управление

Тираж: 30 броя

Отпечатано в ИПК на Технически университет – София

I. ОБЩА ХАРАКТЕРИСТИКА НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД ¹

Актуалност на проблема

Нарастващата важност на измерванията в индустрията и бита през последните десетилетия води до засилен научен интерес към разработването на методи за подобряване на динамиката на измервания, вследствие на което през последните години в литературата са предложени множество такива методи. Именно и това е областта на изследванията в дисертационната работа, което я прави актуална.

Цел на дисертационния труд, основни задачи и методи за изследване

Основната цел на дисертационния труд е да бъдат разработени нови и/или да бъдат усъвършенствани съществуващите методи и алгоритми за подобряване на динамиката на измерванията в системи за управление, особено за случаите на значително съотношение на мощността на шума към тази на полезния сигнал и при модел на измерването зависим от измерваната величина. За реализиране на поставената цел са формулирани следните задачи на дисертационната работа:

- Модифициране на метод за подобряване на измерванията, неизползващ модел на измерването, базиран на рекурсивния метод на най-малките квадрати (РМНК) с цел подобряване на динамичните измервания на променяща се във времето величина;
- Разработване на метод базиран на калманова филтрация, използващ модел на измерването, който зависи от измерваната величина;
- Разработване на метод, неизползващ модел на измерването, базиран на ортогонален модел на Лагер, особено подходящ при апериодични измервателни процеси и особено икономичен от гледна точка на изчислителни ресурси при реализация в реално време;
- Разработване на метод, неизползващ модел на измерването, базиран на ортогонален модел на Кауц, особено подходящ при колебателни измервателни процеси;
- Разработване на методи за подобряване на измерванията, базирани на линейни многомоделни филтри за случая на зависим от измерваната величина модел на измерването. Метод с многомоделен филтър на Калман и метод с многомоделен Ню филтър.
- Разработване на специализиран софтуер за реализация и симулационна проверка на разработените методи

Научна новост

Научната новост в дисертацията се изразява в разработените методи и алгоритми за подобряване на измерванията. По-конкретно разработен е модифициран безмоделен метод за подобряване на динамиката на измерванията при променяща се във времето измервана величина. Разработени са два нови безмоделни метода за подобряване на динамиката на измерванията, които се базират на ортогонални модели. Благодарение на това, в реално време се оценява модел на измерването от значително по-нисък ред, в сравнение с този при конвенционалните безмоделни методи. Предложените методи са приложими и при значително съотношение на мощността на шума към мощността на измерваната величина, което ги прави подходящи за използване при сензори с нисък клас на точност. Разработен е метод, който използва модел на измерването и се базира на разширен (нелинеен филтър на Калман). Показано е че този метод е подходящ за прилагане при измерване на

¹ Информацията по тази част е с препоръчителен обем 2-3 страници

величини, чиито измервателен модел зависи от самата измервана (неизвестна) величина. Предложени са и два нови метода базирани на многомоделен линеен филтър на Калман и многомоделен H_∞ филтър. Те са подходящи отново при измерване на процеси, при които моделът на измерването зависи от измерваната величина, но вместо усложняване на постановката чрез използване на нелинеен филтър се извършва синтез на множество линейни филтри за различни фиксирани стойности на измерваната величина. Оценката се определя в реално време на базата на претеглена сума от частните оценки на отделните филтри. Работоспособността на всички разработени алгоритми е симулационно проверена.

Практическа приложимост

Разработените алгоритми в дискретацията лесно могат да се реализират в стандартни индустриални контролери и специализирани микроконтролери. В този смисъл те имат практическа приложимост в индустриалните системи за мониторинг и управление на процеси и във вградените системи за управление.

Апробация

Резултатите от дисертацията са представени на 5 международни конференции, като една от тях е проведена в Унгария и три са IEEE конференции.

Публикации

Основни постижения и резултати от дисертационния труд са публикувани в 5 научни труда, като 3 от тях са индексирани в световните бази данни Scopus и/или Web of Science, а останалите два труда са публикувани в реферирано издание с научно рецензиране.

Структура и обем на дисертационния труд

Дисертационният труд е в обем от **148** страници, като включва увод, 6 глави за решаване на формулираните основни задачи, списък на основните приноси, списък на публикациите по дисертацията и използвана литература. Цитирани са общо **93** литературни източника, като **98** са на латиница и **5** на кирилица. Работата включва общо **237** фигури и **15** таблици. Номерата на фигурите и таблиците в автореферата съответстват на тези в дисертационния труд.

II. СЪДЪРЖАНИЕ НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

ГЛАВА 1. ОБЗОР ПО ПРОБЛЕМА

Проблемът за подобряване на динамиката на измерванията в системите за управление се атакува по различен начин в литературата. Някои автори изучават чисто теоретично динамиката на грешките при измерването и предлагат как да се извърши динамична компенсация на тези грешки във времето. Други автори разглеждат чисто практическия аспект на проблема и предлагат решения за конкретни приложения, като например увеличаване на броя на сензорите в една поточна линия с цел взимане на по-бързо решение за точно измерване за целите на управлението. На практика от системна гледна точка задачата за подобряване на динамиката на измерванията се свежда до задача за оценяване на входния сигнал на една динамична система (конкретният сензор или измервателен прибор). Така се утвърждават две групи методи за подобряване на динамиката на измерванията. Те се различават основно по вида на използваната предварителна информация за процеса на измерване. В зависимост от нейното количество се разделят на методи използващи модел на измервателния процес и методи неизползващи модел на процеса на измерване (безмоделни методи). При методите, които използват модел на процеса на измерване обикновено се синтезира някакъв вид компенсатор, който се базира на деконволюция или филтрация. При безмоделните методи за подобряване

динамиката на измерването, измервателният модел се оценява заедно с неизвестната измервана променлива като липсващата информация се попълва в реално време. Тези методи обикновено се базират на идентификация, адаптивна филтрация и др. Благодарение на тяхната универсалност, от гледна точка на практическото им приложение и това, че не използват предварително известен модел на сензора, се създава предпоставка за широката им употреба за подобряване работата на редица сензори, в т.ч. и в системи за управление на различни процеси. Поради това те са избрани като по-перспективни и целта на дисертационната работа е да се модифицират съществуващи и/или да се разработят нови безмоделни методи за подобряване на динамиката на измерванията, или да се разработят методи базирани на модела на измерването, които да отчитат зависимостта на измервателния модел от измерваната величина. Разработените методи трябва да преодолеят един от проблемите, които имат съществуващите такива, а именно липсата на подобряване на динамиката на измерването при по-нисък клас на точност на сензорите (по-голямо съотношение на мощността на шума към мощността на полезния сигнал) и необходимостта от използване на модели от значително по-висок ред.

ГЛАВА 2. МОДИФИЦИРАН МЕТОД ЗА ПОДОБРЕНИ ИЗМЕРВАНИЯ НА ПРОМЕНЯЩА СЕ ВЪВ ВРЕМЕТО ВЕЛИЧИНА В СИСТЕМА ЗА УПРАВЛЕНИЕ НЕИЗПОЛЗВАЩ МОДЕЛ НА ПРОЦЕСА, БАЗИРАН НА РЕКУРСИВНА ИДЕНТИФИКАЦИЯ

2.1 Теоретична постановка

Ако коефициентът на усилване на сензора се обозначи с G , то изходният сигнал на сензора може да се представи като

$$y = G\bar{u} + y_{transient} + v, \quad (2.1.1)$$

където \bar{u} е неизвестната стойност на измерваната величина, $y_{transient}$ е преходният процес на сензора, характеризиращ динамиката му, който може да се разглежда като изход на автономна система и v е бял шум, моделиращ случайната грешка от измерването. Първоначално се предполага, че измерваната величина е константа по време на измервателния процес, следователно входният сигнал може да се представи като стъпаловидна функция от вида:

$$u(t) = \bar{u}s(t) \quad (2.1.2)$$

Където $s(t) = 1$ е единичното стъпаловидно входно въздействие. За да се реши задачата за оценяване на неизвестния входен сигнал със средствата на идентификацията, трябва от модела (2.2.1) да се получи универсален регресионен модел. Автономната система се моделира с регресионния модел

$$y_{transient}(k) = -a_1\Delta y(k) - a_2\Delta y(k-1) - \dots - a_n\Delta y(k-n) + e(k), \quad (2.1.3)$$

където $a_i, i = 1, 2, \dots, n$ са параметрите на модела, а

$$\Delta y(k) = y(k) - y(k-1) \quad (2.1.4)$$

и $e(k)$ е случаен процес на остатъчната грешка в модела от вида бял гаусов шум (БГШ) с нулева средна стойност, който отразява несъответствието между избрания модел и изследвания обект, както и влиянието на неизмерими фактори върху наблюденията. Трябва да се отбележи, че в модела (2.2.3) вместо преходните стойности на неизмеримия сигнал $y_{transient}(k)$ се използва изчислимия сигнал $\Delta y(k)$. Така моделът (2.2.3) може да се разглежда като модифициран вариант на пълзяща средна стойност. По този начин задачата за оценяване на параметрите може да се реши с линеен оценител и от модела на автономната система се елиминира постоянната съставка $G\bar{u}$. След отчитане на (2.2.3) за модела на измерването се получава

$$y(k) = G\bar{u} - a_1\Delta y(k) - a_2\Delta y(k-1) - \dots - a_n\Delta y(k-n) + e(k), \quad (2.1.5)$$

След въвеждане на променливите

$$\varphi(k) = [G \quad -\Delta y(k) \quad -\Delta y(k-1) \quad \dots \quad -\Delta y(k-n)]^T, \quad \theta = [\bar{u} \quad a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_n]^T, \quad (2.1.6)$$

уравнение (2.2.5) се записва във вид на универсален линеен регресионен модел

$$y(k) = \varphi^T(k)\theta + e(k) \quad (2.1.7)$$

За оценяване в реално време на параметрите на модела (2.2.7) се използва рекурсивният метод на най-малките квадрати (РМНМК), който се представя с уравненията

$$\begin{aligned} G(k) &= \frac{P(k-1)\varphi(k)}{\varphi^T(k)P(k-1)\varphi(k)+1} \\ \hat{\theta}(k) &= \hat{\theta}(k-1) + G(k)[y(k) - \varphi^T(k)\hat{\theta}(k-1)], \quad \hat{\theta}(0) = \theta_0, \\ P(k) &= P(k-1) - G(k)\varphi^T(k)P(k-1), \quad P(0) = \alpha I, \quad \alpha > 0 \end{aligned} \quad (2.1.8)$$

където $P(k)$ е ковариационна матрица на оценките и $G(k)$ е векторен коефициент на усилване. Алгоритъмът (2.2.12) е подходящ за оценяване на параметрите на стационарна система. Предлага се за оценяването на променящата се във времето измервана величина да се използва модификация на РМНМК, която осигурява постоянна следа на ковариационната матрица $P(k)$. Следата на матрицата $P(k)$ се поддържа постоянна за сметка на променлив във времето коефициент на забравяне λ . Уравнението за обновяване на ковариационната матрица в алгоритъма на РМНМК при постоянен коефициент на забравяне се дава с израза

$$P(k) = \frac{1}{\lambda} [P(k-1) - G(k)\varphi^T(k)P(k-1)], \quad P(0) = P_0 \quad (2.1.9)$$

След взимане на следата на матрицата $P(k)$ и умножаване на (2.1.9) с λ се получава

$$\begin{aligned} \lambda \operatorname{tr}[P(k)] &= \operatorname{tr}[P(k-1) - G(k)\varphi^T(k)P(k-1)] \\ \lambda \operatorname{tr}[P(k)] &= \operatorname{tr}[P(k-1)] - \operatorname{tr}[G(k)\varphi^T(k)P(k-1)] \end{aligned} \quad (2.1.10)$$

Като се отчете, че трябва $\operatorname{tr}[P(k)] = \operatorname{tr}[P(k-1)]$ от (2.1.10) се определя

$$\lambda = 1 - \frac{\operatorname{tr}[G(k)\varphi^T(k)P(k-1)]}{\operatorname{tr}[P(k-1)]}. \quad (2.1.11)$$

След заместване на $G(k)$ от (2.1.8) в (2.1.11) се получава

$$\lambda = 1 - \frac{1}{\operatorname{tr}[P(k-1)]} \frac{\operatorname{tr}[P(k-1)\varphi(k)\varphi^T(k)P(k-1)]}{\varphi^T(k)P(k-1)\varphi(k)+1} \quad (2.1.12)$$

Произведението в числителя на второто събираемо на (2.1.12) е скалар, при което коефициентът на забравяне, осигуряващ постоянна следа на ковариационната матрица, се определя от:

$$\lambda = 1 - \frac{1}{\operatorname{tr}[P(k-1)]} \frac{\varphi^T(k)P(k-1)P(k-1)\varphi(k)}{\varphi^T(k)P(k-1)\varphi(k)+1}, \quad (2.1.13)$$

Така окончателно за оценяване на неизвестната измервателна величина се предлага да се използва алгоритъмът (2.1.8) за регресионния модел (2.1.7), като за обновяване на ковариационната матрица вместо съответното уравнение от (2.1.8) се използва уравнение (2.1.9), а коефициентът на забравяне λ се определя от (2.1.13). Алгоритъмът се стартира при нулеви начални условия за оценките на параметрите на модела и начална стойност $P(0) = P_0$. Тъй като следата на ковариационната матрица е постоянна, по-голямата стойност на P_0 ще осигури по-добра чувствителност на алгоритъма към промени в измерваната величина, но и по-голяма дисперсия на оценките и обратно по-малката стойност на P_0 ще осигури по-гладки оценки и по-бавно следене на измененията.

Извършено е изследване на влиянието върху модифицирания РМНМК на различни параметри, като ред на модела и дисперсия на шума в измерванията. На фиг.2.2.1 е показана схема на процеса на измерване и оценяване на измеримата величина чрез модифицирания РМНМК.



Фиг. 2.2.1 Схема на процеса на измерване и оценяване чрез модифицирания РМНМК.

2.2. Верификация на модифицирания РМНМК неизползващ модел на процеса при измерване на температура.

За проверка на работоспособността на разработения модифициран метод се разглежда процесът на подобряване на динамиката при измерване на температура.

„Термометър, който е бил на стайна температура дълго време, отчита температура 21°C . Една секунда след като е изнесен навън, термометърът отчита 15°C . След две секунди отчита 11°C . Каква е температурата навън?“

За да бъде решена задачата трябва да се приложи закона на Нютон за охлаждането

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_a), \quad (2.2.1)$$

където T е температурата, която термометърът отчита в конкретния момент от времето, T_a е температурата на околната среда, която е търсената величина и k е константа, която определя скоростта на охлаждане на термометъра. Знакът „минус“ пред k се определя от това, че $T - T_a > 0$, което означава, че производната $\frac{dT}{dt}$ трябва да бъде с отрицателен знак. Ако се обозначи $y(t) = T(t) - T_a$ и се вземе производната на $y(t)$, като се има предвид (2.2.1), се получава:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(T(t) - T_a) = \frac{dT}{dt} - \frac{dT_a}{dt} = \frac{dT}{dt} = -k(T - T_a) = -ky \quad (2.2.2)$$

Тъй като T_a е константа, производната $\frac{dT_a}{dt} = 0$. Решението на уравнение (2.2.2) е

$$y(t) = y_0 e^{-kt}, \quad (2.2.3)$$

където температурната разлика в началния момент $t = 0$ е означена с $y_0 = T(0) - T_a$. Като се има предвид, че $y(t) = T(t) - T_a$, израз (2.2.3) може да се преобразува във вида:

$$T(t) - T_a = [T(0) - T_a] e^{-kt} \quad (2.2.4)$$

След заместване на известните стойности в (2.2.4) и допълнителна преработка, е получен следният модел на процеса:

$$T(t) = 3 + 18e^{-0.4055t}, \quad (2.2.5)$$

където търсената температура на околната среда е $T_a = 3$; $T(0) - T_a = 18$ и $k = 0.4055$.

На базата на получения израз е построен модел в *Simulink*. Резултатът от симулацията показва, че процесът на измерване на температурата се установява в истинската стойност за температурата на околната среда за 10 секунди. Много често при

използване на измерената температура като обратна връзка в система за управление, може да се окаже, че това време за установяване е много голямо. Обаче, ако сензорът (термометър) се моделира като динамична система с вход u - измерваната променлива и изход y - показанията на сензора. Така полученият израз (2.2.1) може да се представи във вида:

$$\frac{dy}{dt} = a(u - y), \frac{dy}{dt} = \frac{dT}{dt}, a = k, u = T_a, \quad (2.2.6)$$

За целите на сравнението предложеният модифициран метод е сравнен с метод за подобряване на динамиката на измерванията с филтър на Калман (ФК). За целта се синтезира ФК, за което е необходим модел на процеса. Ако се означае $x = y$, от израз (2.2.6) може да се получи описание на динамиката на сензора в пространство на състоянията:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + v \end{aligned} \quad (2.2.7)$$

където $A = -a$, $B = a$, $C = 1$ и v е бял гаусов шум с нулева средна стойност, с който се моделира случайната грешка на сензора. Трябва да се синтезира ФК, който да оценява не само състоянието в модела (2.2.7), но и неизвестния входен сигнал (измерваната температура). За целта моделът (2.2.7) се разширява с допълнително състояние $x_u = u$.

Приема се, че динамиката на допълнителното състояние може да се моделира чрез модел от тип „случайна разходка“. Така за разширения модел на измерване се получава

$$\begin{aligned} \dot{x}_u &= n \\ \dot{x} &= Ax + Bx_u, \\ y &= Cx + v \end{aligned} \quad (2.2.8)$$

където n е бял гаусов шум с интензивност V_n . След въвеждане на вектора на състоянието $\bar{x} = [x_u \quad x]^T$ от (2.2.8) се получава

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}} &= \bar{A}\bar{x} + \bar{B}n \\ y &= \bar{C}\bar{x} + v \end{aligned}, \quad \bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ a & -a \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = [0 \quad 1]. \quad (2.2.9)$$

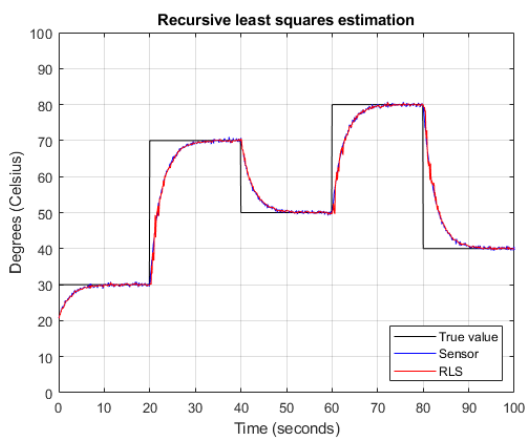
По модела (2.2.9) се синтезира ФК при $V_n = 10$, $V_v = 0.1$. Основен недостатък на филтъра на Калман е, че се нуждае от модел на процеса, т.е. изисква се повече априорна информация. В експеримента е изследвано влиянието на измервателния шум и на настройваемите параметри на метода (стойност на следата на ковариационната матрица на оценките, ред на оценявания модел и др.) върху точността и динамиката на измерването. За да бъде моделирана динамиката на процеса, както и да бъде отчетено допълнителното състояние за неизвестната входна величина в модела от (2.2.9), е необходимо оценявания модел да бъде най-малко от 2-ри ред. За избор на реда на оценявания модел може да се използва функцията на загубите

$$J_m = \left(1 + \frac{n \ln N}{N}\right) J, \quad J = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^N k |T - T_{est}| \quad (2.2.10)$$

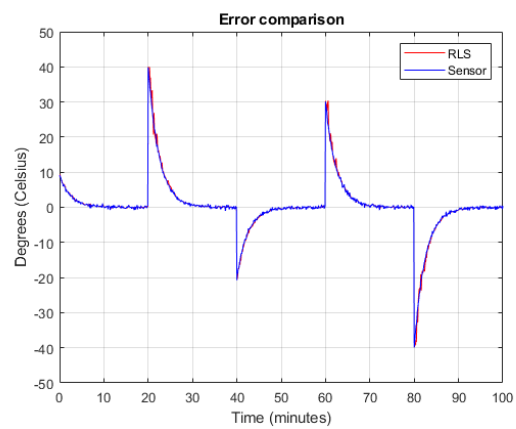
където n е реда на модела, N е големината на времевия интервал на измерване на неизвестната входна величина, а T_{est} е оценката за температурата от съответната оценяваща процедура. Предложената модификация на стандартния безмоделен метод е за подобряване на динамиката на измерванията при изменяща се величина при невисок клас на точност на сензора, поради което е проведен експеримент с променяща се температура съгласно

$$T = \begin{cases} 30^{\circ}\text{C}, & 0 < t \leq 20\text{s} \\ 70^{\circ}\text{C}, & 20 < t \leq 40\text{s} \\ 50^{\circ}\text{C}, & 40 < t \leq 60\text{s} \\ 80^{\circ}\text{C}, & 60 < t \leq 80\text{s} \\ 40^{\circ}\text{C}, & 80 < t \leq 100\text{s} \end{cases} \quad (2.2.11)$$

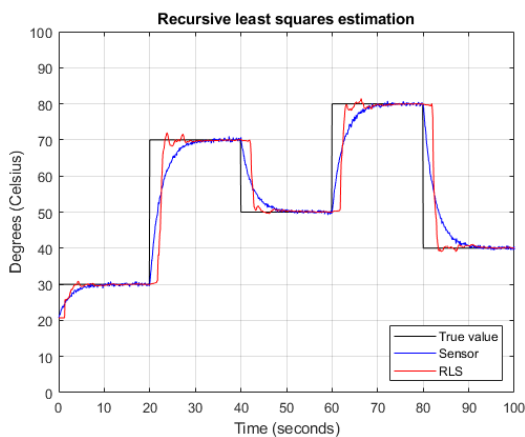
На фиг. 2.3.62, 2.3.63, 2.3.66, 2.3.67 са показани резултати при оценяван модел съответно от 2-ри и 14-ти ред и при начална стойност на ковариационната матрица $P_0 = 10$ и дисперсия на шума $D_x = 0.1$. Функцията на загубите е изчислена за модели от 2-ри до 16-ти ред за $D_x = 0.01$ и е представена на фиг. 2.3.68. При наличие на измервателен шум с по-голяма дисперсия резултатите от оценяването се подобряват при 14-ти ред. В табл. 2.3.1 е представено сравнение на времето за установяване на сензора и на оценяващата процедура с МРМНМК при различни редове на модела на оценяване и дисперсии на шума $D_x = 0.01$ и $D_x = 0.1$.



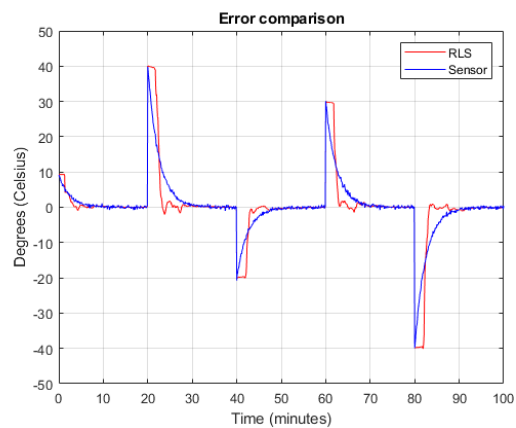
Фиг.2.3.62 Оценяване на температура с МРМНМК при модел от 2-ри ред, $D_x = 0.1$



Фиг.2.3.63 Получени резултати за грешката с МРМНМК при модел от 2-ри ред.



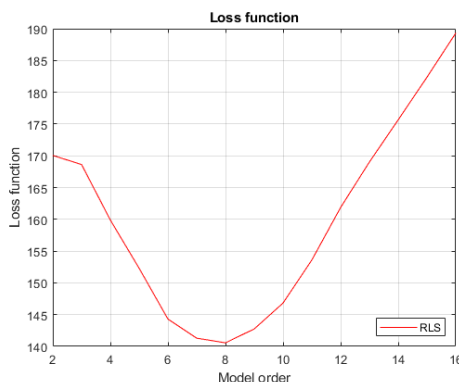
Фиг.2.3.66 Оценяване на температура с МРМНМК при модел от 14-ти ред, $D_x = 0.1$



Фиг.2.3.67 Получени резултати за грешката с МРМНМК при модел от 14-ти ред.

От табл. 2.3.1 се вижда, че резултатите се подобряват с покачване на реда на оценяване, като най-добрите резултати при високо съотношение шум към полезен сигнал са при 14-ти ред. Това е висок ред за целите на подобряването на динамиката на измерване, защото въвежда голямо закъснение в оценяващата процедура. За целите на сравнението, на фиг. 2.3.69 и фиг. 2.3.70 са представени резултати с модели от 14-ти ред на оценяване с МРМНМК и стандартен филтър на Калман. Вижда се че предложеният МРМНМК се справя достатъчно добре. Времето за оценяване е съизмеримо с това при метода с филтър

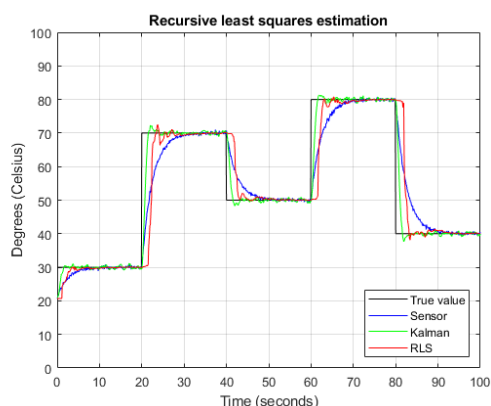
на Калман, но предложеният метод изисква значително по-малко информация и е нечувствителен към грешките от моделирането на процеса на измерване.



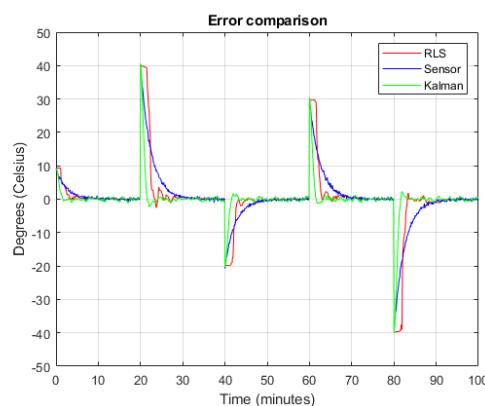
Фиг. 2.3.68 Функция на загубите при оценяване с МРМНМК.

Таблица 2.3.1 Време за оценяване на точната стойност на измерваната температура.

$T^{\circ}C$		30	70	50	80	40
t_{sensor}, s		6	9	9	9	9
$D_x = 0.01$	2-ри ред t, s	6	9	9	9	9
	4-ти ред t, s	6	7	7	4	4
	7-ми ред t, s	3	3	4	4	3
$D_x = 0.1$	2-ри ред t, s	6	9	9	9	9
	8-ми ред t, s	6	4	4	4	3
	14-ти ред t, s	3	3	3	3	3



Фиг.2.3.69 Резултати за оценена температура с МРМНМК и стандартен филтър на Калман.



Фиг.2.3.70 Грешка при оценена температура с МРМНМК и стандартен филтър на Калман.

2.3. Верификация на модифицирания РМНМК неизползващ модел на процеса при измерване на маса.

В качеството си на друг пример е разгледан един от най-често срещаните в практиката измервателни процеси - измерване на маса. Измерването на маса е от съществено значение в множество индустриални процеси. Това е една от величините, за които се изискват бързи и точни измервания. Например в хранително-вкусовата промишленост в машините за дозиране е от огромно значение бързото получаване на точната маса, за да не се стигне до предозиране и отклонение от зададената рецепта. Динамиката на измервателния процес на масата се описва с уравнението

$$(M + m) \frac{d^2 y}{dt^2} = -cy - d \frac{dy}{dt} - Mg, \quad (2.3.1)$$

където $g = 9.81m/s^2$ е гравитационната константа, c е коефициент на еластичност, d е коефициент на демпфериране, m е масата на платформата, върху която се поставя обекта на измерване и M е неизвестната маса на тялото. Особеното е че самият модел на измерването зависи от масата на измерваното вещество или тяло, т.е. зависи от неизвестната величина. Затова преобразуването на (2.3.1) в (2.1.1) е съществено, тъй като по този начин процесът за измерване на маса може да се разглежда като автономна система след като постоянната съставка $G\bar{u}$ се елиминира. Автономната система от своя страна може да се моделира като модел пълзяща средна стойност, което осигурява предимство за използването на стандартни методи за оценяване и в частност на предложени модифициран РМНМК. За целите на сравнението е проектиран и ФК за подобряване на динамиката на измерването на масата на дадено тяло. От модела (2.3.1) се получава описанието в пространство на състоянието

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + v \end{aligned}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{c}{M+m} & -\frac{d}{M+m} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{g}{M+m} \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0], \quad D = 0, \quad (2.3.2)$$

където x е векторът на състоянието, y е изходът на сензора и u е неизвестната маса на тялото. Вижда се, че динамиката на самия модел на измерването зависи от измерваната величина, което затруднява синтеза на стандартен ФК. Възниква идеята за класа модели, които зависят от измерваната величина, да бъдат атакувани с модификация на нелинейния филтър на Калман. Такъв метод е предложен в глава 3. Тук при синтеза на стандартния ФК за формиране на матриците A и B от (2.3.2) ще бъде използвана маса $M = 150kg$, което е в средата на диапазона на измерване за конкретния пример. Процесът v е бял гаусов шум с нулева средна стойност и интензивност V_v . За оценяване на неизвестния входен сигнал, моделът (2.3.2) се разширява с допълнително състояние $x_u = u$ и векторът на състоянието се определя от $\bar{x} = [x_1 \quad x_2 \quad x_u]^T$. Така за разширения модел на измерване се получава

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}} &= \bar{A}\bar{x} + \bar{B}n \\ y &= \bar{C}\bar{x} + v \end{aligned}, \quad \bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{c}{M+m} & -\frac{d}{M+m} & -\frac{g}{M+m} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{C} = [1 \quad 0 \quad 0] \quad (2.3.3)$$

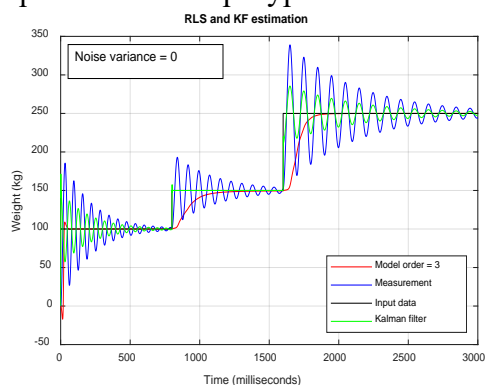
където n е бял гаусов шум с интензивност V_n . След въвеждане на вектора на състоянието. по модела (2.3.3) се синтезира ФК при интензивност на шумовете $V_n = 10$, $V_v = 0,1$. Проведени са редица симулационни експерименти за оценяване на променяща се във времето маса с предложени модифициран метод за подобрени измервания. За всички експерименти началното условие на ковариационната матрица на оценките се избира от $P(0) = nI$, където n е редът на оценявания модел. Изследвано е влиянието на шума в измерванията върху качеството на получените оценки. Проведени са експерименти при дисперсии на шума v съответно $D_v = 0$, $D_v = 0.01$ и $D_v = 0.5$. На фиг. 2.4.3-2.4.5 са показани измерената от сензора маса, оценената с предложени метод маса при модел от 3-ти ред и оценената със стандартния ФК маса при трите дисперсии на измервателния шум. Както следва и да се очаква, независимо от дисперсията на шума, ФК оценява достатъчно бързо неизвестната маса само когато тя има стойност равна на $150kg$, което е и стойността, използвана в модела (2.3.3) при синтеза му. С предложени метод при отсъствие на шум и при дисперсия на шума 0.01 се получават неколkokратно по-добри резултати от измерването на сензора (точната стойност на масата се получава за $800ms$ със сензора и за $170ms$ с метода използващ модел на измерването). За маса $150kg$ ФК дава най-добър резултат, при който неизвестната маса се оценява за около $20ms$. Лошият

резултат, получен с безмоделния метод, при наличие на по-голям шум се дължи на недостатъчния ред на модела. Тази хипотеза се потвърждава и от резултатите представени на фиг.2.4.6, където са показани измерената със сензора маса и изходните сигнали на оценените модели от 3-ти и 20-ти ред. За да се направи обоснован избор на реда на оценявания модел и за да се реализира принцип на икономичността се използва информационният показател на Акайке

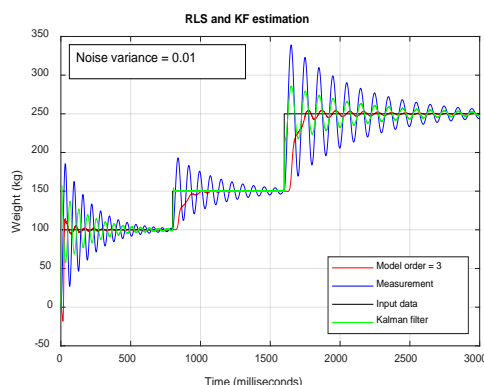
$$J_m(\hat{\theta}) = \left(1 + 2 \frac{\dim \theta}{N}\right) J(\hat{\theta}), \quad (2.3.4)$$

където $J(\hat{\theta}) = e^T e$ е функцията на загубите и e е вектор с остатъците, изчислени по оценените параметри. На фиг.2.4.7 е представен показателят (2.3.4) за редове на модела от 5 до 40. Вижда се, че след 17-ти ред критерият започва да намалява незначително, а минимумът се получава при модел от 25-ти ред. С цел постигане на компромис между сложност и точност на модела експериментално е установено, че с модел от 20-ти ред се постига достатъчно точно и бързо оценяване. На фиг.2.4.8 са показани резултати от оценяването на масата при модели от 5-ти и 20-ти ред за дисперсии на измервателния шум 0.05. Вижда се, че при променлива във времето маса и ред на оценявания модел 20, за около 20ms предложеният метод оценява точно неизвестната маса. На практика времето за получаване на точно показание от сензора се намалява 40 пъти. Нещо повече, това време е съизмеримо с времето за оценяване получено с филтъра на Калман, настроен по точния модел на измервателния процес.

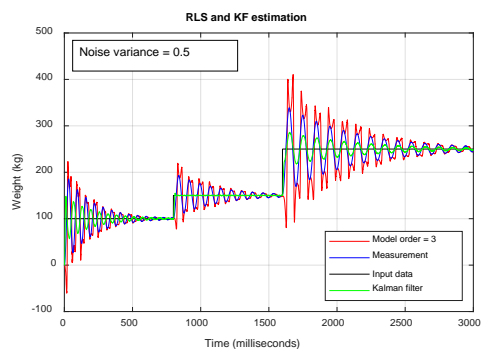
В тази глава е предложен модифициран метод за подобряване на измерванията в системи за управление, при който не се използва модел на процеса. Той е получен като съществуващ метод е доразвит за оценяване на променяща се във времето измервана величина. В качеството си на илюстративни примери са разгледани процесите за измерване на температура и маса в система за управление.



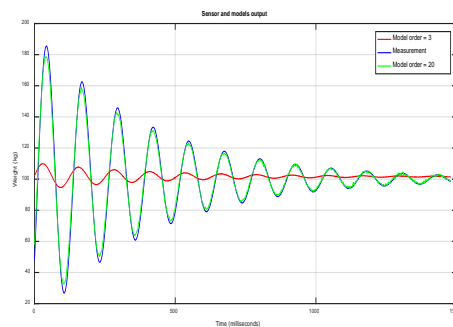
Фиг. 2.4.3 Резултати за 3-ти ред на модела при дисперсия на шума $D_v = 0$



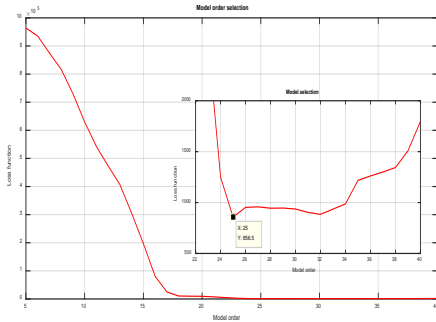
Фиг. 2.4.4 Резултати за 3-ти ред на модела при дисперсия на шума $D_v = 0.01$.



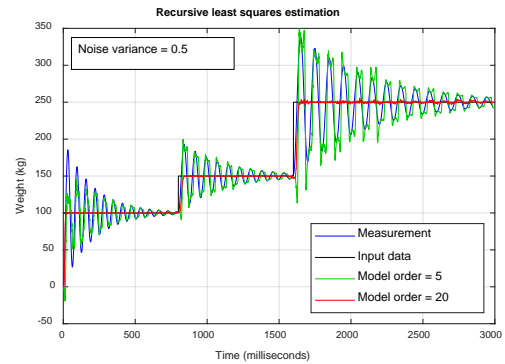
Фиг. 2.4.5 Резултати за 3-ти ред на модела при дисперсия на шума $D_v = 0.5$



Фиг. 2.4.6 Измерена маса и получена с модели от 3-ти и 20-ти ред



Фиг. 2.4.7 Информационен показател на Акайке за модели от 5-ти до 40-ти ред.



Фиг. 2.4.8 Оценявани модели от 5-ти и 20-ти ред.

Предложеният метод е сравнен със стандартен ФК, настроен по модела на измервателния процес. В случая на измерване на маса ФК е настроен за средна стойност на оценяваната маса. Предложено е да се извършва обоснован избор на реда на оценявания модел на базата на информационния показател на Акайке. Изследвани са свойствата на метода при различни стойности на дисперсията на измервателния шум. Получените резултати показват предимствата на модифицирания метод за подобряване на измерванията, дори и при използване на сензори с по-нисък клас на точност. Трябва да се отбележи, че модифицираният метод е по-реалистичен, поради факта че в системите за управление измерваната величина се променя във времето.

ГЛАВА 3. МЕТОД ЗА ПОДОБРЕНИ ИЗМЕРВАНИЯ НА ПРОМЕНЯЩА СЕ ВЪВ ВРЕМЕТО ВЕЛИЧИНА В СИСТЕМА ЗА УПРАВЛЕНИЕ, БАЗИРАН НА РАЗШИРЕН ФИЛТЪР НА КАЛМАН

3.1 Теоретична постановка.

Когато динамиката на измерване зависи от измерваната променлива, изходът на сензора може да бъде моделиран в пространство на състоянията като

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(u)x(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + \eta(t) \end{aligned} \quad (3.1.1)$$

където $x = [x_1 \dots x_n]^T$ е векторът на състоянието на процеса на измерване, u е неизвестната измервана величина, y е изходът на сензора, η е измервателният шум, $A(u)$ е матрица с размерност $n \times n$, която зависи от измерваната величина, B е матрица с размерност $n \times 1$ и C - с размерност $1 \times n$. За да се приложи алгоритъмът в цифрово устройство, като PLC или микроконтролер, трябва да се проектира дискретен разширен филтър на Калман (РФК). За целта модел (3.1.1) се дискретизира по метода на Ойлер. Така се получава дискретизираният модел

$$\begin{aligned} x(k+1) &= F(u)x(k) + Gu(k) \\ y(k) &= Cx(k) + \eta(k) \end{aligned} \quad (3.1.2)$$

където $F(u) = I + T_0 A(u)$, $G = T_0 B$ и T_0 е тактът на дискретизация. Ако неизвестният вход бъде разгледан като допълнително състояние, модел (3.1.2) се трансформира в автономна система с разширен вектор на състоянията $\bar{x}(k) = [x(k)_{n \times 1} \ u(k)]^T$, с описанието

$$\begin{aligned} \underbrace{\begin{bmatrix} x_{n \times 1}(k+1) \\ u(k+1) \end{bmatrix}}_{\bar{x}(k+1)} &= \underbrace{\begin{bmatrix} F(\bar{x})_{n \times n} & G(\bar{x})_{n \times 1} \\ 0_{1 \times n} & 1 \end{bmatrix}}_{\bar{F}} \underbrace{\begin{bmatrix} x_{n \times 1}(k) \\ u(k) \end{bmatrix}}_{\bar{x}(k)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0_{n \times 1} \\ 1 \end{bmatrix}}_{\bar{B}} v(k) \\ y(k) &= \underbrace{\begin{bmatrix} C(\bar{x})_{1 \times n} & 0 \end{bmatrix}}_{\bar{C}} \underbrace{\begin{bmatrix} x_{n \times 1}(k) \\ u(k) \end{bmatrix}}_{\bar{x}(k)} + \eta(k) \end{aligned} \quad (3.1.3)$$

където векторът на състоянията е избран като $\bar{x}(k) = [x(k)_{n \times 1} \ u(k)]^T$. Трябва да се отбележи, че неизвестният входен сигнал се моделира като стохастичен процес от тип случайна разходка, а $v(k)$ е бял Гаусов шум с ковариация Q . Модел (3.1.3) описва нелинейна автономна система по отношение на разширения вектор на състоянията. В такива случаи с РФК се изчисляват оптимални оценки на състоянието. РФК се представя във вида

$$\hat{x}_k(-) = \hat{x}_{k-1}(+) + F_{k-1}(\hat{x}_{k-1}(+)). \quad (3.1.4)$$

Априорната ковариационна матрица се изчислява от

$$P_k(-) = \Phi_{k-1} P_{k-1}(+) \Phi_{k-1}^T + Q, \quad (3.1.5)$$

където $\Phi_{k-1} = \left. \frac{\partial F_k}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_{k-1}(-)}$. След това, като се използва получената информация дотук, се

получава матрицата на усилване на РФК

$$K_k = P_k(-) H_k^T [H_k P_k(-) H_k^T + R]^{-1}, \quad (3.1.6)$$

където $H_k = \left. \frac{\partial C_k}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_k(-)}$. Следващата стъпка е да се изчисли апостериорната ковариационна

матрица

$$P_k(+) = [I - K_k H_k] P_k(-). \quad (3.1.7)$$

Накрая предсказаната оценка на измерването се получава, като се използват оценката на състоянието (3.1.4) и матрицата на усилване на филтъра на Калман (3.1.6), умножена по грешката в текущото измерване

$$\hat{x}_k(+) = \hat{x}_k(-) + K_k [y - H_k \hat{x}_k(-)] \quad (3.1.8)$$

В тези уравнения Q е ковариацията на допълнителния бял шум, използван за стохастично моделиране на неизвестната измервана величина и R е ковариацията на измервателния шум. Стойността на Q се задава от проектанта. Трябва да се отбележи, че по-големите стойности на Q водят до получаване на по-бърза оценка на неизвестна измерена променлива, но получената оценка се характеризира с по-голяма ковариация и обратно. По този начин, с подходящ избор на Q може да бъде получена неизместена гладка оценка.

3.2 Верификация на метода, базиран на разширен филтър на Калман.

За проверка на работоспособността на предложения алгоритъм, е разгледан процес за измерване на маса (2.3.3), който се дискретизира с такт на дискретизация $T_0 = 0.5s$ по метода на Ойлер. За да бъде получена оценка на неизвестния входен сигнал, дискретизираният модел е разширен с допълнителното състояние $x_u(k) = u(k)$. Разширеният модел се описва от

$$\begin{aligned} x_u(k+1) &= x_u(k) + v(k) \\ x(k+1) &= Fx(k) + Gx_u(k), \\ y(k) &= Cx(k) + \eta(k) \end{aligned} \quad (3.2.1)$$

където v е бял Гаусов шум с ковариация Q_v . След въвеждане на разширен вектор на състоянието $\bar{x} = [x_1 \ x_2 \ x_u]^T$ се получава

$$\begin{aligned} \bar{x}(k+1) &= \bar{F}\bar{x}(k) + \bar{G}v(k) \\ y(k) &= \bar{C}\bar{x}(k) + \eta(k) \end{aligned}, \quad (3.2.2)$$

където $\bar{F} = I_{3 \times 3} + T_0 \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{c}{x_u+m} & -\frac{d}{x_u+m} & -\frac{g}{x_u+m} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\bar{A}}$, $\bar{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\bar{C} = [1 \ 0 \ 0]$.

РФК е проектиран съгласно изрази (3.1.4-3.1.8). За матрицата на Якоби се получава

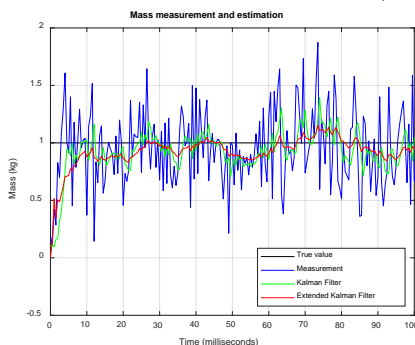
$$\Phi_{k-1} = \begin{bmatrix} 1 & T_0 & 0 \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.2.3)$$

$$x_{21} = -\frac{T_0 c}{x_u + m} \Big|_{x_u = \hat{x}_{3,k-1}(-)}, \quad x_{22} = 1 - \frac{T_0 d}{x_u + m} \Big|_{x_u = \hat{x}_{3,k-1}(-)}, \quad x_{23} = \frac{T_0 c x_1}{(x_u + m)^2} - \frac{-T_0 d x_2}{(x_u + m)^2} + \frac{T_0 g x_u - T_0 g (x_u + m)}{(x_u + m)^2} \Big|_{x = \hat{x}_{k-1}(-)}$$

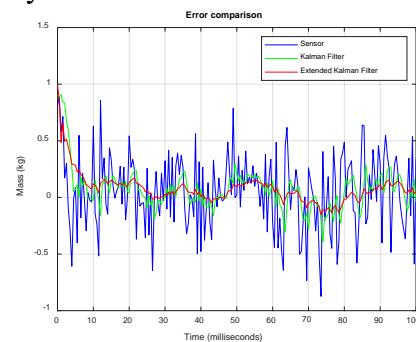
Освен това, за целите на сравнение, е проектиран и стандартен ФК. Моделът (3.2.1)-(3.2.2) става линеен в случай на предварително зададена (предполагаема) постоянна стойност на масата в матрицата \bar{F} . Стойността на масата в матрицата \bar{F} се приема за $x_u = 1\text{kg}$. Тогава линейният ФК може да бъде проектиран. Проведени са симулационни експерименти за оценяване на масата с предложения метод и стандартен линеен ФК. В първия експеримент неизвестната маса се променя според следните стойности

$$M = \begin{cases} 1\text{kg}, & 0 < t \leq 250\text{ms} \\ 7\text{kg}, & 250 < t \leq 500\text{ms} \\ 10\text{kg}, & 500 < t \leq 750\text{ms} \\ 5\text{kg}, & 750 < t \leq 1000\text{ms} \end{cases} \quad (3.2.4)$$

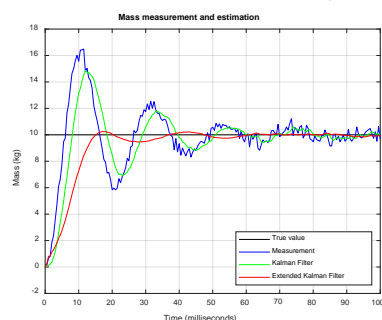
На фиг.3.3.15 и фиг. 3.3.16 са представени резултати при стойност на масата от 1кг при измервателен шум с дисперсия $D_v = 0.1$, а резултатите на фиг. 3.3.27-3.3.28 са получени при стойност на масата 10кг и същата дисперсия на шума.



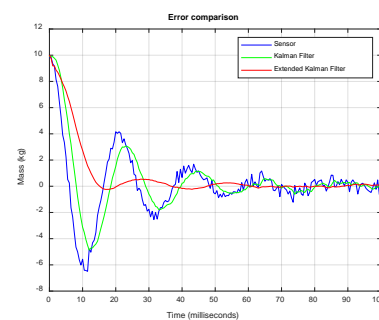
Фиг. 3.3.15 Сравнение на получените оценки с ФК и РФК при маса 1кг, $D_v = 0.1$.



Фиг. 3.3.16 Резултати за грешката при оценяване с ФК и РФК на маса 1кг.



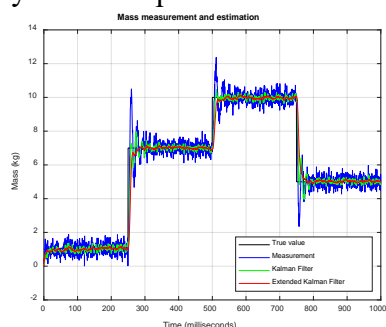
Фиг. 3.3.27 Сравнение на получените оценки с ФК и РФК при маса 10кг, $D_v = 0.1$.



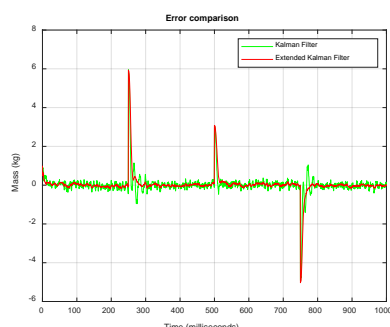
Фиг. 3.3.28 Резултати за грешката при оценяване с ФК и РФК на маса 10кг.

От резултатите се вижда, че както следва и да се очаква линейният ФК, като оптимален оценител при точен модел и гаусови шумове с известни ковариации се справя най-добре. Трябва да се отбележи и че предложеният метод се справя значително по-добре от сензора особено при по-голяма стойност на масата. При симулацията на маса 10кг се вижда предимството на предложения метод, а именно точната маса се достига за около 20 ms, докато ФК дава резултат близък до този получен със сензора без допълнителен алгоритъм. На фиг. 3.3.39 – 3.3.41 е показано сравнение на получените резултати за оценена неизвестна входна величина със стандартен ФК и РФК при профил на входната величина според (3.2.4) и измервателен шум с дисперсия $D_v = 0.1$. Стандартният ФК е настроен за

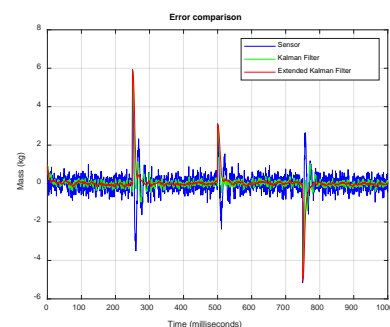
стойност на входната величина 10кг. Фиг. 3.3.40 и 3.3.41 показват резултатите за грешката от оценяване само със стандартен ФК и РФК, както и със сензора, за да се видят резултатите по-ясно и от друга страна да се види колко показателно е филтрирането на шума в измерванията.



Фиг.3.3.39 Оценяване със стандартен ФК и РФК, $D_v = 0.1$.



Фиг.3.3.40 Грешка при оценяване със стандартен ФК и РФК, $D_v = 0.1$.



Фиг.3.3.41 Грешка със стандартен ФК и РФК, $D_v = 0.1$.

В тази глава е предложен метод за подобряване на динамиката на измерванията, базиран на модифициран разширен филтър на Калман. Този метод е особено приложим в случай на променяща се във времето измервана величина, когато моделът на измерване зависи от измерваната променлива. За разлика от случая с измерване, при който моделът на измерването не зависи от измерваната величина, в разглежданата задача измерваната променлива се превръща в състояние на нелинейна динамична система. По този начин моделът се разширява с допълнително състояние, което представлява променящата се във времето измервана величина. В допълнение, динамиката на това състояние се моделира чрез стохастичен процес от тип „случайна разходка (*random walk*)“. Работоспособността на предложения метод е валидирана чрез пример за подобряване на динамиката на измерване на масата, който е често срещан случай в практиката. Също така за целите на сравнението е проектиран конвенционален линеен филтър на Калман за фиксирана стойност на неизвестната маса. Получените резултати потвърждават предимствата на РФК пред метода, базиран на линейна калманова филтрация.

ГЛАВА 4 МЕТОД ЗА ПОДОБРЕНИ ИЗМЕРВАНИЯ НА ПРОМЕНЯЩА СЕ ВЪВ ВРЕМЕТО ВЕЛИЧИНА В СИСТЕМА ЗА УПРАВЛЕНИЕ НЕИЗПОЛЗВАЩ МОДЕЛ НА ПРОЦЕСА, БАЗИРАН НА ОРТОГОНАЛНИ МОДЕЛИ НА ЛАГЕР

В тази глава е представен разработения безмоделен метод, базиран на ортогонален модел на Лагер. Този метод е подходящ за апериодични добре затихващи измервателни процеси. Основната разлика със стандартния безмоделен метод е, че при моделирането на измервателния процес се използва ортогонален модел на Лагер вместо конкретен тип модел с крайна импулсна характеристика. По този начин предложеният метод съчетава предимствата на безмоделния метод и апроксимацията с ортогонални модели. В резултат на това, полученият модел на измерване е от значително по-нисък ред. Онлайн оценката на променящата се във времето измервана величина се извършва чрез модифициран линеен регресионен модел и рекурсивен алгоритъм на най-малките квадрати с постоянна следа на ковариационната матрица.

4.1. Теоретична постановка

Процесът на измерване се разглежда като динамична система и се описва с уравнение (2.1.1), Уравнение (2.1.3) се представя във вида

$$y_{transient}(k) = -\sum_{i=0}^n a_{i+1} \Delta y(k-i) + e(k), \quad (4.1.1)$$

където $\Delta y(k-i) = y(k-i) - y(k-i-1)$ и $a_i, i = 1, 2, \dots, n$ са параметрите на модела, което води до линейния регресионен модел

$$y(k) = \varphi^T(k)\theta + e(k),$$

$$\varphi(k) = [W \quad -\Delta y(k) \quad -\Delta y(k-1) \quad \dots \quad -\Delta y(k-n)]^T, \theta = [\bar{u} \quad a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_n]^T, \quad (4.1.2)$$

където $\varphi(k)$ е векторът на регресорите, θ е векторът с неизвестните параметри и $e(k)$ е остатъчната грешка на модела във вид на Гаусов шум с нулева средна стойност, който отчита несъответствието на избрания модел и изследвания процес, както и влиянието на шума от измерването v върху наблюденията. Конвенционалният безмоделен метод оценява неизвестно измерено количество с RLS алгоритъм. В глава 2 е показано, че ако съотношението сигнал/шум е ниско, тогава, за да се получи бърза оценка \bar{u} , трябва да се използва регресионен модел от висок ред. Това е общ недостатък по отношение на прилагането на безмоделен метод в промишлени или вградени системи за управление. Предлага се вместо модел от тип КИХ да се моделира траектория на автономна система (4.1.1) с ортогонални функции на Лагер с изчислимия сигнал $\Delta y(k)$. По този начин се оценява модел от понижен ред. Базисът на Лагер в z -областта се определя като

$$\psi_i(z) = \sqrt{1-d^2} \frac{(1-dz)^{i-1}}{(z-d)^i}, i = 1, 2, \dots, \quad (4.1.3)$$

където d е доминиращият полюс на дискретната система, който може да се оцени като се избере $d = e^{\alpha T_0}$, където α е доминиращият полюс на динамиката на процеса на измерване. Добре известно е, че базисните функции на Лагер (4.1.3) определят пълен ортонормален базис в пространството $L_2(0, \infty)$ (пространството на квадратно интегрируемите функции в интервал от време $(0, \infty)$). Елементите $\{f(k)\}_{k=0,1,2,\dots}$ в $L_2(0, \infty)$ могат да бъдат представени като линейна комбинация от базисни функции

$$f(k) = \sum_{i=1}^{\infty} \theta_i \psi_i(k), \quad (4.1.4)$$

където коефициентите на Лагер се определят от

$$\theta_i = \sum_{k=0}^{\infty} f(k) \psi_i(k). \quad (4.1.5)$$

Това означава, че траекториите на асимптотично устойчива автономна система могат да бъдат апроксимирани с базисни функции на Лагер съгласно уравнение (4.1.4). От уравнение (4.1.5) се вижда, че за изчисляване на коефициентите θ_i , функцията $f(k)$ трябва да бъде известна. Изразите (4.1.4) и (4.1.5) се използват за апроксимация от нисък ред на характеристиката на динамичната система, например $f(k)$ се асоциира най-често с импулсна характеристика на асимптотично устойчива динамична система. В класическата задача за идентификация изходът на системата се представя директно от съкратената версия на модела (4.1.4) и след това се формира линеен регресионен модел за определяне на неизвестните параметри θ_i чрез алгоритъм за оценяване, като например метод на най-малките квадрати. Предложено е да се направи апроксимация на траекторията $y_{transient}$ с базисни функции на Лагер. Това е възможно, поради факта че процесът на измерване е асимптотично устойчив. След прилагане на z -трансформацията израз (4.1.1) придобива вида

$$y_{transient}(z) = -\sum_{i=0}^n a_{i+1} z^{-i} \Delta y(z) + e(z) \quad (4.1.6)$$

Така след апроксимацията, траекторията се описва от

$$y_{transient}(z) = \sum_{i=1}^n \theta_i \psi_i(z) \Delta y(z) + e(z). \quad (4.1.7)$$

Трябва да се отбележи, че (4.1.6) е частен случай на модел (4.1.7), ако доминиращият полюс $d = 0$. След обратна z -трансформация на (4.1.7) се получава

$$y_{transient}(k) = \sum_{i=1}^n \theta_i \psi_i(k) \Delta y(k) + e(k), \quad (4.1.8)$$

където $\psi_i(k)$ са функциите на Лагер в дискретната област. След въвеждане на променливите на състоянието $x_i, i = 1, 2, \dots, n$, израз (4.1.8) придобива вида

$$y_{transient}(k) = \sum_{i=1}^n \theta_i x_i(k) + e(k), \quad (4.1.9)$$

където

$$\begin{aligned} x_1(k) &= dx_1(k-1) + \sqrt{1-d^2} \Delta y(k), \\ x_2(k) &= dx_2(k-1) + x_1(k-1) - dx_1(k) \\ &\vdots \\ x_n(k) &= dx_n(k-1) + x_{n-1}(k-1) - dx_{n-1}(k) \end{aligned} \quad (4.1.10)$$

Регресионният модел (4.1.9) се преобразува във вида

$$y(k) = \varphi^T(k) \theta + e(k), \quad (4.1.11)$$

$$\varphi(k) = [W \quad x_1(k) \quad x_2(k) \quad \dots \quad x_n(k)]^T, \theta = [\bar{u} \quad \theta_1 \quad \theta_2 \quad \dots \quad \theta_n]^T,$$

Параметрите θ на модел (4.1.11) се оценяват чрез рекурсивния алгоритъм на най-малките квадрати с постоянна следа на ковариационната матрица (2.18), (2.19) и (2.1.13). Решаваната задача не е стандартна задача за рекурсивна идентификация, т.к. само първият елемент на вектора θ е важен (това е оценката на неизвестната измервана величина). По този начин изчисленият модел ще бъде валиден, ако първият елемент от θ схожда към измерваната величина.

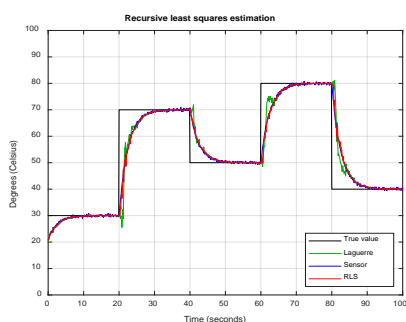
4.2. Верификация на метода, базиран на ортогонални модели на Лагер.

Предложеният метод използващ модел се използва за оценка на неизвестната температурна величина. Предполага се, че неизвестната температура се променя според

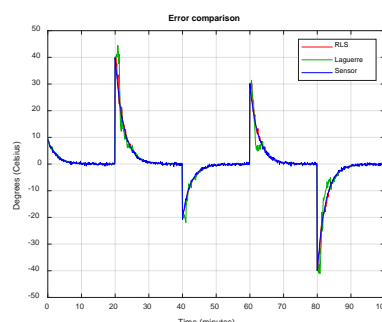
$$T = \begin{cases} 30^\circ C, & 0 < t \leq 20s \\ 70^\circ C, & 20 < t \leq 40s \\ 50^\circ C, & 40 < t \leq 60s \\ 80^\circ C, & 60 < t \leq 80s \\ 40^\circ C, & 80 < t \leq 100s \end{cases} \quad (4.2.1)$$

Получените резултати за температурата при 2-ри ред на оцененния модел са представени на Фиг.4.3.1 и Фиг.4.3.2, където със „Sensor“ е означена измерената температура от модела на сензора без допълнителни алгоритми, с „RLS“ е означена температурата, оценена чрез конвенционален метод на рекурсивно оценяване, използващ модел на процеса и с „Laguerre“ – получените стойности за температурата с безмоделния метод, базиран на функции на Лагер. На фиг. 4.3.5, 4.3.6 са представени аналогични резултати за оценен модел от 4-ти ред при дисперсия на шума $D_v = 0.01$. На фиг. 4.3.13 е представена детайлна визуализация на оценката на температурата чрез конвенционален безмоделен метод при 7-ми ред на оценявания модел и базирания на Лагер безмоделен метод при 4-ти ред на оценяване. На фиг.4.3.5, 4.3.6 се вижда, че при 4-ти ред на оцененния модел безмоделния метод, базиран на функции на Лагер, оценява температурата значително по-бързо от измерването на сензора и конвенционалния безмоделен метод. Резултатите, получени с конвенционалния безмоделен метод се подобряват чак при 7-ми ред на оцененния модел. Времето за оценка на конвенционалния метод използващ модел започва да достига това на предложениния метод чак при оценен модел от 7-ми ред. За числено сравнение между

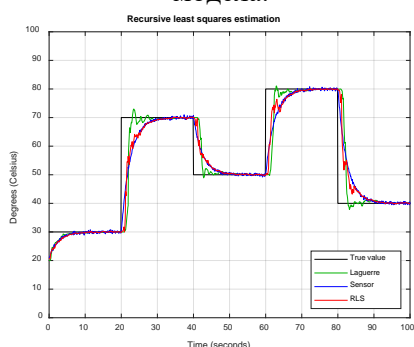
конвенционалният безмоделен метод и предложението, се изчислява модифицираната функция на загубите (2.2.10) (Табл. 4.3.2).



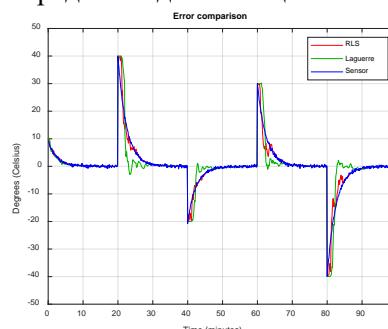
Фиг. 4.3.1. Оценена температура при 2-ри ред на модела.



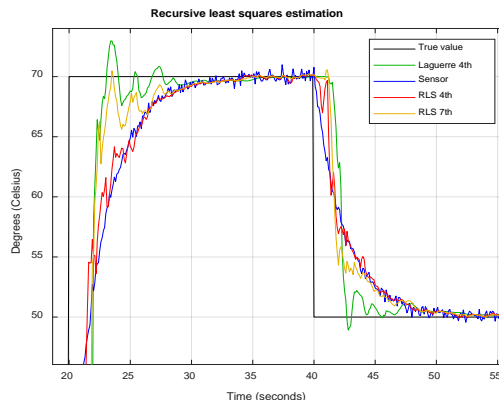
Фиг. 4.3.2. Резултат за грешката e_T при 2-ри ред на модела на оценяване.



Фиг. 4.3.5. Оценена температура при 4-ти ред на модела.



Фиг. 4.3.6. Резултат за грешката e_T при 4-ти ред на модела на оценяване.



Фиг. 4.3.13. Приблизена визуализация на оценената температура с конвенционален безмоделен метод такъв базиран на Лагер.

Таблица 4.3.2. Количествено сравнение на грешката.

Ред на модела	2	3	4	5	6	7
PMHK	171.44	169.37	159.81	152.33	146.44	145.29
Лагер	166.67	145.23	147.44	162.91	186.56	217.79

Основният принос в тази глава е предложеният нов безмоделен метод за подобряване на променящите се във времето динамични измервания, базиран на ортогонален модел на Лагер. Този метод е подходящ за апериодични процеси на измерване. За разлика от съществуващите безмоделни методи, предложеният метод моделира процеса на измерване с ортогонален модел на Лагер вместо със специфичен модел от тип крайна импулсна характеристика. В резултат на това, предложеният метод оценява измерваната величина бързо и точно с модел от по-нисък ред от оценения такъв при използване на конвенционален безмоделен метод в случая на ниско съотношение на мощностите на полезния сигнал към шума.

ГЛАВА 5. МЕТОД ЗА ПОДОБРЕНИ ИЗМЕРВАНИЯ НА ПРОМЕНЯЩА СЕ ВЪВ ВРЕМЕТО ВЕЛИЧИНА В СИСТЕМА ЗА УПРАВЛЕНИЕ НЕИЗПОЛЗВАЩ МОДЕЛ НА ПРОЦЕСА, БАЗИРАН НА ОРТОГОНАЛНИ МОДЕЛИ НА КАУЦ

5.1. Увод

Резултатите в глава 4 показват, че при измервателен процес с колебателна динамика се губят част от предимствата на метода, базиран на ортогонални модели на Лагер. Известно е, че подходящо моделиране на динамиката на колебателна система с ортогонални функции води до оценяване на модели от по-нисък ред, ако се използват ортогонални модели на Кауц. За целта единствено е необходимо предварително да са извсетни доминиращите комплексни полюси на системата. На пръв поглед това е недостатък, но стойностите на доминиращите полюси могат да бъдат оценени от предварително измерени преходни процеси на сензора.

5.2. Теоретична постановка

Аналогично на резултатите от глава 4, моделът на сензора се представя във вида (4.1.8), като идеята е да се апроксимира траекторията на системата чрез ортогонални функции на Кауц, вместо такива на Лагер. Базисът на функциите на Кауц в z -областта е

$$\psi_i(z, a, c) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1-c^2}(z-a)}{z^2+a(c-1)z-c} \left[\frac{-cz^2+a(c-1)z+1}{z^2+a(c-1)z-c} \right]^{\frac{(i-1)}{2}}, & i \text{ odd} \\ \frac{\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)}}{z^2+a(c-1)z-c} \left[\frac{-cz^2+a(c-1)z+1}{z^2+a(c-1)z-c} \right]^{\frac{(i-2)}{2}}, & i \text{ even} \end{cases}, \quad (5.2.1)$$

$$a, c \in \mathbb{R}, \quad |a| < 1, \quad |c| < 1, \quad i=1,2,\dots,$$

където коефициентите a и c са получени от

$$a = \frac{p_d + p_d^*}{1 + p_d p_d^*}, \quad c = -p_d p_d^*, \quad (5.2.2)$$

където $p_d = e^{pT_0}$, $p = \alpha + j\beta$ е доминиращият комплексен полюс на измервателния модел, а p_d^* е комплексно спрегнатото число на p_d . Тривиално е, че базисните функции на Кауц (5.2.1) формират пълен ортонормален базис в $L_2(0, \infty)$ (пространството от интегрируеми в квадрат функции във времеви интервал $(0, \infty)$). Ако функциите $\{f(k)\}_{k=0,1,2,\dots} \in L_2(0, \infty)$, тогава те се представят като претеглена сума от базисни функции (5.2.1)

$$f(k) = \sum_{i=1}^{\infty} \theta_i \psi_i(k), \quad (5.2.3)$$

където $\psi_i(k)$ е базисната функция на Кауц в дискретната времева област и θ_i са коефициентите на функциите на Кауц. Израз (5.2.3) означава, че траекториите на асимптотично устойчива автономна осцилираща система могат да бъдат апроксимирани с базисни функции на Кауц. Моделът на преходната характеристика на сензора е асимптотично устойчив. По този начин траекторията $y_{transient}$ може да бъде апроксимирана с базисните функции на Кауц, което е основното положение в предложения нов безмоделен метод. Така за модела на сензора се получава

$$y_{transient}(k) = \sum_{i=1}^n \theta_i \psi_i(k) \Delta y(k) + e(k), \quad (5.2.4)$$

където $\psi_i(k)$ се формират от обратната z-трансформация на (5.2.1). След въвеждане на състоянията на системата $x_i, i = 1, 2, \dots, 2n$, уравнение (5.2.4) придобива вида

$$y_{transient}(k) = \sum_{i=1}^n \theta_i x_i(k) + e(k), \quad (5.2.5)$$

където

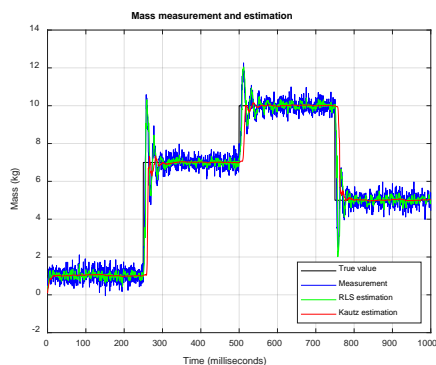
$$\begin{aligned} x_1(k) &= x_2(k-1) + \sqrt{1-c^2} \Delta y(k), \\ x_2(k) &= cx_1(k-1) - a(c-1)x_2(k-1) \\ &\quad - b\sqrt{1-c^2}(1+(c-1)a)\Delta y(k) \\ x_3(k) &= x_4(k-1), \\ x_4(k) &= cx_3(k-1) - a(c-1)x_4(k-1) \\ &\quad - b\sqrt{1-c^2}(1+(c-1)a)\Delta y(k) \\ &\vdots \\ x_{2n-1}(k) &= x_{2n}(k-1) + a(1-c^2)x_{2n-5}(k-1) \\ x_{2n}(k) &= cx_{2n-1}(k-1) - a(c-1)x_{2n}(k-1) \\ &\quad + (1-a^2(c-1)(1-c^2) - c^2)x_{2n-5}(k-1) \end{aligned} \quad (5.2.6)$$

Така регресионният модел за оценяването придобива вида (4.1.11), като състоянията във вектора с регресорите се формират съгласно (5.2.6), а неизвестните коефициенти се оценяват с РМНМК с постоянна следа на ковариационната матрица, съгласно процедурата от глава 4.

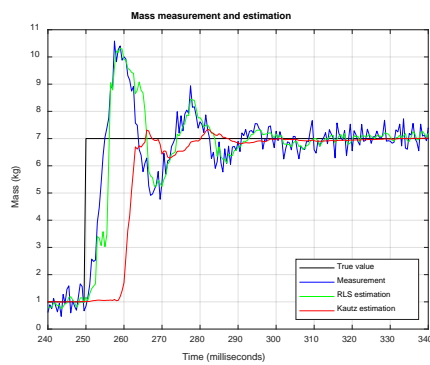
5.3. Верификация на метода, базиран на ортогонални модели на Кауц.

Методът се верифицира с примера за измерване на маса. За да бъде тествана работоспособността на предложения алгоритъм, се провеждат няколко симулационни експеримента, в които се оценяват регресионни модели от 3-ти до 13-ти ред. Трябва да се отбележи, че минималният ред на регресионния модел е 3-ти, поради факта, че динамиката на измерване на масата без шум се описва от диференциално уравнение от 2-ри ред. Изчислената маса с 3-ти ред на модела за оценяване е представена на Фиг.5.3.1, където с „Measurement“ е означена измерената маса от сензора без допълнителни алгоритми, с „RLS estimation“ - масата, оценена чрез конвенционален безмоделен метод и с „Kautz estimation“ - масата, получена чрез предложения метод. Детайлна визуализация на процеса е показана на Фиг.5.3.2. Фигури 5.3.1-5.3.2 показват предимствата на предложени безмоделен метод, базиран на функции на Кауц. При 3-ти ред на модела, той оценява масата приблизително два и повече пъти по-бързо от РМНМК с модел от същия ред. И двата метода са изследвани с модели до 14-ти ред. Резултатите от сравнението между модел от 3-ти ред, оценен с предложени метод и модел от 10-ти ред, оценен чрез конвенционален метод са показани на Фиг. 5.3.13-5.3.14. Резултатите отново показват и потвърждават предимствата на предложени метод. Вижда се, че в случая на оценен модел от 10-ти ред оценката на масата, получена чрез конвенционален метод, е почти същата като тази, определена чрез базирания на Кауц метод при модел от 3-ти ред. За количествено сравнение на предложени метод и конвенционалния безмоделен метод се използва функцията на загубите (2.2.10). В Таблица 5.3.1 и на Фиг. 5.3.17 са представени стойностите на израз (2.2.10) за двата метода. Вижда се, че най-добрият ред за модела на

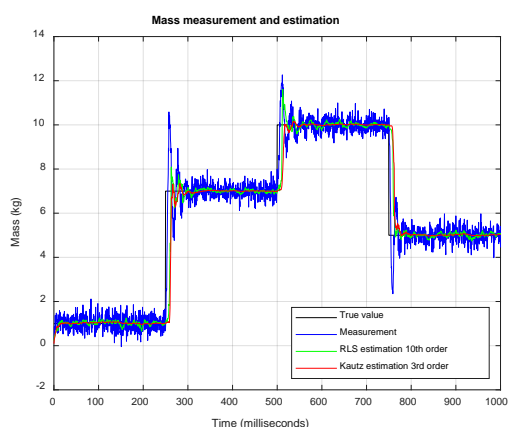
Кауц е 3-ти, докато най-малката стойност на израз (2.2.10) за конвенционалния метод неизползващ модел се получава с 10-ти ред на модела.



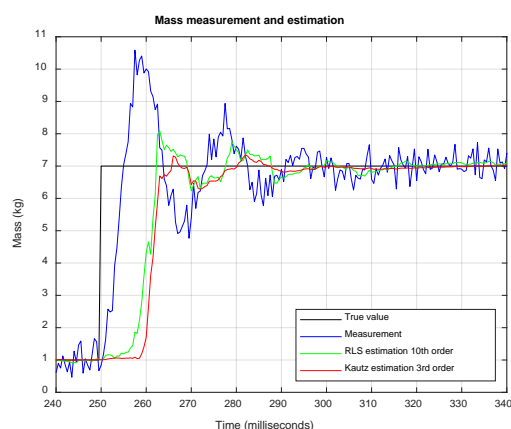
Фиг. 5.3.1. Резултати за оценената маса при оценяван модел от 3-ти ред.



Фиг. 5.3.2. Детайлна визуализация на резултатите от фиг. 5.3.1.



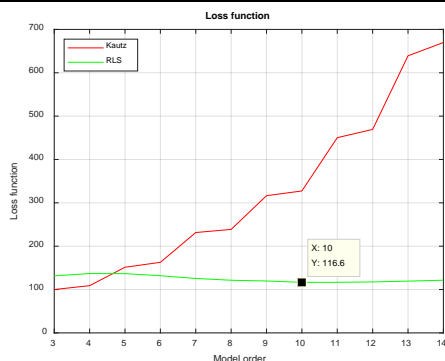
Фиг. 5.3.13. Оценяване на маса с РМНМК при 10-ти ред на оценявания модел и метод, базиран на Кауц при 3-ти ред на оценявания модел.



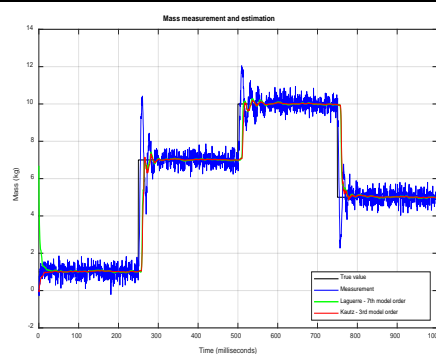
Фиг. 5.3.14. Детайлна визуализация на резултатите от Фиг.5.3.13.

Таблица. 5.3.1. Сравнение на големината на грешката

Ред на модела	3	4	5	6	7	8	9	10	14
РМНМК	134.4	132.8	132.3	129.1	124.5	119.9	116.6	114.6	116.8
Кауц	98.7	107.8	151.4	160.3	227.6	235.4	314.6	324.4	661.8



Фиг. 5.3.17. Модифицирана функция на загубите



Фиг. 5.3.22. Сравнение на резултатите за измерване на маса при 7-ми ред с метод на Лагер и при 3-ти ред с метода на Кауц.

В таблица 5.3.2 е показано времето за оценяване (измерване) на масата при промяна на нейната стойност. Резултатите показват, че времето за оценка на масата чрез предложения метод е два пъти по-малко от това при конвенционалния безмоделен метод. Освен това за конвенционалния метод безмоделен е необходимо да се използва модел от 10-ти ред, за да

се постигне същото качество на измерване, каквото е постигнато чрез предложения метод с модел от 3-ти ред. На фиг. 5.3.22. е показано сравнение за измерване на маса при 7-ми ред на оценяване с метод на Лагер и при 3-ти ред на оценяване с метода на Кауц.

Таблица. 5.3.2. Време за установяване и оценяване на стойността на масата.

M, kg		1	7	10	5
t_{sensor}, ms		7	70	80	40
3-ти ред	t_{RLS}, ms	6	60	80	40
	t_{Kautz}, s	6	20	37	20
10-ти ред	t_{RLS}, ms	6	61	38	20
13-ти ред	t_{RLS}, ms	5.9	19	37	21

Предложен е нов метод неизползващ модел на измерването, базиран на функции на Кауц, който подобрява динамиката на измерванията, които се променят във времето. Методът е особено приложим в случай на колебателен процес на измерване с високо съотношение на мощността на шума към тази на полезния сигнал. Основната разлика между предложения метод и конвенционалния безмоделен метод е типът модел, използван за представяне на динамиката на измерването. Конвенционалният метод оценява модел с крайна импулсна характеристика, докато предложеният метод оценява ортогонален модел на Кауц. И при двата метода рекурсивният метод на най-малките квадрати с постоянна следа на ковариационната матрица извършва онлайн оценка на неизвестна измервана величина. Получените резултати доказват работоспособността на базирания на функцията на Кауц метод и показват неговите предимства, като постигане на точна стойност на неизвестна измерена величина за кратко време (приблизително два пъти по-бързо от конвенционалния метод) с нисък ред на оценявания модел. Предложеният метод представя възможности за бъдещи изследвания, като се има предвид приложението му в системи от реалния свят.

ГЛАВА 6 МЕТОДИ ЗА ПОДОБРЯВАНЕ ДИНАМИКАТА НА ИЗМЕРВАНИЯТА БАЗИРАНИ НА МНОГОМОДЕЛНО ОЦЕНЯВАНЕ

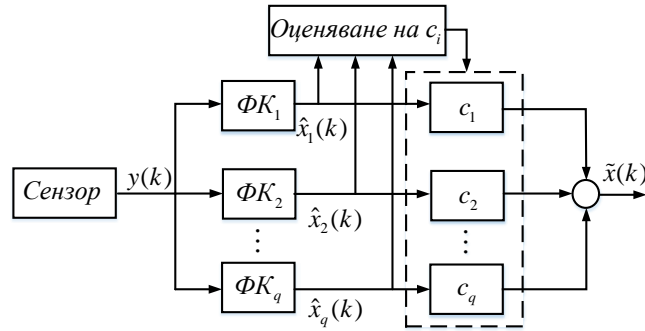
6.1. Увод.

При използването на метод, базиран на стандартния филтър на Калман се получават много добри резултати, когато динамиката на модела на измерване не зависи от измерваната величина и обратно, ако има такава зависимост филтърът работи добре само за стойности на измерваната величина близки до тази, за която е синтезиран. Този проблем е атакуван с предложения метод за подобряване на измерванията с нелинеен филтър на Калман. Нелинейният филтър на Калман обаче е по-труден за реализация и изисква по-голям изчислителен ресурс. Възниква въпроса дали задачата не може да се реши с линейни филтри на Калман. Един вариант е да се използва класически адаптивен филтър, чийто алгоритъм също не е толкова прост. Вместо това се предлага да се използва многомоделен филтър на Калман (МФК). При многомоделния подход за оценяване на състояния се използват q-паралелно работещи ФК. Изходите им представляват частни оценки на състоянието. Те се претеглят по подходящ начин и се сумират, за да се получи по-добра претеглена оценка.

6.2. Теоретична постановка.

Блоквата схема на алгоритъма е показана на фиг.6.2.1. Тегловните коефициенти на частните оценки се изчисляват рекурсивно чрез минимизация на функционал, свързан с

необвързките на ФК. Избират се краен брой модели така, че моделното множество да покрива диапазона на измерване на сензора. За всеки модел се синтезира ФК.



Фиг. 6.2.1. МФК за подобряване на динамиката на измерванията
Моделът на измерването се представя с

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(u)x(t) + B(u)u(t) \\ y(t) &= Cx(t) + \eta(t) \end{aligned} \quad (6.2.1)$$

където $x = [x_1 \dots x_n]^T$ е вектор на състоянията на измервателния процес, $u \in [u_{\min} \ u_{\max}]$ е неизвестната измервана величина с минимална и максимална стойности u_{\min} и u_{\max} , y е изходът на сензора, η е измервателният шум, $A(u)$ е матрица с размерност $n \times n$, която зависи от измерваната величина, $B(u)$ е $n \times 1$ матрица, която зависи от измерванията и C е 1×1 матрица. Непрекъснатото множество от интервала на измерване $[u_{\min} \ u_{\max}]$ се апроксимира с дискретно множество от q стойности $[u_1, u_2, \dots, u_q]$, $u_1 = u_{\min}$, $u_q = u_{\max}$. По този начин се получават q линейни модела с постоянни параметри

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) &= A_i x_i(t) + B_i u(t) \\ y_i(t) &= C x_i(t) + \eta(t), i = 1, 2, \dots, q \end{aligned} \quad (6.2.2)$$

За целите на реализацията на метода, моделите (6.2.2) се дискретизират с такт на дискретизация T_0 , като се отчита динамиката на фиксатора от нулев ред. Така се получава множеството от дискретни модели

$$\begin{aligned} x_i(k+1) &= F_i x_i(k) + G_i u(k), \\ y_i(k) &= C x_i(k) + \eta(k), \\ u &= 1, 2, \dots, q \end{aligned} \quad (6.2.3)$$

Всеки един от моделите (6.2.3) се разширява с допълнително състояние – неизвестната измервана величина. Така моделите (6.2.3) се преобразуват в q автономни системи

$$\begin{aligned} \underbrace{\begin{bmatrix} x_{i,n \times 1}(k+1) \\ \dot{u}(k) \end{bmatrix}}_{\bar{x}_i(k+1)} &= \underbrace{\begin{bmatrix} F_{i,n \times n} & G_{i,n \times 1} \\ 0_{1 \times n} & 1 \end{bmatrix}}_{\bar{F}_i} \underbrace{\begin{bmatrix} x_{i,n \times 1}(k) \\ u(k) \end{bmatrix}}_{\bar{x}_i(k)} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0_{n \times 1} \\ 1 \end{bmatrix}}_{\bar{B}} v(k), \\ y(k) &= \underbrace{[C_{1 \times n} \ 0]}_{\bar{C}} \underbrace{\begin{bmatrix} x_{i,n \times 1}(k) \\ u(k) \end{bmatrix}}_{\bar{x}_i(k)} + \eta(k), i = 1, 2, \dots, q \end{aligned} \quad (6.2.4)$$

с разширени вектори на състоянията $\bar{x}_i(k) = [x_i(k)_{n \times 1} \ u(k)]^T$. За всеки един от моделите в (6.2.4) се синтезира линеен ФК, като i -тата частна оценка \hat{x}_i на разширеното състояние $\bar{x}_i(k)$ се получава от

$$\hat{x}_i(k+1) = \bar{F}_i \hat{x}_i(k) + K_{f,i} (y(k+1) - \bar{C} \bar{F}_i \hat{x}_i(k)), \quad (6.2.5)$$

където $K_{f,i}$ е коефициентът на усилване на i -тия ФК. Трябва да се отбележи, че филтрите на Калман са стационарни и техният синтез се извършва предварително като коефициентите им се определят от

$$K_{f,i} = Q_i C^T (C Q_i C^T + V_\eta)^{-1}, i = 1, 2, \dots, q, \quad (6.2.6)$$

където

$$Q_i = \bar{F}_i D_{\varepsilon,i} \bar{F}_i^T + \bar{B} V_v \bar{B}^T, i = 1, 2, \dots, q, \quad (6.2.7)$$

а $D_{\varepsilon,i}$ е положително определено решение на уравнението на Рикати

$$D_{\varepsilon,i} = Q_i - Q_i C^T (C Q_i C^T + V_\eta)^{-1} C Q_i, i = 1, 2, \dots, q, \quad (6.2.8)$$

а V_v и V_η са дисперсиите на шумовете v и η . Комбинираната оценка $\tilde{x}(k)$ представлява претеглена сума от q -те частни оценки на състоянието $\hat{x}_i(k)$, $i = 1, 2, \dots, q$

$$\tilde{x}(k) = \sum_{i=1}^q c_i \hat{x}_i(k) = \hat{X}(k) c, \quad (6.2.9)$$

където $c = [c_1 \ c_2 \ \dots \ c_q]^T$ е вектор с тегловните коефициенти, а \hat{X} -матрица от частните оценки на състоянието

$$\hat{X}(k) = [\hat{x}_1 \ \hat{x}_2 \ \dots \ \hat{x}_q]. \quad (6.2.10)$$

За тегловните коефициенти се налага нормировката

$$\sum_{i=1}^q c_i = c^T \underline{1} = 1, \quad (6.2.11)$$

където с $\underline{1}$ е означен q - мерен единичен вектор стълб. Тегловните коефициенти c_i се определят от условието

$$\min_c J^*(c), \quad (6.2.12)$$

където $J^*(c)$ се формира на базата на измерими величини, свързани с грешката на обобщената оценка \tilde{x} . За формирането на $J^*(c)$ се използва обобщената необвръзка $v^*(k+1)$. Тя се определя от израза

$$v^*(k+1) = Vc, \quad (6.2.13)$$

където

$$V = [v_1, v_2, \dots, v_q], \quad (6.2.14)$$

v_i , $i = 1, 2, \dots, q$ са частните необвръзки на филтрите на Калман. Те се определят съгласно

$$v_i(k+1) = y(k+1) - C F_i \hat{x}_i(k), i = 1, 2, \dots, q. \quad (6.2.15)$$

Функционалът (6.2.12) се избира така

$$J^*(c) = D_{v^*}, \quad (6.2.16)$$

където D_{v^*} е дисперсията на обобщената необвръзка (6.2.13). Тя се получава от

$$D_{v^*} = M \{v^* v^{*T}\} = \sum_{i,j=1}^q c_i c_j D_{v_i v_j}. \quad (6.2.17)$$

Така функционалът добива вида

$$J^*(c) = D_{v^*} = c^T L_v c, \quad (6.2.18)$$

където

$$L_v = M \{V^T V\}, \quad (6.2.19)$$

е симетрична матрица, с размерност $q \times q$, ij -тият елемент, на която е равен на взаимната дисперсия на i -тата и j -тата необвързка. След отчитане на нормировката (6.2.11), тегловните коефициенти c_i се определят от условието

$$\min_c \max_\lambda J(c, \lambda), \quad (6.2.20)$$

където

$$J(c, \lambda) = J^*(c) + \lambda(c^T \underline{1} - 1), \quad (6.2.21)$$

а λ е неопределен множител на Лагранж. В точката на екстремума градиентът

$$\nabla_c J(c, \lambda) = \left(\frac{\partial J}{\partial c_1}, \frac{\partial J}{\partial c_2}, \dots, \frac{\partial J}{\partial c_q} \right)^T \quad (6.2.22)$$

се нулира

$$\nabla_c J(c, \lambda) = 0. \quad (6.2.23)$$

От условието (6.2.23) се определя оптималната стойност на вектора c с тегловните коефициенти. За градиента на $J(c, \lambda)$ се получава

$$2L_v c + \lambda \underline{1} = 0, \quad (6.2.24)$$

следователно тегловните коефициенти се определят от

$$c = -\frac{\lambda}{2} L_v^{-1} \underline{1}. \quad (6.2.25)$$

Като се отчете нормировката (6.2.11) от (6.2.15) се получава

$$\lambda = -\frac{2}{\underline{1}^T L_v^{-1} \underline{1}}. \quad (6.2.26)$$

След заместване на (6.2.26) в (6.2.25), се определя стойността c , при която се достига минимум на функционала (6.2.20)

$$c = \frac{L_v^{-1} \underline{1}}{\underline{1}^T L_v^{-1} \underline{1}}. \quad (6.2.27)$$

Рекурсивно матрицата L_v се получава от

$$L_v(k+1) = \frac{k}{k+1} L_v(k) + \frac{1}{k+1} V^T(k+1)V(k+1), \quad (6.2.28)$$

с начално условие

$$L_v(1) = V^T(1)V(1). \quad (6.2.29)$$

Тогава векторът с тегловните коефициенти се пресмята съгласно израза

$$c(k) = \frac{L_v^{-1}(k) \underline{1}}{\underline{1}^T L_v^{-1}(k) \underline{1}}. \quad (6.2.30)$$

От (6.2.30) се вижда, че за изчисляване на вектора с тегловните коефициенти $c(k)$ е необходимо на всяка итерация да се обръща матрицата $L_v(k)$. В много случаи обаче матрицата $L_v(k)$ е лошо обусловена и малки грешки (напр. от закръгление при числовата реализация) могат до доведат до некоректен резултат при обръщането ѝ. Поради това се предпочита направо итеративно да се изчислява не матрицата $L_v(k)$, а матрицата $L_v^{-1}(k)$. Ако се обозначи $P_v(k) = L_v^{-1}(k)$ и след прилагане на лемата за обръщане на матрици към уравнение (6.2.28) се стига до уравнението

$$P_v(k+1) = \frac{k+1}{k} \left[P_v(k) - \frac{P_v(k)V^T(k+1)V(k+1)P_v(k)}{k+V(k+1)P_v(k)V^T(k+1)} \right], \quad (6.2.31)$$

Тегловните коефициенти се изчисляват от

$$c(k) = \frac{P_v(k)\underline{1}}{\underline{1}^T P_v(k)\underline{1}}. \quad (6.2.32)$$

Търсената оценка на неизвестната измерима величина е последният елемент на вектора

$$\tilde{x}(k) = \hat{X}(k)c(k), \quad (6.2.33)$$

където $\hat{X}(k)$ се определя от (6.2.10).

Алтернатива на гореизложения алгоритъм за определяне на тегловните коефициенти c_i е те да се определят съгласно израза

$$c_i(k+1) = \frac{D_{v_i}^{-1}(k+1)}{\sum_{j=1}^q D_{v_j}^{-1}(k+1)}, \quad i = 1, 2, \dots, q, \quad (6.2.34)$$

където D_{v_i} е дисперсията на частната необвързка v_i на i -тия ФК. По този начин най-големият тегловен коефициент съответства на ФК с най-малка дисперсия на необвързката, а най-малкият на ФК с най-голяма дисперсия на необвързката. Освен това стойностите на тегловните коефициенти са в интервала $[0 \ 1]$. Частните необвързки се определят съгласно (6.2.35). Дисперсията D_{v_i} при извадка от $(k+1)$ данни е равна на

$$D_{v_i}(k+1) = \frac{1}{k+1} \sum_{l=1}^{k+1} v_i^T(l)v_i(l), \quad (6.2.35)$$

която може да се изчислява рекурсивно с алгоритъма

$$D_{v_i}(k+1) = \frac{k}{k+1} D_{v_i}(k) + \frac{1}{k+1} v_i^T(k+1)v_i(k+1), \quad (6.2.36)$$

с начално условие

$$D_{v_i}(1) = v_i(1)^T v_i(1). \quad (6.2.37)$$

Вместо $D_{v_i}(1)$ може да се изчислява направо $D_{v_i}^{-1}(1)$ съгласно израза

$$D_{v_i}^{-1}(k+1) = \frac{k+1}{k} [D_{v_i}^{-1}(k) - D_{v_i}^{-1}(k)v_i^T(k+1)(k+v_i(k+1)D_{v_i}^{-1}(k)v_i^T(k+1))^{-1}v_i(k+1)D_{v_i}^{-1}(k)], \quad (6.2.38)$$

с начално условие

$$D_{v_i}^{-1}(1) = [v_i(1)^T v_i(1)]^{-1}. \quad (6.2.39)$$

Алгоритъмът може да се използва и при нестационарност в параметрите, като за изчисляване на дисперсията D_{v_i} се използва уравнението

$$D_{v_i}(k+1) = \lambda D_{v_i}(k) + (1-\lambda)v_i^T(k+1)v_i(k+1). \quad (6.2.40)$$

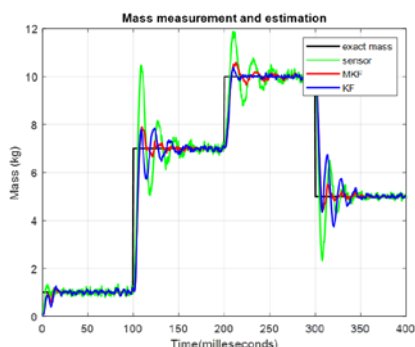
6.3. Верификация на метода, базирани на многомоделно оценяване с многомоделен филтър на Калман.

Разработен е софтуер в средата на Matlab/Simulink, който реализира предложения метод за подобряване на измерванията с МФК. В качеството си на пример се разглежда процеса на измерване на маса. Предполага се че масата, която се измерва е в диапазона 1-7кг. За определяне на тегловните коефициенти в реално време се използва израз (6.2.34), като дисперсиите на необвързките на ФК в моделната банка, също се изчисляват в реално

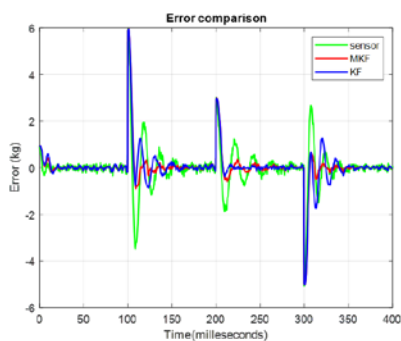
време съгласно израз (6.2.40). По време на симулацията неизвестната маса се променя според израза

$$M = \begin{cases} 1kg, & 0 < t \leq 100ms \\ 7kg, & 250 < t \leq 200ms \\ 10kg, & 500 < t \leq 300ms \\ 5kg, & 750 < t \leq 400ms \end{cases} \quad (6.3.1)$$

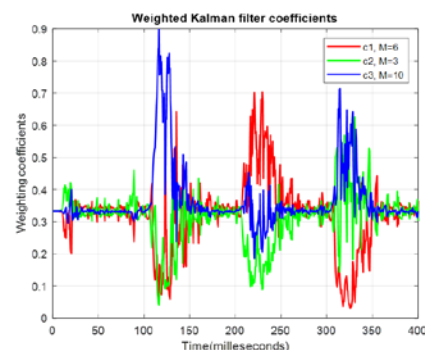
В моделната банка са използвани 3 ФК, синтезирани по модела на измерване на масата съгласно изрази (6.2.3) - (6.2.8). Първият е синтезиран за маса 3 кг, вторият – за маса 6 кг и третия за маса 10 кг. На фиг. 6.3.10 са показани точната маса (exact mass), масата измерена със сензора (sensor), масата оценена с МФК (МКФ) и тази оценена с филтър на Калман (ФК), настроен за маса от 10 kg. На фиг. 6.3.11 е показана грешката от оценяването и измерването, а на фиг. 6.3.12 са показани тегловните коефициенти на МФК.



Фиг. 6.3.10 Точна маса, измерена маса и оценена с МФК маса, $\lambda = 0.7$.



Фиг. 6.3.11 Грешка при оценяването и измерването на масата.



Фиг. 6.3.12 Тегловни коефициенти на МФК

Вижда се, че алгоритъмът с МФК оценява маса от 5 и 7 kg неколкократно по-бързо от сензора и от филтъра на Калман настроен по неточния модел. При маса от 1 kg резултатите от оценяване с ФК са сходни. Както следва и да се очаква, методът, използващ един ФК настроен за една стойност на масата в целия диапазон на измерване и оценяване, дава по-добри резултати единствено при маса от 10 kg, която е и точната стойност, за която е настроен. Тези изводи се потвърждават и от фигурата с грешката от измерването. През първите 100 милисекунди масата е 1 kg и коефициентът на втория филтър на Калман е най-голям (неговата стойност е най-близка до единица). През вторите 100 милисекунди масата е 7 kg и в началото коефициентът на третия филтър е близък до седем, след това, когато оценките и на другите два филтъра стават близки до точната стойност, трите тегловни коефициента са почти равни. След 200 милисекунда масата е 10 kg, преобладава първият тегловен коефициент, т.к това е ФК, настроен за маса от 10 kg. В последните 100 милисекунди масата е 5 kg и преобладават коефициентите на втория и третия ФК, които са настроени съответно за маса от 3 и 6 kg.

6.4. Метод за подобряване на динамиката на измерванията, базиран на многомоделен H_∞ филтър

6.5. Теоретична постановка

В този раздел е представен разработения метод за подобряване на динамиката на измерванията, базиран на многомоделен H_∞ филтър. Методът е подобен на този с МФК, като вместо филтри на Калман в моделната банка се използват H_∞ филтри, синтезирани за всеки един от моделите в банката. Известно е че ФК дава неизместени и ефективни оценки само при точен модел на обекта и известни статистически характеристики на шумовете. На практика тези условия рядко се удовлетворяват напълно. При неточно

известни статистически характеристики на шумовете и модел на обекта алтернатива на филтъра на Калман е H_∞ филтъра. Той представлява филтър за най-лошия случай, т.к. се предполага че шумовете са избрани така, че да се максимизира грешката в оценката на състоянието. Този филтър не изисква никакви предположения относно шумовете и представлява робастна версия на филтъра на Калман. Може да се покаже, че филтъра на Калман е частен случай на H_∞ филтъра. Синтезират се q на брой H_∞ филтъра по моделите (6.5.2). Шумовете $v(k)$ и $\eta(k)$ могат да бъдат случайни процеси с известни или неизвестни статистически характеристики, но могат да бъдат и детерминирани неизмерими сигнали. За всеки филтър се дефинира целевата функция

$$J_{1,i} = \frac{\sum_{k=0}^{N-1} (\bar{x}_i(k) - \hat{x}_i(k))^T S_f (\bar{x}_i(k) - \hat{x}_i(k))}{\sum_{k=0}^{N-1} (\eta^T(k) Q_f^{-1} \eta(k) + v^T(k) R_f^{-1} v(k))}, i = 1, 2, \dots, q, \quad (6.5.1)$$

където Q_f, R_f и S_f са симетрични положително определени тегловни матрици, които се избират от проектанта за конкретната задача. Целта е да се получи оценка $\hat{x}_i(k)$ на състоянието $\bar{x}_i(k)$, която минимизира (6.5.1). Директната минимизация на (6.5.1) се извършва трудно, поради което се задава граница на качеството и се търси решение, което да я удовлетворява, т.е. търси се оценка $\hat{x}_i(k)$ такава, че

$$J_{1,i} < \gamma, \quad (6.5.2)$$

където $\gamma > 0$ е граница върху качеството на оценката. След прегрупиране от изрази (6.5.1) и (6.5.2) се получава

$$J_i = \sum_{k=0}^{N-1} (\bar{x}_i(k) - \hat{x}_i(k))^T S_f (\bar{x}_i(k) - \hat{x}_i(k)) - \gamma (w^T(k) Q_f^{-1} w(k) + v^T(k) R_f^{-1} v(k)) < 0$$

Така се дефинира следната оптимизационна задача

$$J_i^* = \min_{\hat{x}_i(k)} \max_{w(k), v(k)} J_i. \quad (6.5.3)$$

След решаване на минимаксната задача (6.5.3), оптималната оценка $\hat{x}_i(k)$, която удовлетворява (6.5.2), се получава с филтъра

$$\hat{x}_i(k+1) = \bar{F}_i \hat{x}_i(k) + \bar{B} u(k) + \bar{F}_i K_{f,i} (y(k) - C \hat{x}_i(k)), \quad (6.5.4)$$

където матричният коефициент на $K_{f,i}$ i -тия филтър се определя от

$$K_{f,i} = P_{f,i} \left(I - \frac{1}{\gamma} S_f P_{f,i} + \bar{C}^T R_f^{-1} \bar{C} P_{f,i} \right)^{-1} \bar{C}^T R_f^{-1}, \quad (6.5.5)$$

а $P_{f,i}$ е положително определеното решение на уравнението на Рикати

$$\bar{F}_i P_{f,i} \bar{F}_i^T - P_{f,i} + Q_f - \bar{F}_i P_{f,i} [(\bar{C}^T R_f^{-1} \bar{C} - \frac{1}{\gamma} S_f)^{-1} + P_{f,i}]^{-1} P_{f,i} \bar{F}_i^T = 0. \quad (6.5.6)$$

За да бъдат изразите (6.5.4), (6.5.5) и (6.5.6) решение на (6.5.3), трябва да се изпълнява следното условие

$$P_{f,i} \left(I - \frac{1}{\gamma} S_f P_{f,i} + \bar{C}^T R_f^{-1} \bar{C} P_{f,i} \right)^{-1} > 0. \quad (6.5.7)$$

i -тата частна оценка \hat{x}_i на разширеното състояние $\bar{x}_i(k)$ се получава от уравнение (6.5.4).

Аналогично на многомоделния филтър на Калман се формира комбинирана оценка на състоянието, чиито последен елемент е оценката на измерваната величина

$$\hat{x}^*(k) = \sum_{i=1}^q c_i(k) \hat{x}_i(k), \quad (6.5.8)$$

където тегловните коефициенти $c_i(k)$ могат да се изчисляват в реално време с всеки един от алгоритмите използвани при многомоделния филтър на Калман, като вместо необвързките се използват остатъците

$$r_i(k+1) = y(k+1) - C\bar{F}_i\hat{x}_i(k), i = 1, 2, \dots, q. \quad (6.5.9)$$

Така, например, може да се използва дисперсията на остатъците, която се определя от

$$D_{r_i}(k+1) = \lambda D_{r_i}(k) + (1-\lambda)r_i^T(k+1)r_i(k+1) \quad (6.5.10)$$

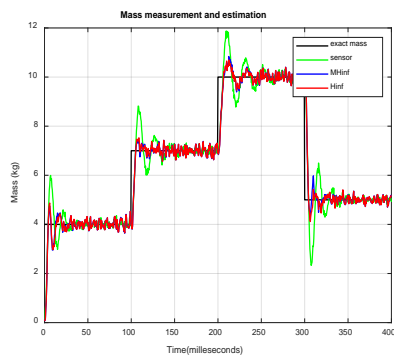
Тегловните коефициенти се изчисляват в реално време от

$$c_i(k+1) = \frac{D^{-1}(k+1)}{\sum_{j=1}^q D_{r,j}^{-1}(k+1)}, i = 1, 2, \dots, q. \quad (6.5.11)$$

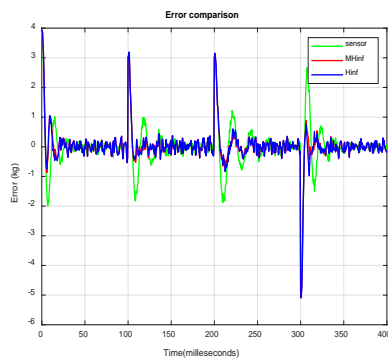
6.6. Верификация на метода, базирани на многомоделно оценяване с многомоделен H_∞ филтър.

Разработен е софтуер в средата на Matlab/Simulink, който реализира предложения метод за подобряване на измерванията с многомоделен H_∞ филтър. В качеството си на пример се разглежда процеса на измерване на маса. Предполага се, че масата, която се измерва е в диапазона 1-10 кг. За определяне на тегловните коефициенти в реално време се използва израз (6.5.11), като дисперсиите на остатъците на H_∞ филтри в моделната банка, също се изчисляват в реално време съгласно израз (6.5.10). По време на симулацията неизвестната маса се променя според израз (6.3.1). В моделната банка са използвани 3 H_∞ филтъра синтезирани по модела (6.5.3) съгласно изрази (6.5.4 - 6.5.9). Първият филтър е синтезиран за маса 3кг, вторият – за маса 6 кг и третият - за маса 10 кг. На фиг. 6.6.7 – 6.6.9 са показани резултатите от проведения експеримент с настройваем коефициент $\lambda = 0.7$, сравнено със стандартен H_∞ филтър, настроен за маса $M = 10 \text{ kg}$. На фиг. 6.6.7 – 6.6.9 са показани резултатите от проведен експеримент при многомоделно оценяване с H_∞ филтри, настроени съответно за маса $M_k = 3, 6, 10 \text{ kg}$ с настройваем коефициент $\lambda = 0.7$, сравнено със стандартен H_∞ филтър, настроен за маса $M = 10 \text{ kg}$. Получените резултати са подобни на тези получени при същия експеримент с МФК. Това налага сравнение на двата метода, поради което на фиг.6.6.10 и 6.6.11 са показани резултатите получени с двата многомоделни метода за оценяване. Вижда се че резултатите с двата многомоделни филтъра са сходни.

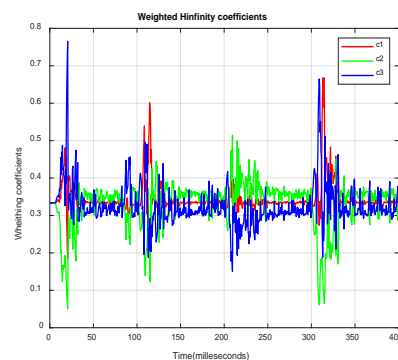
Предложени са два нови метода базирани на многомоделен линеен филтър на Калман и на многомоделен линеен H_∞ филтър, които подобряват динамиката на променящи се във времето измервания. Методите са особено приложими в случай на измервателен процес, чиито модел зависи от измерваната величина, включително и за процеси с високо съотношение шум към полезен сигнал (сензори с по-нисък клас на точност). Получените резултати показват, че дори и само с 3 филтъра в моделната банка, алгоритмите подобряват значително динамиката на сензора. Предложените методи представят възможности за бъдещи теоретични изследвания, свързани с броя на моделите в моделната банка, с различни алгоритми за определяне на тегловните коефициенти и др.



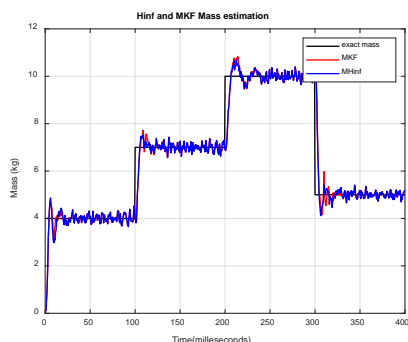
Фиг. 6.6.7 Точна маса, измерена маса и оценена с многомоделен H_∞ филтър маса, $\lambda = 0.7$.



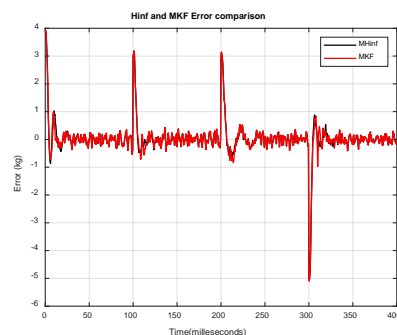
Фиг. 6.6.8 Грешки при оценяването и измерването на масата.



Фиг. 6.6.9 Тегловни коефициенти на многомоделния H_∞ филтър.



Фиг. 6.6.10 Точна маса и оценена с многомоделен H_∞ филтър и многомоделен филтър на Калман маса.

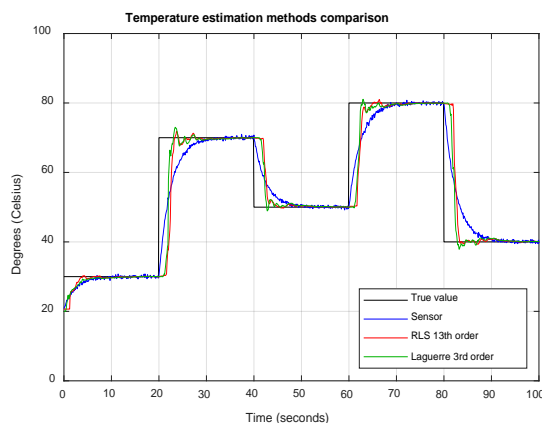


Фиг. 6.6.11 Грешка при оценка на масата с многомоделен H_∞ филтър и многомоделен филтър на Калман.

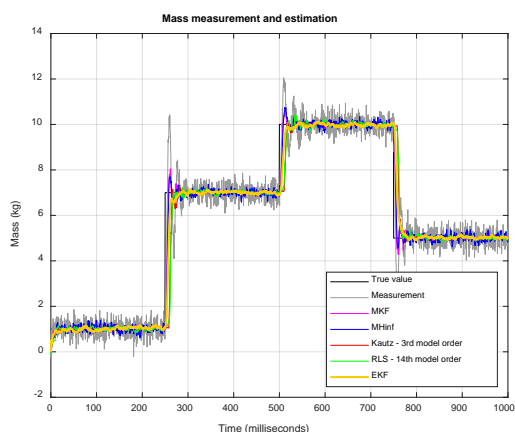
7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

7.1. Сравнителен анализ на разработените методи.

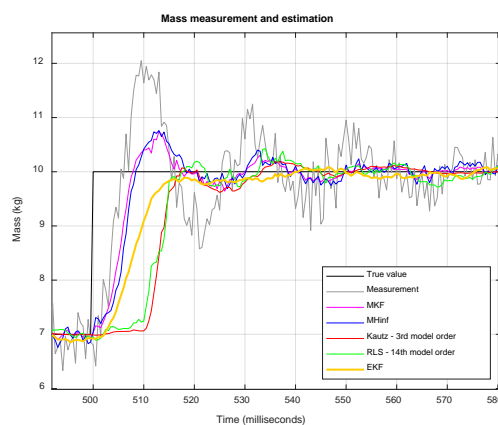
За целите на сравнението на разработените методи е проведен симулационен експеримент при променяща се във времето температура и маса. На фиг.7.1.1 и 7.1.3 са представени резултатите за измерване на температура и маса със сензор, с модифицирания метод от Глава 2, с метода, базиран на РФК от Глава 3, метода от Глава 4, базиран на ортогонални модели на Лагер (за измерване на температура), метода от Глава 5, базиран на ортогонални модели на Кауц (за измерване на маса) и метода от Глава 6, базиран на многомоделно оценяване. Избран е случай, при който има значително зашумени измервания. От получените резултати при измерване на температура се вижда, че предложеният в Глава 2 модифициран РМНМК с оценяван модел от 13-ти ред измерва температурата около 2,5 пъти по-бързо от сензора. Аналогичен резултат се наблюдава и при метода, базиран на ортогонален модел на Лагер от Глава 4, но там подобен резултат се постига с оценяван модел от 3-ти ред, което значително опростява числената реализация на алгоритъма в програмируем контролер. От фиг. 7.1.2 и 7.1.3 се вижда, че при използване на сензор без допълнителен алгоритъм постоянната стойност на измерваната маса се получава за около 100 ms. При модифицирания метод от Глава 2 точен резултат се получава след около 20 ms, но при модел от 14-ти ред. Предложеният метод, базиран на ортогонални модели на Кауц, дава точен резултат също след около 20 ms. при модел от 3-ти ред, което е съществено предимство. Методът базиран на разширен филтър на Калман и методите базирани на многомоделни филтри оценяват точната стойност на масата отново за около 20 ms, но те са по-сложни за реализация от тези с ортогоналните модели и изискват повече априорна информация.



Фиг. 7.1.1 Сравнение на разработените методи при измерване на температура.



Фиг. 7.1.2 Сравнение на разработените методи при измерване на маса.



Фиг. 7.1.3 Детайлно сравнение на разработените методи при измерване на маса.

НАУЧНО-ПРИЛОЖНИ И ПРИЛОЖНИ ПРИНОСИ

Предмет на дисертационния труд е разработването на методи за подобряване на динамиката на измерванията в системи за управление, особено за случаите на значителен шум, както и при модел на измерването зависим от измерваната величина. В резултат на направените изследвания могат да се формулират следните приноси:

Научно-приложни приноси:

Предложен е модифициран метод за подобряване на измерванията в системи за управление, при който не се използва модел на процеса. Той е получен като съществуващ метод е доразвит за оценяване на променяща се във времето измервана величина. Предложеният модифициран метод е сравнен със стандартен филтър на Калман, настроен по модела на измервателния процес. Предложено е да се извършва обоснован избор на реда на оценявания модел на базата на информационния показател на Акайке. Изследвани са свойствата на метода при различни стойности на дисперсията на измервателния шум. Получените резултати показват предимствата на модифицирания метод за подобряване на измерванията, дори и при използване на сензори с по-нисък клас на точност.

Предложен е метод за подобряване на динамиката на измерванията, базиран на модифициран разширен филтър на Калман. Този метод е особено приложим в случай на променяща се във времето измервана величина, когато моделът на измерване зависи от измерваната променлива. Работоспособността му е проверена за случая на подобряване на динамиката на измерване на маса, който е често срещан в практиката. Също така за целите

на сравнението е проектиран линеен филтър на Калман за фиксирана стойност на неизвестната маса. Получените резултати потвърждават предимствата на метода, базиран на разширения филтър на Калман пред метода, базиран на линейна калманова филтрация.

Предложен е метод неизползващ модел за подобряване на променящите се във времето динамични измервания, базиран на ортогонален модел на Лагер. Този метод е подходящ за аperiodични процеси на измерване. За разлика от съществуващите методи неизползващи модел, предложеният метод моделира процеса на измерване с ортогонален модел на Лагер вместо със специфичен модел от тип крайна импулсна характеристика. Предложеният метод оценява измерваната величина бързо и точно с модел от по-нисък ред от оценения такъв при използване на конвенционален метод неизползващ модел, особено при нисък клас на точност на сензора.

Предложен е метод неизползващ модел, базиран на функция на Кауц, който подобрява динамиката на измерванията, които се променят във времето. Методът е особено приложим в случай на осцилиращ/колебателен процес на измерване с високо съотношение шум към полезен сигнал. Основната разлика между предложения метод и конвенционалния метод неизползващ модел е типът модел, използван за представяне на динамиката на измерването. Получените резултати доказват работоспособността на базирания на функцията на Кауц метод и показват неговите предимства, като постигане на точна стойност на неизвестна измерена величина за кратко време (приблизително два пъти по-бързо от конвенционалния метод) с нисък ред на оценявания модел.

Предложени са два нови метода базирани на многомоделен линеен филтър на Калман и на многомоделен линеен H_∞ филтър, които подобряват динамиката на променящи се във времето измервания. Методите са особено приложими в случай на измервателен процес, чиито модел зависи от измерваната величина включително и за процеси с високо съотношение шум към полезен сигнал (сензори с по-нисък клас на точност). Получените резултати показват, че дори и само с 3 филтъра в моделната банка, алгоритмите подобряват значително динамиката на сензора. Предложените методи представят възможности за бъдещи теоретични изследвания, свързани с броя на моделите в моделната банка, с различни алгоритми за определяне на тегловните коефициенти и др.

Приложни приноси

За програмната реализация на предложените методи за подобряване динамиката на измерванията е разработено софтуерно осигуряване в средата на Matlab/Simulink

СПИСЪК НА ПУБЛИКАЦИИТЕ ПО ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

1. Baraharska M., Slavov Ts., Markovsky I. Model-free method for time varying dynamic measurements in control system, *Proc. of Technical University of Sofia, Vol. 70, Iss.3, 2020*
2. Baraharska M., Slavov Ts., Markovsky I. SIL simulation of model-free method for improving of time varying dynamic measurements, *Proc. of Technical University of Sofia, Vol. 71, Iss. 2, 2021*
3. Baraharska M., Slavov Ts., Markovsky I. Improvement of measurement dynamics based on extended kalman filter, *Proceedings of IEEE conference Cybernetics & Informatics (K&I) 2022, p.1-5, 2022 (SCOPUS & Web of science)*
4. Slavov Ts., Baraharska M., Markovsky I. A model-free method based on Laguerre series expansion for dynamic measurement improvement, *IEEE International Conference Automatics and Informatics, ICAI 2022, Sofia, October 2022 (SCOPUS & Web of science)*
5. Slavov Ts., Baraharska M., Markovsky I. A model-free method based on Kautz functions for dynamic measurement improvement, *IEEE 11th International Scientific Conference on Computer Science, COMSCI 2023, Sozopol, September 2023. (SCOPUS)*

SUMMARY

The subject of this Ph.D. thesis is development of methods for improving measurement dynamics in control systems especially in the case of significant measurement noise., which remains a general problem of dynamic measurement systems. Usually to overcome this drawback the measurements are regarded as dynamic processes and sensors are considered as dynamic systems. In this way, the task of measurement dynamics improvement is transformed into a problem of a dynamic system's unknown input signal estimation. In recent years, an increased scientific interest in the development of methods for improvement of measurement dynamics is observed. These methods mainly differ in the type of prior information for the measurement process that is used. The methods that use the measurement process model are based on some type of compensators or Kalman filtering. The main disadvantages of compensators are that they utilize inverted measurement model dynamics. The other types of methods that do not use a measurement model are the so-called model-free methods. They estimate the measurement model on-line along with the unknown measurement variable (unknown input signal). The main drawback of model-free methods is that in the case of low signal-to-noise ratio a model of high order should be used to obtain significant improvement of measured dynamics. Moreover, the estimation of a higher order model has worse numerical properties. Usually, the measurement improvement algorithm is embedded in a coupled to a sensor microcontroller in the case of an embedded control system or is implemented as part of the control algorithm in the programmable logic controller in the case of an industrial control system. On the other hand, in common practice control systems, there are many sensors, which in addition will increase drawbacks due to high order measurement model estimation. Based on the overview of existing methods, the model-free approach is chosen as more general and appropriate in both cases when the measurement model is dependent or independent on the measurement variable. The main goals of this Ph.D. thesis are the development of new or modification of existing model-free methods for measurement dynamics improvement.

In chapter 1 an overview of existing methods is performed. In chapter 2 is proposed a modification of existing model-free method for estimation of constant quantity. The suggested modification estimates time-varying quantities, based on the modified recursive least squares method. This modified model-free method is more realistic because in control systems the measured quantity is time-varying. In chapter 3 the new method for measurement dynamics improvement is proposed. It is based on modified extended Kalman filter. This method is appropriate when the measurement model depends on the measurement variable. In chapter 4 and chapter 5 two new model-free methods for measurement improvement are proposed. The first method is based on modelling of measurement dynamics by Laquerre functions and the second is based on modeling of measurement dynamics by Kautz functions. The main advantage of these methods is that they achieve improvement of measurement dynamics via estimation of low order dynamic model. The method based on Laquerre functions is used for the aperiodic measurement processes, while the method based on Kautz functions is used for the oscillatory measurement processes. In Chapter 6 two new methods are proposed. They use the multiple model Kalman filter and multiple model H_∞ filter. The advantage of these methods is that they can be used in the case of a dependent on measurement quantity model. The workability of all developed methods is demonstrated with simulation experiments.